Universidad Nacional de Cuyo

UNCuyo

CARACTERIZACIÓN DE ARENAS Y GRAVAS CON ONDAS ELÁSTICAS: TOMOGRAFIA SISMICA EN CROSS HOLE

TESIS DOCTORAL

TESISTA
Lic. Armando Luis Imhof

DIRECTOR:
Dr. Juan Carlos SANTAMARINA

CO-DIRECTOR:
Dr. Richard L. BRANHAM

ASESOR MATEMÁTICO:
Mg. Ing. Carlos A. CALVO

DOCTORADO EN INGENIERIA

CARACTERIZACIÓN DE ARENAS Y GRAVAS CON ONDAS ELÁSTICAS: TOMOGRAFIA SISMICA EN CROSS HOLE

Tesista

Lic. Armando Luis Imhof

Director

Dr. Juan Carlos Santamarina

Co-director

Dr. Richard Lanet Branham

Asesor Matemático

Mg. Ing. Carlos Adolfo Calvo

Imhof, Armando Luis
Caracterización de Arenas y Gravas con Ondas Elásticas: Tomografía Sísmica en Cross Hole. Tesis Doctoral 1ª ed. – Mendoza: el autor, 2008

ISBN 978-987-05-4302-2

1. Ingeniería. I. Título
CDD 620

Fecha de Catalogación: 21/04/08

TESIS DOCTORAL
CARACTERIZACIÓN DE ARENAS Y GRAVAS CON ONDAS ELÁSTICAS: TOMOGRAFÍA SÍSMICA EN CROSS HOLE

Copyright © Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de Cuyo, 2008

Todos los derechos de este libro están reservados. Solo está permitida la reproducción parcial o total de este libro con fines Académicos siempre que se mencione el origen

Primera edición: Abril 2008

I.S.B.N.: 978-987-05-4302-2

Impreso en Argentina – Printed in Argentina
Queda hecho el depósito que establece la Ley 11.723

Responsabilidades: el contenido y opiniones vertidas en el trabajo presentado en este libro son responsabilidad del autor.

Tesis Doctoral

DOCTORADO EN INGENIERÍA

2007

Hace años leía mucho sobre las epopeyas de los grandes guerreros de antaño y me sentía llamado a vivir esas gloriosas aventuras. ¡Qué tremendas dificultades tenían que arrostrar los héroes para poder arribar a sus metas!

Nunca pensé que las tendría que vivir en forma tan marcada desde una carrera académica. Haciendo un retrospectivo de lo que sucedió para poder llevar a buen puerto este trabajo, llego a la conclusión de que tiene mucho de esos ingredientes: el héroe (sin pretensiones de serlo), la princesa (el grado académico buscado), las hadas protectoras (todos los que ayudaron), los villanos (los que interpusieron piedras en el camino y que siempre son incontables).

Por ello me siento agradecido inmensamente a la Existencia por haberme dado la oportunidad de revivir esas sagas que adoraba en mi niñez.

Entonces vaya a todos mi dedicatoria porque sin Todos este trabajo no se hubiera llevado a cabo.

Desde luego que de forma muy especial a mi Familia (las hadas visibles...).

RECONOCIMIENTOS

Agradezco a la Divina Presencia, fuente y sustento de todo lo que somos, cuya visible asistencia se demuestra en la respiración y que tan pocos tomamos conciencia de ello, atrapados como estamos en nuestro egocentrismo que está destruyendo en forma acelerada nuestros mejores ideales humanos.

Agradezco a mi Familia, que siempre creyó en mí, tanto en las buenas como en las no tantas, y a quienes espero corresponder tanto amor que me brindan.

Al Dr. Juan Carlos Santamarina, porque además de su invalorable asistencia técnica, con sus oportunos consejos me ayudó a tener la actitud adecuada frente a los inconvenientes que se presentaban en este arduo trabajo.

Al Dr. Richard Lanet Branham, entre otras muchas cosas, por haberme introducido al maravilloso mundo de los métodos numéricos, que tan importantes son hoy para la Ciencia.

Muy especialmente al Mg. Carlos Adolfo Calvo al que considero un gran amigo además de excelente persona y genio de las matemáticas, por su inestimable asistencia continua, técnica y humana, durante todo el proceso de la tesis y con el que seguimos compartiendo amistad e investigaciones. No me cabe la menor duda que sin su ayuda no hubiera llegado a finalizar este proceso.

Al Dr. Angel César Veca por haber compartido desarrollos de instrumentos utilizados en la tesis y experiencias comunes en este camino; así como por su espíritu de servicio.

Al Ing. Carlos Natale Francile por su gran y desinteresado espíritu de colaboración. Un gran ejemplo de humildad para imitar.

A todos aquellos que me ayudaron tanto pero no me es posible nombrar aquí. Los recuerdo con gran consideración y alegría.

Por último agradecer a todos los que abiertamente intentaron perjudicarme. Sabrán por qué, o qué carencias propias represento. Para mí forman parte de los villanos de la saga que mencioné, y que son muy importantes ya que ayudan a desarrollar la templanza, la perseverancia, la paciencia y la voluntad siendo una oportunidad para disminuir el egoísmo; aunque cuando se los padece cuesta mirar todo desde una perspectiva superior...

TABLA DE CONTENIDOS

DEDICACTORIA

RECONOCIMIENTOS.

TABLA DE CONTENIDOS. i

LISTA DE PLANILLAS MATEMATICAS. vii

LISTA DE TABLAS. ix

LISTA DE FIGURAS. xi

LISTA DE SIMBOLOS. xvii

RESUMEN. xix

ABSTRACT xxi

INTRODUCCION xxiii

CAPITULO 1. CONCEPTOS FUNDAMENTALES.

1.1 Suelos 1

1.1.1 Revisión. Tipos de Partículas. Medios Particulados. 1

1.1.2 Localización y Características de las Muestras Empleadas en los Ensayos. 2

1.2 Ondas Elásticas en Medios Continuos

1.2.1 Introducción 3

1.2.2 Ondas de Cuerpo en Medios Isotrópos y Elásticos. 6

1.2.3 Ondas Compresionales. 7

1.2.4 Ondas Transversales. 7

1.2.5 Otros tipos de Ondas Sísmicas. 7

1.2.6 Solución de la Ecuación de Onda. Medio Homogéneo Isótropo. 7

1.2.7 Leyes que gobiernan la Transmisión de Ondas. 8

1.3 Ondas Elásticas en Medios Particulados. 12

1.4 Determinación de Primeros Arribos de Ondas. 13

1.5 Estudio de Ondas en el Interior de Una Probeta de Ensayo. 14

1.5.1 Tipos de Ondas que se Propagan en el Interior de una Probeta de Ensayo 14

1.5.2 Refracción de Ondas en las Paredes de la Probeta de Ensayo. 14

1.5.3 Reflexión de Ondas en las Paredes de la Probeta de Ensayo. 17

1.5.4 Ondas que se Propagan por las Paredes. 17

1.6 Conclusiones. 18

CAPÍTULO 2. SISTEMA DE MEDICIÓN

2.1 Introducción. 27

2.2 Instrumental Empleado y Desarrollado para la Presente Investigación. 28

2.2.1 Generador de Funciones. 28

2.2.2 Generador de Impulsos (Pulser). 28

2.2.3 Amplificador de Señales. 28

2.2.4 Osciloscopio de Almacenamiento Digital. 28

2.2.5 Transductores. 29

2.3 Elementos para Emisión y Recepción de Datos. 29

2.3.1 Fundamentos de la Piezoelectricidad. 29

2.3.2 Estructura de un Transductor. 30

2.4 Caracterización de Un Piezocristal Típico. 31

2.4.1 Modelo Equivalente. 31

2.4.2 Frecuencia de Resonancia. 32

2.4.3 Campo Cercano. 37

2.4.4 Directividad. 38

2.4.5 Factor de Acoplamiento Electromecánico. 40

2.5 Conclusiones. 40

CAPITULO 3. MEDICIÓN DE PARÁMETROS EN GRAVAS Y ARENAS CON PZT

3.1 Introducción. 57

3.2 Resonancia del Sistema de Emisión Compuesto por 2 PZT. 57

3.3 Determinación de Parámetros con Ondas Compresionales en Régimen Sin Carga. 58

3.3.1 Determinación de la Velocidad de Propagación. 58

3.3.2 Espectrograma de las Diferentes Señales. 61

3.4 Comportamiento de las Muestras Sometidas a Régimen de Carga. 63

3.4.1 Introducción. 63

3.4.2 Metodología. 63

3.4.3 Resultados. 64

3.5 Resumen y Conclusiones. 65

CAPÍTULO 4. INVERSIÓN: MÉTODO BASADO EN EL CÁLCULO VARIACIONAL

4.1 Introducción. 79

4.1.1 Introducción al Problema Directo e Inverso. 79

4.1.2 Planteo del Método Inverso. 81

4.1.3 Geometría de los Modelos. Arreglo Cross Hole. 82

4.2 Métodos Inversos. Primera Parte. 82

4.2.1 Introducción. 82

4.2.2 Formas de Representación de los Parámetros Incógnita. 84

4.2.3 Métodos por Inversión de la Matriz G (o Métodos matriciales directos). 85

4.2.4 Métodos Iterativos (Métodos Matriciales Iterativos). 86

4.3 Fundamentos del Método Variacional y una aplicación para resolver inversión. 88

4.3.1 Introducción. Formulación Variacional del Problema Inverso. 88

4.3.2 Desarrollo de las Ecuaciones que Definen el Sistema. 90

4.3.3 Formulación Variacional del Problema Inverso. 92

4.3.4 Solución Numérica del Cálculo Variacional. 93

4.3.5 Conceptos sobre Optimización de Funciones. 93

4.3.6 Método Simplex de Nelder-Mead. 95

4.3.7 Descripción del Algoritmo para Resolver una Anomalía 2D. 96

4.4 Aplicación Práctica del Método. 98

4.4.1 Metodología 98

4.4.2 Inversión a Partir de Modelos Teóricos. 99

4.4.3 Inversión a Partir de Datos Experimentales. 100

4.5 Conclusiones. 101

CAPÍTULO 5. INVERSIÓN: MÉTODO BASADO EN EL CONTENIDO DE INFORMACIÓN.

5.1 Introducción. 115

5.2 Metodología. 116

5.3 Cobertura Espacial y Matriz de Contenido de Información. 117

5.4 Descomposición en Valores Singulares y Número de Condición. 117

5.5 Métodos Inversos. Segunda Parte. 119

5.5.1 Introducción. 119

5.5.2 La Matriz Inversa Generalizada. 120

5.5.3 Grado de Resolución en los Datos y en el Modelo. 120

5.5.4 Inversión Matricial Directa. 121

5.6 Resultados. 134

5.7 Conclusiones. 135

CAPÍTULO 6. DETECCIÓN Y MODELADO DE INCLUSIONES EN ARENA.

6.1 Introducción. 143

6.2 Resolución del Método. 143

6.3 Separación entre Transductores. 144

6.4 Diseño del Sistema Tomográfico para Ondas P. 145

6.4.1 Dispositivo Cross-Hole. 145

6.4.2 Ondas Transmitidas por el Marco y el Contenedor. 146

6.5 Montaje del Ensayo y Adquisición de Datos. 148

6.5.1 Montaje del Sistema de Transductores. 148

6.5.2 Montaje de Sistema Electrónico de Adquisición. 148

6.5.3 Metodología de Trabajo. 149

6.5.4 Preparación de los Datos. 150

6.6 Pre-procesamiento de Datos. 150

6.7 Inversión de Datos. 153

6.7.1 ART - SIRT - MART - FUZZY LOGIC. 153

6.7.2 Método de Inversión Variacional. 153

6.7.3 Métodos Matriciales. 154

6.8 Conclusiones. 155

CAPITULO 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

7.1 Conclusiones Globales. 171

7.2 Conclusiones Específicas. 171

7.3 Perspectivas para Futura Investigación. 174

REFERENCIAS. 175

ANEXO A: Planillas Matemáticas. 185

ANEXO B: Desarrollo de las Expresiones para las Trayectorias de Rayos Sísmicos en Medios Heterogéneos y Anisótropos Verticales. 293

ANEXO C: Desarrollo de Algoritmo para Simular Datos. Rayo Recto. 297

ANEXO D: Listado de Programas en QuickBASIC para Iniciar y Adquirir Datos con DSO TDS210 Tektronix. 301

LISTA DE PLANILLAS MATEMÁTICAS

Planilla		pág.
PM 1.1	Análisis de Tipos de Arribos en Probetas Cilíndricas.	185
PM 2.1	Graficar Señales para determinación de Campo Cercano en PZT y Determinación de Velocidad de Onda P en agua	189
PM 2.2	Determinación de Campo Cercano (NF) en PZT (continuación de PM2.1)	193
PM 3.1	Representación Gráfica de Ondas que se propagan en muestras de 3 granulometrías: #20-#50; #8-#20 y #2-#8 (ASTM) en interior de probeta cilíndrica y a distancias crecientes	196
PM 3.2	Determinación de Velocidad de Transmisión de Ondas Compresionales que se propagan en muestras de 3 granulometrías: #20-#50; #8-#20 y #2-#8 (ASTM)	200
PM 3.3	Análisis Espectral de Ondas Compresionales que se propagan en muestras de 3 granulometrías: #20-#50; #8-#20 y #2-#8 (ASTM)	204
PM 3.4	Cálculo de Parámetros de carga	211
PM 3.5	Representación Gráfica de Ondas que se propagan en muestras de 2 granulometrías: #20-#50; #8-#20 (ASTM) sometidas a estados de carga y descarga sucesivos (débiles) sin prensa.	213
PM 3.6	Representación Gráfica de Ondas que se propagan en muestras de 2 granulometrías: #20-#50; #8-#20 (ASTM) sometidas a estados de carga y descarga sucesivos (Fuertes) con prensa.	220
PM 4.1	Método de Inversión iterativo ART. Modelos A y B.	231
PM 4.2	Método de Inversión iterativo SIRT. Modelos A y B.	238
PM 4.3	Método de Inversión iterativo MART. Modelos A y B.	242

PM 4.4	Método de Inversión por Lógica Difusa (Fuzzy Logic).Modelos A y B.	246
PM 5.1	Resultados de Inversión por Mínima Longitud del Vector Incógnitas (MLS). Modelo A. Comparación entre Pixeles (*pr*) e Ipixeles (*ip*)	251
PM 5.2	Resultados de Inversión por Mínimos Cuadrados (LSS) con criterio de Ockham. Modelo A. Comparación entre Pixeles e Ipixeles.	254
PM 5.3	Resultados de Inversión por Mínimos Cuadrados Amortiguados. Modelo A. Determinación del coeficiente óptimo 'η' de amortiguación. Comparación entre Pixeles e Ipixeles.	256
PM 5.4	Resultados de Inversión por Mínimos Cuadrados Regularizados (RLSS). Modelo A. Determinación del coeficiente óptimo 'λ' de regularización. Comparación entre Pixeles e Ipixeles	261
PM 5.5	Resultados de Inversión por SVD. Modelo A. Determinación del número Optimo 'p' de Valores Singulares para inversión. Comparación entre Pixeles e Ipixeles	264
PM 6.1	Tomografía: Representación Gráfica de Ondas Compresionales	270
PM 6.2	Tomografía: Análisis Espectral de Ondas Compresionales.	272
PM 6.3	Tomografía: Pre – Procesamiento	284
PM 6.4	Tomografía: Análisis de Heterogeneidad y Anisotropía	288

LISTA DE TABLAS

Tabla		pág.
1.1	Propiedades de las Muestras de Suelo Empleadas	26
1.2	Algunas Relaciones entre Constantes Elásticas	26
2.1	Caracterización Eléctrica de un PZT típico	34
3.1	Escala de Tamices	78
3.2	(a) Fuerzas Actuantes Sobre la Tapa de Probeta Cilíndrica. (b) Régimen de Cargas en la Probeta Cilíndrica y profundidades equivalentes	78
4.1	Geometría y tiempos de viaje teóricos. Modelo A.	112
4.2	Geometría y tiempos de viaje teóricos. Modelo B.	113
4.3	Resultados Globales de la Inversión de los Modelos A y B.	114
5.1	Número de Condición (κ) y rango de matrices ‘mic’	141
5.2	Número de Condición (κ) y rango de matrices S	141
6.1	Características del Material Base.	160
6.2	Estructura de archivo de Datos	169

LISTA DE FIGURAS

Figura		pág.
1.1	Diferentes Fases de un Suelo	19
1.2	Clasificación Unificada de Suelos.	19
1.3	Imágenes Satelitales zona extracción de muestras.	20
1.4	Direcciones de esfuerzos en un elemento cúbico de volumen.	21
1.5	Elipse de Fresnel	21
1.6	Efectos de la Difracción	22
1.7	Principio de Fermat. Distancia emisor-receptor	22
1.8	Ley de Snell.	22
1.9	Ondas en el interior de la probeta.	23
1.10	Primeros Arribos de Ondas Directas y Refractadas dentro de una probeta de acero.	24
1.11	Primeros Arribos de Ondas Directas, Reflejadas y transmitidas por las paredes de una probeta de acero.	25
2.1	Sistema de Medición	43
2.2	Principio de la Piezoelectricidad	43
2.3	Efecto Generador y Motor del Piezocristal.	43
2.4	PZT Típicos.	44
2.5	Estructura de un Transductor.	44
2.6	Circuito Equivalente de Un Transductor	44
2.7	Determinación de la Impedancia de un Transductor.	45
2.8	Experimento 1: Determinación de la respuesta de un PZT a los estados de carga	45
2.9	Variación de la impedancia (normalizada) con la frecuencia a presión atmosférica	46
2.10	Variación de la impedancia (normalizada) en función de la frecuencia para	47

diferentes presiones efectivas

2.11 Derivada numérica de segundo orden de las curvas de Figura 2.10 48

2.12 Experimento 2. Determinación de la frecuencia de resonancia del sistema E-R. 49

2.13 Espectrograma para Diferentes presiones efectivas σ' 49

2.14 Variación de la Frecuencia de Resonancia con σ' 50

2.15 Variación de la Potencia Disipada por el receptor con σ' 50

2.16 Variación de Amplitud de Resonancia con σ' 51

2.17 Espectrograma de Respuesta del Medio Antes y Después del Confinamiento 51

2.18 Esquema de Ensayo Experimental Campo Cercano. 52

2.19 Campo Cercano. Primeros Arribos y Regresión Lineal. 52

2.20 Campo Cercano. Representación conjunta de: Atenuación, Variación de las Amplitudes e Intensidad Normalizada 53

2.21 Angulo de Divergencia de un Transductor 53

2.22 Esquema Experimental Directividad Lateral de un Transductor 54

2.23 Directividad Lateral del Transductor. 54

2.24 Directividad Angular (a) Diseño Experimental (b) Resultados. 55

3.1 (a) Esquema conexión de transductores para el sistema de disparo (b) Esquema conexión para el estudio de la resonancia del sistema compuesto por dos PZT. 67

3.2 Espectrograma del sistema compuesto por dos PZT unidos 68

3.3 Señal de Disparo del Pulser. 68

3.4 Probeta cilíndrica donde se introduce la muestra y esquema de conexión del ensayo 69

3.5 Reproducción fotográfica de muestras utilizadas en Capítulo 3 69

3.6 Ondas Compresionales en muestras #20-#50 y #8-#20 (A y C) para 70

distancias emisor - receptor (H) crecientes.

3.7 Regresión Lineal. Determinación de Velocidad de Propagación de onda P en muestras #20-#50 (a-b); #8-#20 (c-d) y #2-#8 (e-f). (A y C). 71

3.8 Espectrogramas para distancias E-R variables. Muestras #20-#50; #8-#20 y #2-#8 (A y C) 72

3.9 Diagrama comparativo de respuesta frecuencial versus distancias emisor-receptor. Muestras #20-#50; #8-#20 y #2-#8 (A y C) 73

3.10 (a) Croquis del sistema de prensa actuante sobre la muestra. (b) Fotografía de la prensa con el sistema de palancas 74

3.11 Régimen Débil de Cargas (a) Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d) para muestra #20-#50 A. (b) Relación entre Velocidad de Propagación. 75

3.12 Régimen Intenso de Cargas. (a) Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d) para muestra #20-#50 A. (b) Relación entre Velocidad de Propagación (onda P) y esfuerzo aplicado para muestra #20-#50 A y C. 76

3.13 Relación entre Vp y σ'. Estados Débil y Fuerte. Carga y descarga. (a-b) Muestra #20-#50; (c-d) #8-#20. 77

4.1 Configuración cross-hole. 7 emisores y 7 receptores. Rayos que atraviesan el medio. 103

4.2 Modelo A (Teórico). 103

4.3 Modelo B (Teórico). 103

4.4 Resultados de Inversión. ART. 104

4.5 Resultados de Inversión. SIRT. 104

4.6 Resultados de Inversión. MART. 104

4.7 Lógica Difusa. 105

4.8 Resultados de Inversión. Lógica Difusa. 105

4.9 Nociones de Cálculo Variacional. 105

4.10 Rayo ij-ésimo que atraviesa la anomalía. Puntos de entrada y salida. 106

4.11 Modificación de la longitud del contorno de la anomalía sujeto a variación δy. 106

4.12 Coordenadas $x_{ij}^{<in>}$, $x_{ij}^{<out>}$, $y_{ij}^{<in>}$ y $y_{ij}^{<out>}$. Dependen las demás de $x_{ij}^{<in>}$. 106

4.13 Optimización de funciones. Máximos, mínimos; locales y globales. Función Unidimensional. 106

4.14 Método de Nelder-Mead. (a) simplex inicial (triángulo OBP) y los cuatro movimientos posibles. (b) Esquema de convergencia hacia el mínimo M a partir del triángulo de partida. 107

4.15 Modelo Teórico y correspondiente Tabla de datos predichos. La misma sirve de entrada como primera validación del método variacional. 108

4.16 Resultados de la Inversión Variacional. 109

4.17 Método de Inversión Variacional. Resultados de la inversión de los Modelos: (a) Modelo A; (b) Modelo B. 110

4.18 Desarrollo experimental. Balón de He inserto en aire. 110

4.19 Inversión de Datos Experimentales. Método de Inversión Variacional. Inclusión: Globo de Helio inserto en aire. 111

5.1 Rayos en un dominio rectangular. Discretización del mismo en 49 pixeles cuadrados. Configuración cross hole 137

5.2 Matrices de Contenido de información (**micSr**). (a) 7x7 pixels, (b) 21x21 pixels. Arreglo cross-hole. 137

5.3 Matrices de Contenido de Información para ipixels. (a) 7x7 *ip*, (b) 21x21 *ip* (calculados a partir de una mic de densidad 225x225 *pr*.). 137

5.4 Valores singulares para matrices de contenido de información. (a) 7x7 pixels. (b) 15x15; (c) 21x21; (d) 29x29 138

5.5 Valores singulares para matrices **S** de distancias de viaje. (a) 7x7 *pr-ip*. (b) 15x15; (c) 21x21; (d) 29x29. . 138

5.6 Intersección de i-ésimo rayo con el k-ésimo pixel. Distancia ‘d’ atravesada por el primero en el último 139

5.7 Inversión con MLS. (a) 15x15 *ip* c/filtro; (b) 21x21 *ip* c/filtro; (c) 15x15 *pr* s/filtro; (d) 15x15 *ip* s/filtro. 139

5.8 Inversión por Mínimos Cuadrados con criterio de Ockham (LSSO). (a) 15x15 *ip*; (b) 29x29 *ip*. 140

5.9 Inversión por Mínimos Cuadrados Amortiguados (DLSS). (a) 7x7 *pr*; (b) 140

7x7 *ip*. Sin datos iniciales

5.10 Inversión por Mínimos Cuadrados Regularizados (RLSS). (a) 7x7 *pr*; (b) 7x7 *ip*. Sin datos iniciales. 140

5.11 Inversión por SVD. Para *p*=35 el método funciona para los dos tipos de elementos. (a) 7x7 *pr*; (b) 7x7 *ip*. Sin datos iniciales. 141

6.1 (a) Anomalía circular de radio $\lambda/2$ en sistema de cross-hole y rayos que la atraviesan (difracción y rayo recto). (b) Curva de predicción de valores de β 157

6.2 Sistema Tomográfico cross-hole. (a) Marco con transductores. (b) Conjunto dentro del contenedor con el material base 158

6.3 (a) Marco con transductores y cables. (b) Marco dentro del contenedor. 159

6.4 Curva de Distribución granulométrica del material base 160

6.5 (a) Esquemático del sistema de adquisición de datos. (b) Reproducción fotográfica del sistema. 161

6.6 Ubicación de Anomalía en dispositivo cross-hole. Rayos que la atraviesan (rectos). 162

6.7 Tiempos de arribo. Sin y con anomalía en el medio base. 162

6.8 Pre-procesamiento. (a) Sin inclusión. (b) Con inclusión. 163

6.9 Pre-procesamiento. Sombras de velocidad promedio relacionadas con los receptores (izq.) y sinogramas (contorno 3D, der.) (a) Sin anomalía. (b) Con anomalía. 164

6.10 Pre-procesamiento. Diferencia entre tiempos de arribo calculados y medidos. Hipótesis de rayo recto y curvo. 163

6.11 Densidades espectrales de las señales registradas. Tomografía en cross-hole SIN anomalía. Amplitudes máximas. 165

6.12 Densidades espectrales de las señales registradas. Tomografía en cross-hole CON anomalía. Amplitudes máximas. 166

6.13 Inversión Datos Experimentales. (a) ART.; (b) SIRT.; (c) MART.; (d) Lógica Difusa. (e) Inversión Variacional. 167

6.14 Inversión de Datos Experimentales. (a) MLS; (b) DLSS; (c) RLSS; (d) SVD. Pixeles regulares. Vinic=180m/s. 168

LISTA DE SÍMBOLOS

PZT: piezocristal.

V: Velocidad de propagación

T: período

f: frecuencia

λ: (a) longitud de onda; (b) factor de regularización (según corresponda)

ia: información adicional

pr: pixel regular

ip: pixel irregular

η: factor de amortiguación método mínimos cuadrados amortiguados.

p: valor singular.

xinc, *yinc*: coordenadas de la inclusión.

Vbase: Velocidad medio base (que contiene la inclusión).

Vinc: Velocidad de la inclusión.

Vinic: Velocidad inicial para iniciar la inversión

mic: matriz de contenido de información

micSr: matriz de contenido de información para pixeles regulares.

micSi: idem para ipixeles.

S: matriz de distancias de viaje

$\mathbf{S}^{-g}$: matriz inversa generalizada de Moore- Penrose.

M: matriz de resolución de datos.

D: matriz de resolución del modelo.

Sr: matriz de distancias de viaje para pixeles regulares.

$\mathbf{x}^{<est>}$: vector solución de velocidades (o lentitudes)

x0: vector de datos iniciales (*ia*)

$\mathbf{y}^{<dato>}$ (=*tmedido*): datos medidos de tiempo.

e: vector de errores entre tiempos experimentales y calculados.

RESUMEN

Este trabajo de investigación presenta el desarrollo e implementación de técnicas geofísicas altamente resolutivas basadas en transmisión de ondas elásticas mediante el empleo de instrumental de bajo costo, desarrollado específicamente para la misma. Se aplican las técnicas a muestras de arenas y gravas en escala de laboratorio.

En el capítulo 1 se estudian los conceptos generales sobre suelos y ondas sísmicas que se aplican luego en la investigación. Además de un repaso de los suelos y sus propiedades, se introduce a la Teoría de Propagación de Ondas Elásticas y las simplificaciones necesarias para su aplicación al resto del trabajo.

El capítulo 2 tiene por objetivo describir, diseñar y construir los elementos que servirán como emisores y receptores de ondas sísmicas. Para ello se analiza el comportamiento de los piezocristales caracterizándolos a fin de evaluar la posibilidad de utilización para los ensayos posteriores de tomografía.

Con los transductores e instrumental construidos en el capítulo anterior; en el capítulo 3 se estudia la transmisión de ondas en varias muestras clasificadas de arenas y gravas extraídas en el Río San Juan, provincia homónima, sometidas a estados de carga variable simulando profundidades crecientes en subsuelo. Además se analiza el comportamiento de los transductores a elevadas presiones, determinándose en todos los casos las velocidades de propagación y longitudes de onda típicas de las muestras.

En el capítulo 4 se implementan diversos métodos iterativos de inversión para tomografía por cross-hole por tiempo de viaje y se desarrolla uno nuevo basado en el cálculo variacional. Se comparan resultados mediante el empleo de modelos teóricos simulados.

En el capítulo 5 se estudian métodos de inversión matricial directos utilizando la matriz pseudo-inversa en base al contenido de información de los elementos unitarios (pixeles) que componen el dominio. Se aborda el problema del contenido de información en el dominio cross-hole y se implementa una nueva alternativa dividiendo el dominio en pixeles irregulares. En vez de disponer de información desigual en elementos iguales; se tendrá idéntica información en pixeles de distinto tamaño. Se analizan los métodos de inversión con las dos formas de división del dominio.

En el capítulo 6 se resume lo estudiado en los cinco previos; implementándose un sistema tomográfico por cross-hole a escala real de laboratorio y aplicando a la misma la totalidad de las técnicas de inversión elaboradas.

Finalmente el capítulo 7 presenta las conclusiones de todo el trabajo de investigación, así como se establecen lineamientos para futuros desarrollos.

ABSTRACT

This investigation work presents the development and implementation of high resolution geophysical techniques based on transmission of elastic waves using instrumental of low cost developed specifically for it. The techniques are applied to sand and gravel samples at laboratory scale.

In chapter 1 the general concepts are studied on soils and seismic waves that are applied afterwards in the investigation. Besides a review of soils and their properties, the theory of propagation of elastic waves is introduced with the necessary simplifications for their later application to the rest of the work.

The objetive of chapter 2 is to describe, design and build the elements that will serve as sources and receivers of seismic waves. For this purpose it is analysed the behaviour of the piezocrystals, characterizing them in order to evaluate the possibility of their usage in the tomography research.

With the transducers and instruments built in the previous; in chapter 3 it is studied the wave transmission in several gravel-classified samples extracted in San Juan river, homonymous province; subjected to states of variable loads, simulating underground growing depths. High pressure' transducers behaviour is analysed. The propagation velocities and typical wave longitudes for the samples are also determined.

In chapter 4 several iterative inversion methods are implemented for travel time cross-hole tomography and a new one is developed based on variational calculus. Results are compared by means of the employment of simulated theoretical models.

In chapter 5 some methods of direct matricial inversion are studied using the pseudo-inverse matrix, based on the information content of the unitary elements (pixels) that compose the domain. The problem of the content of information is approached in the cross-hole domain and a new alternative is implemented dividing it in irregular pixels. Instead of having unequal information content in same-size elements; there will be identical information in pixels of different size. The inversion methods are analysed with the two forms of division of the domain.

In chapter 6 all the inversion techniques developed and concepts studied in the five previous are applied, and a real cross-hole tomography system at laboratory scale, implemented.

Finally the chapter 7 presents the conclusions of the whole investigation work, as well as possibilities are established for future developments.

INTRODUCCION

Las gravas y los aluvionales son un desafío para el desarrollo de infraestructura en zona montañosa. Estos depósitos presentan propiedades especiales relacionadas con la historia de formación, el tamaño y la geometría de partículas, y la alta fuerza de contacto entre las mismas. En la República Argentina existen grandes extensiones ocupadas por este tipo de suelos; por ejemplo la región desde el cordón terciaro de Córdoba hasta la Pre-Cordillera y Cordillera Andina.

La información publicada en la literatura internacional es limitada dada la dificultad de estudio que estos depósitos presentan. Por un lado, técnicas de campo (como ser ensayos de penetración) no se pueden implementar en estos depósitos de grano grueso. Por otro lado, no es posible obtener muestras inalteradas, y más aun, ensayos de laboratorio en muestras alteradas requieren grandes equipos solo disponibles en un número muy limitado de laboratorios en el mundo. Tales condiciones llevan a considerar la posible utilización de técnicas que no invaden el medio.

Por otra parte los ensayos no destructivos de tipo geofísico han sido utilizados históricamente para obtener información sobre la estratigrafía del subsuelo, incluyendo la ubicación de fallas y cavidades. En los últimos años, el análisis detallado de mediciones geofísicas *in situ* en el contexto de la geomecánica ha llevado a desarrollar metodologías que permiten extraer parámetros para el diseño geotécnico. Concurrentemente, este tipo de estudios que extienden la aplicación de la geofísica a la geotecnia se ha beneficiado del notorio desarrollo de los instrumentos electrónicos, los ordenadores y los métodos numéricos. Estas herramientas facilitan la adquisición de datos y el procesamiento de señales discretas, y posibilitan resolver numerosos problemas de contorno, a partir del desarrollo de métodos de inversión que permiten la generación de imágenes tomográficas.

La ejecución de ensayos geofísicos en medios granulares, especialmente de grano grueso como ser gravas aluvionales, enfrenta dificultades relacionadas al acoplamiento transductor-medio, al tipo de fuentes, la selección de transductores para la recepción, la dispersión inherente y la atenuación selectiva de frecuencias en relación a la longitud de onda con respecto al tamaño de las partículas, entre otros.

Por lo expuesto, es necesario integrar varias disciplinas para determinar parámetros geofísicos relacionados con las propiedades geomecánicas del suelo *a escala de laboratorio*. El énfasis en ondas

elásticas en el rango de frecuencias acústicas refleja necesidades geomecánicas (e.g., determinación de la rigidez para cálculo de deformaciones, variación de la rigidez para inferir cambios en el estado de esfuerzos, evaluación del potencial de licuación), requisitos de laboratorio (e.g., longitud de onda con respecto al tamaño de muestra), y alta resolución para aplicaciones de campo.

HIPÓTESIS

Las siguientes hipótesis guían la investigación:

- La propagación de ondas en materiales granulares puede ser analizada al nivel de las partículas, utilizando teorías fundamentales de la mecánica del continuo.
- La información acumulada en el proceso de propagación de ondas en materiales granulares puede ser extraída para inferir propiedades físicas-mecánicas del medio.
- La inversión de mediciones con ondas sísmicas puede optimizarse para extraer el máximo contenido de información disponible en las mediciones, sin caer en el exceso que conduce a la propagación de errores e incertidumbre y a resultados no confiables.
- La combinación del entendimiento básico de propagación de ondas en medios granulares y de técnicas de inversión permite el desarrollo de la tomografía sísmica para detectar la variabilidad en el subsuelo, y/o capturar la evolución de esfuerzos.

OBJETIVOS

El objetivo central de este trabajo es el generación de tecnología de alto valor para la ingeniería, en base a desarrollos en sensores, métodos de inversion y de procesadores. Específicamente, se intenta desarrollar la tomografía sísmica para la caracterización de muestras de arenas y gravas a escala de laboratorio, con especial atención a sedimentos de grano grueso. Pero, para alcanzar este objetivo se requiere resolver varias componentes críticas:

1. **Diseño, desarrollo y calibración de sensores y sistemas de medición de alta resolución para la determinación en el laboratorio de parámetros geofísicos-elásticos de sedimentos**. Esta

componente involucra estudios inéditos relacionados con la directividad de transductores enterrados, frecuencia resonante bajo confinamiento granular, el análisis de campo próximo y lejano, y el desarrollo de nuevas técnicas de procesamiento e interpretación de señales discretas en el contexto de esta aplicación.

2. **Entendimiento físico de las propiedades elásticas de los sedimentos de grano grueso en función del estado de esfuerzos, dentro del marco de referencia de la teoría Hertziana de contactos**. Este estudio fundamental de los materiales involucrados explora el efecto del tamaño de grano en la sensibilidad al estado de esfuerzos (utilizando muestras de granos naturales pero tamizadas para separar las distintas fracciones) y en el contenido de frecuencia.

3. **Desarrollo de técnicas de inversión tomográfica robustas para la inversión de datos obtenida con baja cobertura espacial, inherente a aplicaciones de campo.** Las preguntas fundamentales que guían este parte de la investigación confrontan la inversión en el caso de un número limitado de valores singulares, la distribución no-homogénea de la información en cross-hole, la tendencia a curvatura de rayos en materiales que presentan rigidez dependiente del estado de esfuerzos (tales como los sedimentos aluvionales), y el análisis numérico eficiente y robusto.

Conceptos y metodología desarrolladas en esta tesis son extensivos a otros materiales granulares y aplicaciones de inversión en el contexto de otros procesos físicos, con las adaptaciones propias relacionadas a diferencias en parámetros físicos y condiciones de borde.

MARCO TEÓRICO - APORTES

Este estudio combina conceptos e información proveniente de varias áreas del conocimiento. En particular, las herramientas analíticas para este estudio incluyen conceptos en:

- Electrónica: Desarrollo de sensores, conceptos básicos de circuitos, mediciones, dispositivos electrónicos, conversión analógica/digital, programación y utilización de osciloscopios digitales para la adquisición de datos en procesos de corta duracion.

- Matemática: ecuaciones diferenciales para fenómenos de propagación, álgebra matricial para inversión, matemática digital (procesamiento de señales en tiempo y en el espacio de Fourier).

- Informática: programación de algoritmos para la resolución de todos los problemas planteados mediante el empleo de plataformas específicas: Matlab y Mathcad.

- Física: propagación de ondas, campo cercano y lejano, directividad de transductores, difracción y curvatura de rayos.

- Geotecnia: materiales granulares, rigidez, resistencia al corte, caracterización de laboratorio.

Los aportes más relevantes del presente trabajo se centran en:

- Diseño, desarrollo e implementación de un sistema de medición de datos a escala de laboratorio de bajo costo mediante el empleo de piezocristales de uso masivo, en el rango acústico. Determinación de directividad, campo cercano, acoplamiento y respuesta en frecuencia de los cristales.

- Estudio de la respuesta a diferentes estados de carga de muestras de arenas y gravas desde el punto de vista de la transmisión de ondas compresionales generadas y detectadas con los transductores implementados.

- Desarrollo e implementación de un nuevo método de inversión basado en el cálculo variacional a fin de modelar anomalías insertas en medios homogéneos.

- Estudio de la influencia del contenido de información basado en la cobertura espacial del conjunto emisor-receptor en el proceso de inversión de datos del contorno.

- Desarrollo e implementación de un sistema tomográfico basado en transmisión de ondas en el rango acústico en dominios bi-dimensionales con escasa cobertura espacial para determinar propiedades de muestras de suelo o de materiales granulares en general y en la detección de anomalías.

CAPITULO 1

CONCEPTOS FUNDAMENTALES.

1.1 Suelos

1.1.1 Revisión. Tipos de partículas. Medios Particulados.

Existen tantas definiciones de suelos como ramas de la ciencia relacionadas con él. Aquí se adoptará la geotécnica que define como suelo a "*todo sedimento no consolidado de partículas sólidas, fruto de la descomposición de las rocas, o suelos transportados por agentes como el agua, hielos o vientos, con contribución de la gravedad como fuerza direccional selectiva, y que pueden contener materia orgánica y líquido en sus poros.*" (Duque Escobar *et al*, 2002). Por ende se constituye en un sistema natural heterogéneo y, en ocasiones anisótropo.

Caracteristicas de los Suelos.

Los suelos son multifase, es decir contienen una parte de sólidos (*fase sólida*), otra de líquidos (*fase líquida*) y la restante de gases (*fase gaseosa*) (Figura 1.1).

La fase sólida puede estar constituida por partículas de tamaño semejante (suelos mal graduados); o disímiles (bien graduados). Además la composición mineralógica puede ser uniforme o no y dependiendo de la escala. Por ejemplo un suelo nuevo está compuesto por todos los componentes del material original que le dio origen, en cambio uno antiguo generalmente está constituido por el mineral más difícil de disolver (generalmente cuarzo).

La fase líquida puede estar conformada por agua y/o otras soluciones. Además teniendo en cuenta la fase sólida con la cual interactúa puede existir presencia de diferentes iones producto de la disolución diferencial de los componentes de aquélla. Por ejemplo la caliza se descompone fácilmente en iones calcio Ca^{++} y carbonatos CO_3^{--}; no así el cuarzo.

No solo por 'aire' puede estar compuesta la fase gaseosa, sino por gases producto de descomposición de las otras dos. Por ejemplo si existe materia orgánica como componente de la fase sólida, su interacción con el agua de la fase líquida generará gas metano. Cabe destacar que los gases aumentan la presión intersticial entre los granos.

Y respecto a la descomposición de los suelos, la misma puede ser mecánica o química; la primera reduce el tamaño de los granos hasta el grado de arcillas; y las última genera soluciones iónicas, tal como se explicó.

Santamarina, Klein & Fam (2001) presentan una excelente revisión sobre las diversas relaciones entre las fases que dan lugar a parámetros tales como porosidad, relación de vacíos, densidad, grado de saturación, etc. Además los textos clásicos de Mecánica de Suelos, tales como Terzaghi *et al* (1958); Sowers & Sowers (1972); Lambe *et al* (1991).

Componentes de la Fase Sólida del Suelo (de acuerdo al tamaño).

Teniendo en cuenta la granulometría posible de los suelos, se dividen a grandes rasgos en gravas (G), arenas (S), limos (M), arcillas (C) y orgánicos (O). Existen subdivisiones de acuerdo al contenido de impurezas presentes en cada uno de ellos (i.e. porcentaje de otros tamaños presentes en la muestra considerada).

Las gravas y las arenas, materiales con los que se trabajará en esta tesis, son materiales no plásticos. Las arcillas son partículas muy pequeñas; presentan en conjunto propiedades de plasticidad y cohesividad. Además poseen formas achatadas, con cargas eléctricas distribuídas en forma no uniforme, lo que les da una respuesta conductiva a la excitación eléctrica. Los limos son partículas intermedias que exhiben comportamiento granular, aunque pueden poseer algo de plasticidad. La materia orgánica consta fundamentalmente de restos vegetales.

Clasificación de los Suelos

Para la clasificación completa de los suelos se necesita conocer los siguientes parámetros del mismo:

- Tamaño
- Forma
- Orientación
- Composición Química de las partículas.
- Fracción Coloidal y sedimentables que contiene

Teniendo en cuenta el tamaño, existen diversas formas de clasificación, la más utilizada se presenta en la Figura 1.2 y se trata de la *Clasificación Unificada*.

1.1.2 Localización y Características de las Muestras Empleadas en los Ensayos.

La zona de extracción de todas las muestras se ubica en coordenadas 31º30’S y 68º43’W sobre la márgenes del río San Juan en el Valle de Ullum Zonda. Las reproducciones satelitales de Figura 1.3

permiten observar los alrededores de la zona de trabajo. Además la Tabla 1.1 presenta un resumen de las propiedades de las muestras utilizadas en los capítulos 2 y 3.

Se trata de un valle alargado con dirección aproximada N-S limitado al E por la Sa. Chica de Zonda y por la Sa. Grande de Zonda al W. El río San Juan atraviesa este valle aluvial formando en su desembocadura el dique de Ullum (artificial), y más al E luego de atravesar la Sa. Chica de Zonda, el valle de Tulum, donde se sitúa la ciudad de San Juan (capital).

El valle se constituye en un paquete sedimentario de tipo aluvional constituido por alternancia de capas delgadas de limo, arena y grava de variada granulometría, encontrándose localmente intercalaciones de toscas. En su parte más profunda se hallaría presente el conglomerado terciario o cuaternario.

La arena en general es de color grisáceo, con intercalaciones esporádicas de arena fina a muy fina de color amarillento claro, de probable origen eólico. En cuanto a la grava, está compuesta principalmente por riolitas, brechas volcánicas, granitos, dioritas, grauvacas y areniscas que en conjunto poseen coloración rojiza o verde rojiza (Roca, 1969). Debido al arrastre del río San Juan, en el valle se encuentran depósitos tanto autóctonos como alóctonos, no siendo posible establecer distinciones netas en la presencia de los dos tipos.

1.2 Ondas Elásticas en Medios Continuos

1.2.1 Introducción.

El objeto del presente trabajo es estudiar el comportamiento de las ondas sísmicas a través de muestras de gravas y arenas aluvionales (i.e. particulado, discreto). La extraordinaria complejidad del problema se simplifica en gran medida si se hace uso de la Teoría de Mecánica del Continuo, factible de aplicar cuando la longitud de onda de la propagación es significativamente mayor que el tamaño característico del medio a_c (Santamarina *et al*, 2001).

Por otra parte y debido a que las perturbaciones que se considerarán son pequeñas, se tendrá en cuenta la Teoría de la Deformación Infinitesimal; por lo que el esfuerzo está relacionado linealmente con la deformación a través de la Ley de Hooke (ecuación 1.7).

Existen tres tipos de ecuaciones necesarias para describir el comportamiento de un medio continuo atravesado por una onda sísmica (Stein, 1990):

a) Ecuaciones de Equilibrio

b) Ecuaciones de Compatibilidad

c) Ecuaciones Constitutivas.

a) Ecuaciones de Equilibrio.

Tienen en cuenta el concepto que para un sistema en equilibrio la suma de fuerzas y de momentos son nulos.

Expresado analíticamente:

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \tag{1.1}$$

donde:

$$\begin{aligned} &\sigma_{ij,j} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial_j} \\ &f_i = fuerza\ de\ cuerpo \\ &\sigma_{ij} = componente\ 'i'\ del\ esfuerzo\ actuante\ en\ el\ plano\ cuya\ normal\ es\ 'j' \end{aligned} \tag{1.2}$$

$$\sigma_{ij} \begin{cases} i = j & \Rightarrow \quad \sigma_{ij} = \sigma_i \quad esfuerzo\ nomal \\ i \neq j & \Rightarrow \quad \sigma_{ij} = \tau_{ij} \quad esfuerzo\ de\ corte \end{cases} \tag{1.3}$$

La Figura 1.4 representa las direcciones de esfuerzo en un elemento diferencial de volumen.

b) Ecuaciones de Compatibilidad.

Antes de relacionar los esfuerzos aplicados a un material con la deformación que resulta, es necesario desarrollar las ecuaciones que describen la deformación del cuerpo. Ya que el mismo no es rígido, los puntos en su interior se moverán unos respecto de otros. El elemento matemático que describe esta distorsión dentro del cuerpo de denomina tensor deformación lineal '**ε**'.

En la elasticidad lineal el tensor **ε** se expresa como:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial_j} + \frac{\partial u_j}{\partial_i} \right) \tag{1.4}$$

donde el vector **u** representa los desplazamientos entre las partículas dentro del material, respecto a una referencia.

Por deformación se entiende una distorsión en la forma del elemento; el volumen se modifica. En general, a medida que las amplitudes de una onda sísmica se incrementan (lo que supone que los

desplazamientos son mayores) la simplificación de linealidad deja de ser válida. No será el caso en este trabajo.

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial u_1}{\partial_1} & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_1}{\partial_2} + \dfrac{\partial u_2}{\partial_1}\right) & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_1}{\partial_3} + \dfrac{\partial u_3}{\partial_1}\right) \\ \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_2}{\partial_1} + \dfrac{\partial u_1}{\partial_2}\right) & \dfrac{\partial u_2}{\partial_2} & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_2}{\partial_3} + \dfrac{\partial u_3}{\partial_2}\right) \\ \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_3}{\partial_1} + \dfrac{\partial u_1}{\partial_3}\right) & \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u_3}{\partial_2} + \dfrac{\partial u_2}{\partial_3}\right) & \dfrac{\partial u_3}{\partial_3} \end{pmatrix} \tag{1.5}$$

Los términos sobre la diagonal principal representan dilataciones o contracciones (ε), mientras que los demás indican deformaciones de corte (γ); es decir:

$$\varepsilon_{ij} \begin{cases} i = j & \Rightarrow \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_i \\ i \neq j & \Rightarrow \quad \varepsilon_{ij} = \gamma_{ij} \end{cases}$$

$$\textit{Además}: \tag{1.6}$$

$$\varepsilon_v = \theta = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \nabla \cdot \mathbf{u} \qquad (\textit{traza de } \varepsilon_{ij})$$

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial_j} + \frac{\partial u_j}{\partial_i}$$

c) Ecuaciones Constitutivas.

Relacionan los esfuerzos aplicados con las deformaciones consiguientes. Esto se consigue mediante la Ley de Hooke que relaciona ambos en aproximación lineal:

$$\sigma_{ij} = c_{ijpq} \cdot \varepsilon_{pq} \tag{1.7}$$

Trabajando con deformaciones infinitesimales se puede considerar al medio como elástico.

Para un material elástico la relación entre esfuerzo y deformación está dada por las constantes elásticas c_{ijpq}; tensor de cuarto orden con 81 componentes para un medio anisotrópico general.

A través de consideraciones de simetría de los σ_{ij} , ε_{pq} y c_{ijpq} que no se discutirán aquí (para detalles ver Menke, 1990; Kolsky, 1963; Aki, 1980); el último se reduce a solo 21 constantes elásticas diferentes, para un medio anisotrópico general.

Existen diversos tipos de anisotropía, de los cuales en este trabajo se considerará la más simple, que se trata de isotropía que posee propiedad de simetría esférica. Esto reduce las constantes elásticas independientes a solo dos, denominadas constantes de lamé λ y μ.

Entonces la ecuación 1.7 se reduce a:

$$\sigma_{ij} = \lambda\theta\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \qquad \text{Medio Continuo e Isótropo} \qquad (1.8)$$

donde θ es la dilatación y δ_{ij} es la delta de Kronecker.

A partir de la expresión 1.8 y teniendo en cuenta las diferentes componentes tensoriales *ij;* se definen diversos módulos elásticos muy importantes en geotecnia, tales como el Módulo de Poisson (ν), de Bulk (B), de Elasticidad (E), de Compresión (M) y de rigidez (G). La Tabla 1.2 representa las relaciones entre los mismos. Para adicionales ver Sheriff (1994)

1.2.2 Ondas de Cuerpo en Medios Isótropos y Elásticos.

La ecuación dinámica de movimiento parte de aplicar la primera Ley de Newton *F=m.a*, igualando expresiones desarrolladas para ambos miembros:

$$\begin{aligned} &\rho.\ddot{u}_i = \frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j} \\ &donde: \ddot{u}_i : \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \\ &\rho : densidad \quad del \ medio \end{aligned} \qquad (1.9)$$

La ecuación de onda completa para un medio general infinito, elástico, isótropo y homogéneo en coordenadas cartesianas es (Geller & Stein, *op.cit.*):

$$\begin{aligned} &\rho\ddot{\mathbf{u}} = (M - G)\cdot\nabla\varepsilon_V + G\nabla^2\mathbf{u} \\ &\text{donde:} \\ &\varepsilon_V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \nabla\cdot\mathbf{u} \end{aligned} \qquad (1.10)$$

El desplazamiento **u** que cumple esta ecuación describe una fluctuación en tiempo y espacio.

Considerando solo la componente *x* la ecuación 1.10 se expresa como:

$$\rho\ddot{u}_x = (M - G)\cdot\frac{\partial\varepsilon_v}{\partial x} + G\nabla^2 u_x \qquad (1.10\text{-b})$$

1.2.3 Ondas Compresionales u Ondas P.

Considerando una onda plana (es decir suficientemente alejada de la fuente) que se propaga según el eje x con movimiento de la partícula en la misma dirección (u_x; $u_y=u_z=0$), aplicada a la ecuación 1.10-b:

$$\ddot{u}_x = \frac{M}{\rho} u_{x,xx} \qquad (1.11)$$

Es decir que la onda compresional posee un movimiento de la partícula coincidente con la dirección de propagación.

Además como en el vacío $M=0$, las ondas P no se propagan en este tipo de medio.

1.2.4 Ondas de Corte u Ondas S.

El segundo modo fundamental de propagación corresponde a una onda que se propaga en la dirección x, con desplazamiento u en sentido transversal (por ejemplo en la *dir(y),* u_y). La expresión es:

$$\ddot{u}_y = \frac{G}{\rho} u_{y,xx} \text{ (Onda plana, } dir(x) \text{ de propagación)} \qquad (1.12)$$

De la ecuación (1.12) se aprecia que no existirán ondas de corte S en medios con $G=0$; por consiguiente no se propagan en fluidos. Este hecho se utiliza, por ejemplo, para estudiar las propiedades de la fase sólida de los suelos saturados.

1.2.5 Otros tipos de Ondas Sísmicas.

Cuando se modifican las condiciones del medio donde se propaga la onda sísmica, aparecen otros tipos de ondas tales como por ejemplo (Achenbach, 1975):

- *Ondas Rayleigh*: Ondas superficiales que se desplazan paralelas a los bordes de las interfases y que se atenúan en dirección normal a la misma. Presentan desplazamiento elíptico de la partícula.

- *Ondas Love*: Ondas de corte que se propagan entre dos interfases, cuyas direcciones de movimiento de la partícula son paralelas a las mismas (Menke & Abbott, 1990)

1.2.6 Solución Básica de la Ecuación de Onda. Medio Homogéneo Isótropo.

La ecuación de onda expresada en ec. (1.10) relaciona una variación temporal con una espacial de la partícula. La siguiente relación exponencial es una solución para la ecuación de onda según se demostrará:

$$u_x = Ae^{j(\omega t \pm \kappa x)} \qquad \text{ondas planas (componente '}x\text{')} \qquad (1.13)$$

Demostración:

$$\begin{aligned} u_{x,x} &= \pm \kappa j u_x \\ u_{x,xx} &= -\kappa^2 u_x \\ \dot{u}_x &= j\omega . u_x \\ \ddot{u}_x &= -\omega^2 u_x \end{aligned} \qquad (1.14)$$

Reemplazando las 1.14 en la 1.11:

$$-u_x . \omega^2 = -\frac{M}{\rho} \cdot \kappa^2 \cdot u_x \qquad (1.15)$$

simplificando y despejando el termino ω/κ:

$$V_P = \frac{\omega}{\kappa} = \sqrt{\frac{M}{\rho}} \qquad \text{ondas planas} \qquad (1.16)$$

El cociente ω/κ expresa la distancia recorrida por la onda en un ciclo es decir la velocidad de fase.

Para la onda de corte se hace un desarrollo similar y se llega a la expresión:

$$V_S = \frac{\omega}{\kappa} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \qquad \text{medio continuo infinito} \qquad (1.17)$$

1.2.7 Leyes que gobiernan la transmisión de ondas.

Básicamente existen dos formas de plantear el fenómeno de propagación de ondas en medios de cualquier tipo.

i) Considerando la Teoría del Rayo. La misma considera que la propagación se efectúa por medio de 'rayos', por lo que se puede aplicar las mismas propiedades que a la luz. Esta consideración solo es conveniente llevarla a cabo cuando no aparece el fenómeno de difracción (ver más abajo). Se presentan dos formas de aplicar la misma:

- Rayo recto: En caso de medios homogéneos.

- Rayo curvo: Cuando el medio es heterogéneo.

ii) Resolviendo directamente la ecuación de onda. Esta forma de proceder es mucho más compleja que la anterior, no justificándose si se trabaja dentro de ciertos rangos, que serán considerados más adelante. Generalmente se resuelve con diferencias finitas y/o elementos finitos.

Algunos Conceptos Adicionales

Zona de Fresnel

La onda que se propaga muestrea una región (elíptica) del medio, no tan solo la que comprende el rayo. Esto significa entre otras cosas, que la onda que arriba a un receptor, no corresponde a un rayo delgado que parte de un emisor y recorre una línea, sino abarca un sector (Sheriff & Geldard, 1995; Yilmaz, 1988; Waters, 1992).

En síntesis se considera la zona Fresnel como a toda aquélla donde el muestreo de la propagación corresponde a una *zona* y no a una *línea*. Este concepto se aplica en muchos casos por ejemplo, para determinar la separación mínima entre transductores con el fin de evitar redundancia de los mismos (i.e. que muestreen la misma zona del espacio, Capítulo 6). Además sirve para determinar el campo cercano (capítulo 2).

Por último, dentro de la región de Fresnel se alteran tanto la forma del frente de onda, como la amplitud y la frecuencia.

La Figura 1.5 muestra este concepto.

Difracción.

La interacción entre las ondas sísmicas y las anomalías depende primariamente del tamaño de las mismas (D) versus la longitud de onda de la propagación (λ).

Considérese una anomalía de tamaño D inserta en un medio homogéneo. Cuando $D \ll \lambda$, la onda 've' al medio como continuo, es decir no detecta la anomalía; sin embargo cuando $D \sim \lambda$, aparece el fenómeno de difracción, en donde los frentes de onda contornean la inclusión en lugar de atravesarla. Además las inclusiones son rápidamente 'escondidas' por el fenómeno de *diffraction healing* (Figura 1.6). Esto hace imposible la detección de anomalías cuando los receptores se hallan alejados 2D de la misma, según el *efecto Wielandt* (Potts & Santamarina, 1993).

Principio de Fermat y Ley de Snell

La trayectoria entre un par emisor-receptor es la de tiempo mínimo. También se puede expresar como aquella trayectoria cuya variación de primer orden respecto del tiempo de viaje es nula.

En los medios homogéneos la trayectoria de tiempo mínimo es una recta, pero cuando existe heterogeneidad éstas varían. A continuación se deducirán expresiones para los tiempos de viaje en aquellas situaciones. Las mismas serán utilizadas luego en el capítulo 6 y la planilla matemática PM6.4 (Anexo A).

Sean los puntos *E* y *R* (Figura 1.7). Se pretende calcular la trayectoria de tiempo mínimo entre los mismos. De la figura se puede obtener:

$$\begin{aligned}
&\Delta s = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta z^2} = \sqrt{1 + \left(\Delta z / \Delta x\right)^2}.\Delta x \\
&s = \sum \Delta s = \sum \sqrt{1 + \left(\Delta z / \Delta x\right)^2}.\Delta x \\
&En\ el\ límite: \Delta z / \Delta x = dz / dx = z' \\
&ds = \sqrt{1 + z'^2}.dx
\end{aligned} \tag{1.18}$$

la expresión general para la velocidad, reemplazando la última de las ecuaciones 1.18:

$$V = \frac{ds}{dt} \Rightarrow \qquad t = \int \frac{ds}{V} = \int \frac{\sqrt{1 + z'^2}}{V} dx \tag{1.19}$$

Supóngase que la velocidad varíe verticalmente con la siguiente ley:

$$V_z(z) = a + b.z \text{ (heterogeneidad vertical)} \tag{1.20}$$

reemplazando en ecuación 1.19:

$$t(z) = \int \frac{ds}{V_z(z)} = \int \frac{\sqrt{1 + z'^2}}{a + b.z} dx \tag{1.21}$$

Hay que encontrar *z(x)* que haga mínimo el *t(z)*. Para ello se hace uso del cálculo variacional (capítulo 4), aplicando la conocida expresión de Euler.

$$\begin{aligned}
&Sea: t(z) = \int_{x0}^{x1} F(x, z, z') dx \\
&con: z' = dz / dx
\end{aligned} \tag{1.22}$$

La expresión general para la ecuación de Euler es (Elsgoltz, 1977):

$$\underbrace{F_z}_{\substack{x=cte \\ z'=cte}} - \overbrace{\frac{d}{dx}}^{total} \underbrace{\left(F_{z'}\right)}_{\substack{x=cte \\ z=cte}} = 0 \qquad \text{EDO de 2º Orden} \tag{1.23}$$

En ecuación 1.21 *F=F(x,z,z')*. La ecuación de Euler se simplifica cuando *x=cte* (como será el caso aquí) a:

$$\begin{aligned} &F - z'.F_{z'} = C1 \\ &F = F(z, z') \end{aligned} \qquad \text{EDO de 1º Orden} \qquad (1.24)$$

Se evaluará la ecuación (1.21) a partir de la expresión simplificada de Euler (1.24) (se considera *x=cte,* es decir la velocidad no varía en esa dirección).

$$\frac{\sqrt{1+z'^2}}{a+b.z} - \frac{z'^2}{(a+b.z)\sqrt{1+z'^2}} = cte$$

$$con: \frac{d}{dz'}\left(\sqrt{1+z'^2}\right) = \frac{z'}{\sqrt{1+z'^2}}$$

$$común\ denominador:$$

$$\frac{1+z'^2-z'^2}{(a+b.z)\sqrt{1+z'^2}} = cte \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{(a+b.z)\sqrt{1+z'^2}} = cte \qquad (1.25)$$

$$reemplazar: z' = cotg\theta = \frac{cos\theta}{sen\theta}; \qquad \theta: ángulo\ respecto\ a\ la\ horizontal.$$

$$luego:$$

$$1 + cotg^2\theta = cosec^2\theta = \frac{1}{sen^2\theta},\ reemplazando\ en\ ec.\ (1.25)$$

$$\frac{sen\theta}{(a+bz)} = cte \quad (1.26) \quad \Rightarrow \quad \frac{sen\theta}{V} = p \qquad (Ley\ de\ Snell) \qquad (1.27)$$

La (1.27) es una expresión general para trayectoria de tiempo mínimo (cumple la ecuación de Euler).

La Figura 1.8 representa el caso general de aplicación de la Ley de Snell, siendo su expresión:

$$\frac{seni}{V_1} = \frac{sen\theta_{P1}}{V_{P1}} = \frac{sen\theta_{S1}}{V_{S1}} = \frac{sen\theta_{P2}}{V_{P2}} = \frac{sen\theta_{S2}}{V_{S2}} = p$$

$$V_{P1} = velocidad\ onda\ P\ en\ el\ medio 1. \qquad (1.28)$$

$$\theta_{P1} = ángulo\ de\ incidencia\ onda\ P\ en\ medio\ 1.$$

$$V_{S1} = velocidad\ onda\ S\ en\ el\ medio 1.$$

el factor p se denomina parámetro del rayo. La ecuación (1.28) indica que cualquier onda que arribe a una interfase, ya sea que se refleje y/o refracte, lo hará siguiendo una trayectoria de tiempo mínimo.

Finalmente el *Anexo B* contiene el desarrollo de las expresiones para las posiciones y tiempos de rayos en medios heterogéneos y/o anisótropos, es decir que no cumplen con la hipótesis del rayo recto.

1.3 Ondas Elásticas en Medios Particulados.

Las expresiones (1.16) y (1.17) se pueden expresar en función de los módulos dinámicos como sigue (ver Tabla 1.2):

$$V_P = \sqrt{\frac{B + \frac{4}{3}G}{\rho}} \qquad (1.29)$$
$$V_S = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

Cuando la hipótesis del continuo deja de ser válida, se alteran las expresiones encontradas para V_P y V_S, debido a que se modifican los módulos dinámicos, fundamentalmente B y G y la densidad ρ del medio. Ocurren varios fenómenos:

PRIMERO: Deja de existir una fase única (e.g. sólida). Ahora interactúan la sólida-líquida y gaseosa. Por ende los parámetros B, G y ρ serán una combinación de los tres tipos de medios. De tal modo, las velocidades de propagación se verán afectadas.

Para ampliar ver revisiones por Santamarina, Klein & Fam (2001); Jong Sub-Lee (2003); Carmichael (1982, 1989); Johnston (1981); Ishihara, Huang & Tsuchiya (1998); Murphy (1982).

SEGUNDO: A su vez y para cada una de las fases, las mismas no están constituidas por medios continuos, sino conformados, bien por partículas, o en su defecto (caso de los gases) los poros se pueden asimilar a partículas de ‘aire’ o gas.

TERCERO: Además los medios, tomados en conjunto, están sometidos a fuerzas exteriores, tales como aquellas producidas por la gravedad (i.e. heterogeneidad y anisotropía provocada por el peso de las capas superiores de material).

CUARTO: Entonces se producen fenómenos de refracción, reflexión, difracción, dispersión, cambio de modo de propagación (e.g. de *P* a *S* o viceversa), atenuación, cuasi-propagación entre otros. Además aparecen otros tipos de ondas, tales como Rayleigh, Love, Lamb, Stoneley, etc. (*sección 1.2.5*). (Kolsky, 1963; White, 1983; Achenbach, 1975).

Existen expresiones para los módulos B, G y ρ de los medios compuestos, así como para las velocidades de propagación asociadas. Muchas de estas determinaciones son empíricas por la gran variación que presentan las propiedades de los suelos y medios particulados considerados.

1.4 Determinación de Primeros Arribos de Ondas.

Se han investigado varias metodologías para determinar los primeros arribos de las ondas (Fernández, 2000). Entre ellos se puede mencionar:

Inversión de Polaridades: Se invierte la polaridad de emisión. Luego se suman las señales con lo que se anulan las ondas *S* y se resaltan las *P*. Cabe destacar que las últimas poseen menores amplitudes y mayor contenido de frecuencia que las primeras.

Automático: Se pre-define un nivel de ruido umbral, la primera llegada que lo supere se considera como primer arribo. Este procedimiento es muy riesgoso y debe ser monitoreado por un especialista. El tiempo que demanda el monitoreo prácticamente es el mismo que el último que se describe; funcionando solo cuando se conoce con exactitud el patrón de emisión y la relación señal – ruido es alta, lo que permite eliminar toda posibilidad de detectar ruidos con primeros arribos.

Correlación: Se correlaciona la señal de entrada al medio con la salida. Esta técnica detecta las similitudes y se mide el desplazamiento en tiempo entre ambas. No funciona cuando el contenido en frecuencia de la señal de entrada y la de salida es notoria.

Inspección Visual: El intérprete reconoce y marca las primeras llegadas en base a su experiencia. Solo requiere conocimiento del comportamiento de las ondas por parte del mismo (e.g. reconocer si es arribo directo, refracción, reflexión, u otros tipo de onda que pudieran interferir).

En este trabajo se utilizará siempre el último procedimiento.

1.5 Estudio de Ondas en el Interior de Una Probeta de Ensayo.

1.5.1 Tipos de Ondas que se propagan en el interior de una probeta de ensayo.

En todo el proyecto se trabajará con propagación de ondas sísmicas en medios (gravas, arenas o bien agua) delimitados por paredes de diversos materiales. La interacción de las ondas con los mismos producirá diversos fenómenos que se deberán tener en cuenta al momento de procesar los registros, a fin de evitar confundir tipos de arribos.

A continuación se considerará el caso típico de un conjunto emisor *E* – receptor *R*, separados una distancia *H* e insertos en una probeta cilíndrica de acero de radio *r* (Figura 1.9-a).

Cuatro son los tipos de ondas que arriban, en distintos tiempos o no, al receptor, provenientes del emisor:

La onda directa, que solo se transmite por el medio que separa el *E* del *R*.

Ondas reflejadas, que se reflejan en las paredes alcanzando al receptor siempre a un tiempo mayor del directo.

Ondas transmitidas por la probeta; que se transmiten por las paredes, tapa y piso de la misma, arribando *antes* que la directa por la velocidad mucho mayor de propagación en este material.

Ondas refractadas en las paredes de la probeta de ensayo. Dependiendo de la velocidad del suelo, velocidad de la pared y de la distancia emisor receptor; existirán casos en que se presenten arribos anteriores a los directos, induciendo a errores en los cálculos de velocidades de transmisión en el medio.

1.5.2 Refracción de Ondas en las Paredes de la Probeta de Ensayo.

La Figura 1.9.b representa esquemáticamente el problema planteado. *E* emite un frente de ondas omnidireccional (teóricamente). Al llegar a las paredes de la probeta se refractarán de acuerdo a la ley de Snell (sección 1.2.7; ec. 1.28):

$$\frac{seno(i)}{seno(\theta_2)} = \frac{V1}{V2} \qquad (1.30)$$

donde i y θ_2 indican respectivamente los ángulos de incidencia y refracción (respecto de la normal a la interfase) y $V1$, $V2$ las velocidades de propagación, para el mismo tipo de onda, en los medios 1 y 2 (es decir muestra en la probeta y pared de la misma, respectivamente). Si $V2>V1$ entonces para mantener la igualdad deberá cumplirse que $i<\theta_2$. Entonces existirá un determinado ángulo $i=ic$ / $\theta_2=90^o$. Dicho parámetro recibe el nombre de *ángulo crítico* o de *refracción total*. La expresión luego quedará:

$$seno(ic) = \frac{V1}{V2} \tag{1.31}$$

Como cada punto se comporta a su vez como un emisor polidireccional de ondas, existirá uno en el que la onda se transmita hasta el receptor con el mismo ángulo ic (por el Principio de Fermat será el ángulo de tiempo mínimo).

Cálculo del Tiempo de Refracción.

La Figura 1.9.b representa un rayo normal al frente de onda que sale del emisor E y llega finalmente al receptor R siguiendo el camino $EABR$, por lo que el tiempo de arribo será:

$$trfr = \frac{EA}{V1} + \frac{AB}{V2} + \frac{BR}{V1} \tag{1.32}$$

Además:

$$sen(ic) = \frac{V1}{V2} = \frac{AL}{AE} \Rightarrow AL = AE.sen(ic) \tag{1.33}$$

$$cos(ic) = \frac{LE}{AE} \Rightarrow AE = \frac{LE}{cos(ic)} = \frac{r}{cos(ic)} \tag{1.34}$$

reemplazando:

$$AB = H - 2AL = H - 2AEsen(ic) = H - \frac{2r}{cos(ic)} sen(ic) \tag{1.35}$$

Finalmente:

$$AB = H - 2r.tg(ic) \tag{1.36}$$

Reemplazando en ecuación (1.32) y colocando todo en función de *V1* (con ayuda de ec.(1.31):

$$trfr = \frac{2r}{V1\cos(ic)} + \frac{(H - 2rtg(ic))}{V2} = \frac{2r}{V1\cos(ic)} + \frac{H}{V1}sen(ic) - \frac{2r}{V1}sen^2(ic)\frac{1}{\cos(ic)}$$

agrupando:

$$trfr = \frac{2r}{V1\cos(ic)}\overbrace{(1 - sen^2(ic))}^{\cos^2(ic)} + \frac{H}{V1}sen(ic) = \frac{H}{V1}sen(ic) + \frac{2r}{V1}\cos(ic)$$

Finalmente:

$$\boxed{trfr = \frac{H}{V2} + \frac{2r}{V1}\cos(ic)} \tag{1.37}$$

La expresión (1.37) permitirá calcular (predecir) los tiempos de arribo teóricos de las ondas refractadas en las paredes de la probeta, conociendo tanto *V2* (dato estimado, ver Santamarina, Klein & Fam, 2001; pág. 250-251, V_{acero}) como *V1* (calculado, ver capítulo 3) para distancias emisor receptor *H* variables. El parámetro *r* es constante, e igual al radio de la probeta.

La Planilla Matemática PM 1.1 (Anexo A) presenta los resultados obtenidos considerando el radio de probeta utilizado *r=0.0625 m, V2=6000 m/s*, *V1* variable desde 100 m/s hasta 250 m/s. y *H* variable desde 0.07m a 0.17m.-

Discusión

La Figura 1.10 representa 6 pares de segmentos conteniendo cada uno los tiempos de arribo directos (línea llena) y refractados (línea de puntos, color correspondiente) para una determinada combinación de *V1*; *V2* (*V2=6000 m/seg*., constante) y distancias crecientes emisor receptor *H* en abcisas. El punto de intersección de cada uno de ellos entre sí se conoce como punto crítico (Dobrin, 1975). Para distancias *H* mayores que él las primeras llegadas NO serán las directas sino las refractadas. Uniendo todos los puntos de intersección se obtiene una línea crítica que indica que para valores de separación emisor receptor superiores a 0.125 m (con el radio considerado) los

primeros arribos serán efectivamente refracciones, por lo que considerarlos como directos arrastrará un error en el cálculo de *V1* (cuando se haga la regresión lineal, Capítulo 3).

1.5.3 Reflexión de Ondas en las Paredes de la Probeta de Ensayo.

Además de las refractadas existen otro tipo de ondas que interfieren las registradas en *R*, entre ellas las que se reflejan en las paredes de la probeta.

La expresión para los primeros arribos reflejados es, teniendo en cuenta la Figura 1.9.d (Heiland, 1940):

$$\boxed{trfl = \frac{1}{V1}\left(H^2 + 4r^2\right)^{\frac{1}{2}}} \qquad (1.38)$$

La Figura 1.11 representa gráficamente reflexiones y arribos directos en el interior de la probeta cilíndrica idéntica que en el caso anterior. Se verifica que nunca los arribos reflejados llegarán en tiempos iguales o menores a los directos. Sin embargo se efectuó el análisis de las mismas, debido a que si el contraste entre *V1* y *V2* es muy grande, la energía de la onda reflejada será aproximada a la de la directa. De acuerdo a lo anterior, si los tiempos de arribo son cercanos entre sí se producirá interferencia entre las mismas.

1.5.4 Ondas que se Propagan por las Paredes.

Se trata de ondas que se propagan a la velocidad de las paredes, en este caso de 6000 m/s (V_{acero}), por lo que el tiempo de arribo será función de *H* al igual que en los casos anteriores.

Observando la Figura 1.9.c se ve que:

$$tp = \frac{EL}{V2} + \frac{LM}{V2} + \frac{MR}{V2} = \frac{r}{V2} + \frac{H}{V2} + \frac{r}{V2}$$

finalmente:

$$\boxed{tp = \frac{1}{V2} \cdot \left(2r + H\right)} \qquad (1.39)$$

El tiempo de arribo depende solo de *V2* y de la distancia *H* (para *r=cte*). En la PM 1.1 se calcularon valores de *tp* para varias separaciones *H* y se aprecia que las ondas arriban en tiempos mucho menores que en los demás casos (Figura 1.11).

1.6 Conclusiones.

El fenómeno de transmisión de ondas es complejo, aún en medios continuos. Sin embargo como la deformación producida por las ondas es infinitesimal (caso de ondas de baja amplitud) se puede considerar al medio como elástico – lineal, por lo que se puede aplicar la Ley de Hooke. Si a su vez se considera al medio como homogéneo la teoría se simplifica aún más dependiendo el comportamiento de los esfuerzos y deformaciones asociadas de solo dos constantes (de Lamé). Entonces las expresiones *M, E, B,* v y μ se calculan fácilmente a partir del cálculo de V (i.e. V_S y V_P).

Se puede utilizar la Teoría del Continuo cuando las dimensiones de las partículas a_c son suficientemente menores a la longitud de onda característica del medio λ. Entonces se puede considerar la Teoría del Rayo; que se utilizará en los capítulos siguientes para determinación de velocidades a partir de los tiempos de viaje.

El estudio sobre la propagación de las ondas en el interior de la probeta de ensayo permitirá predecir y por lo tanto evitar la influencia de las ondas refractadas, reflejadas y transmitidas por las paredes de la misma en la lectura de primeros arribos.

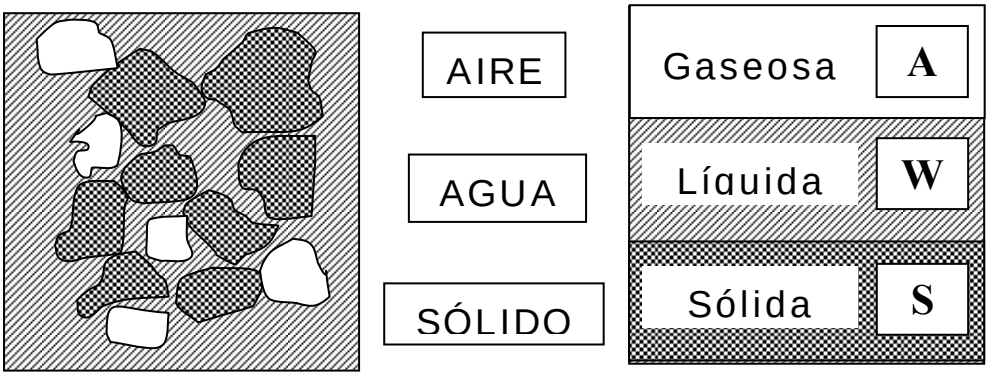


Figura 1.1 Diferentes Fases de un Suelo

GRUPOS PRINCIPALES			DESCRIPCION DEL SUELO Y SIMBOLO DE LETRAS
SUELOS DE GRANO GRUESO (más del 50% del material queda retenido por tamiz #200)	**GRAVA Y SUELOS C/GRAVA** más del 50% de la fracción gruesa retenido por tamiz #4	**GRAVA LIMPIA**	**GW**: grava bien graduada. grava + arena con poca o nula presencia de finos
			GP: grava mal graduada. Con poca arena. Con pocos o nulos finos.
		GRAVA C/ FINOS finos en cantidad apreciable	**GM**: grava limosa
			GC: grava arcillosa
	ARENA Y SUELOS ARCILLOSOS menos del 50% de la fracción gruesa retenido por el tamiz #4	**ARENA LIMPIA**	**SW**: Arena bien graduada. Arenas con grava. Con poco o nulos finos.
			SP: Arena mal graduada. Arenas con grava. Con poco o nulos finos.
		ARENA C/ FINOS finos en cantidad apreciable.	**SM**: Arena limosa
			SC: Arena arcillosa.
SUELOS DE GRANO FINO (menos del 50% del material queda retenido por tamiz #200)	**LIMO Y ARCILLA** Límite líquido < 50		**ML**: Limos inorgánicos y arenas muy finas. Poco o nulo contenido de arcillas.
			CL: arcillas inorgánicas poco plásticas o de plasticidad mediana
			OL: limos orgánicos y arcillas limosas orgánicas poco plásticas.
	LIMO Y ARCILLA Límite líquido > 50		**MH**: Limos inorgánicos con mica
			CH: arcillas inorgánicas muy plásticas.
			OH: arcillas orgánicas de plasticidad mediana a muy plásticas. limos orgánicos.
SUELOS MUY ORGÁNICOS			**PT**: turba. suelos de pantanos con mucha materia orgánica.

Figura 1.2 Clasificación Unificada de Suelos.

Figura 1.3 Imágenes satelitales de la zona donde se extrajeron las muestras para esta Tesis. Valle aluvial Ullum-Zonda del Río San Juan. Provincia de San Juan. República Argentina (*fuente: googlearth, 2006*)

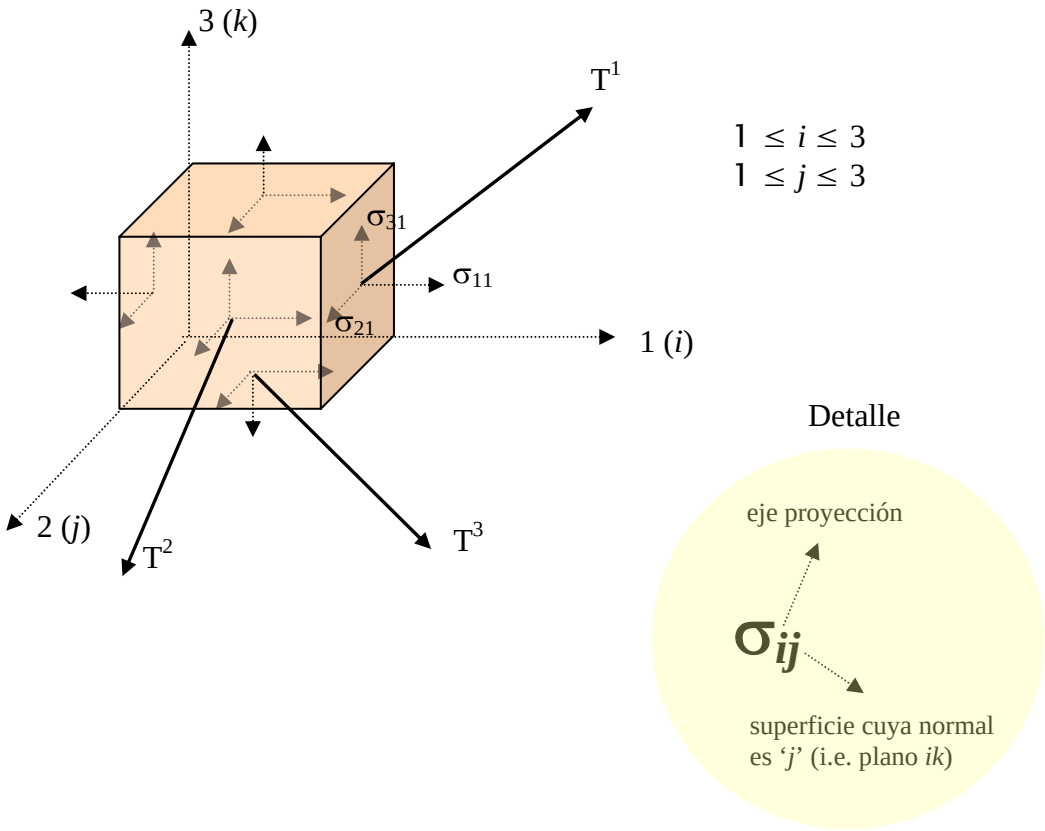


Figura 1.4 Direcciones de esfuerzos en un elemento cúbico de volumen y convención de símbolos.

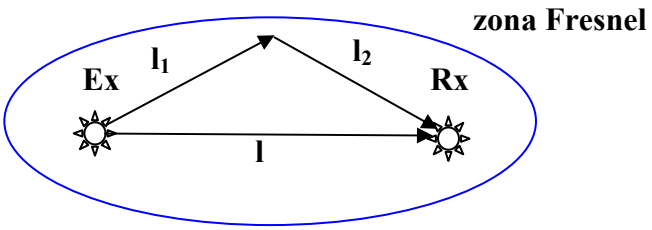


Figura 1.5. Elipse de Fresnel. Depende de la longitud de onda característica de la propagación. $(l_1+l_2) \leq l+\lambda/4$ ó $l+\lambda/2$. *(fuente: Santamarina & Fratta, 1998)*

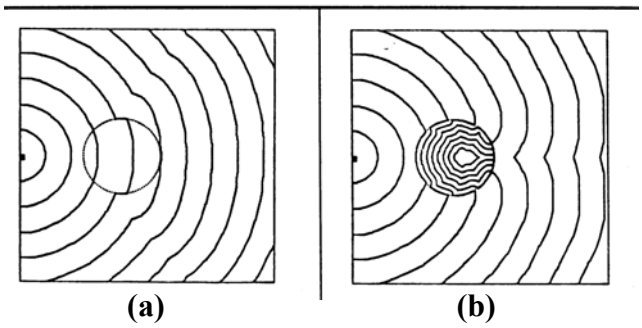


Figura 1.6. Efectos de la Difracción en el tiempo de viaje y propagación. (a) Inclusión de alta velocidad. (b) Idem baja velocidad. (*fuente: Potts & Santamarina, 1993*).-

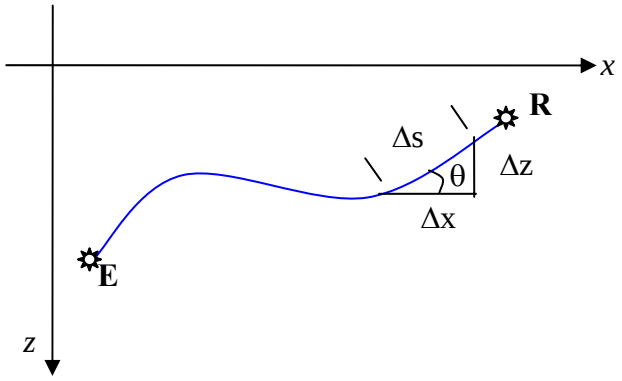


Figura 1.7 Principio de Fermat. Distancia emisor-receptor.

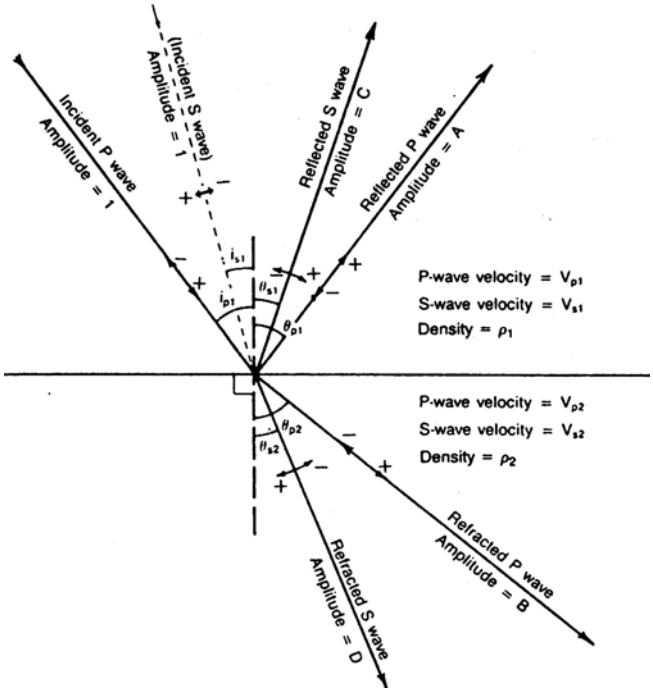


Figura 1.8. Ley de Snell. El parámetro del rayo 'p' se mantiene constante en cualquier caso *(fuente: Sheriff; 1994)*

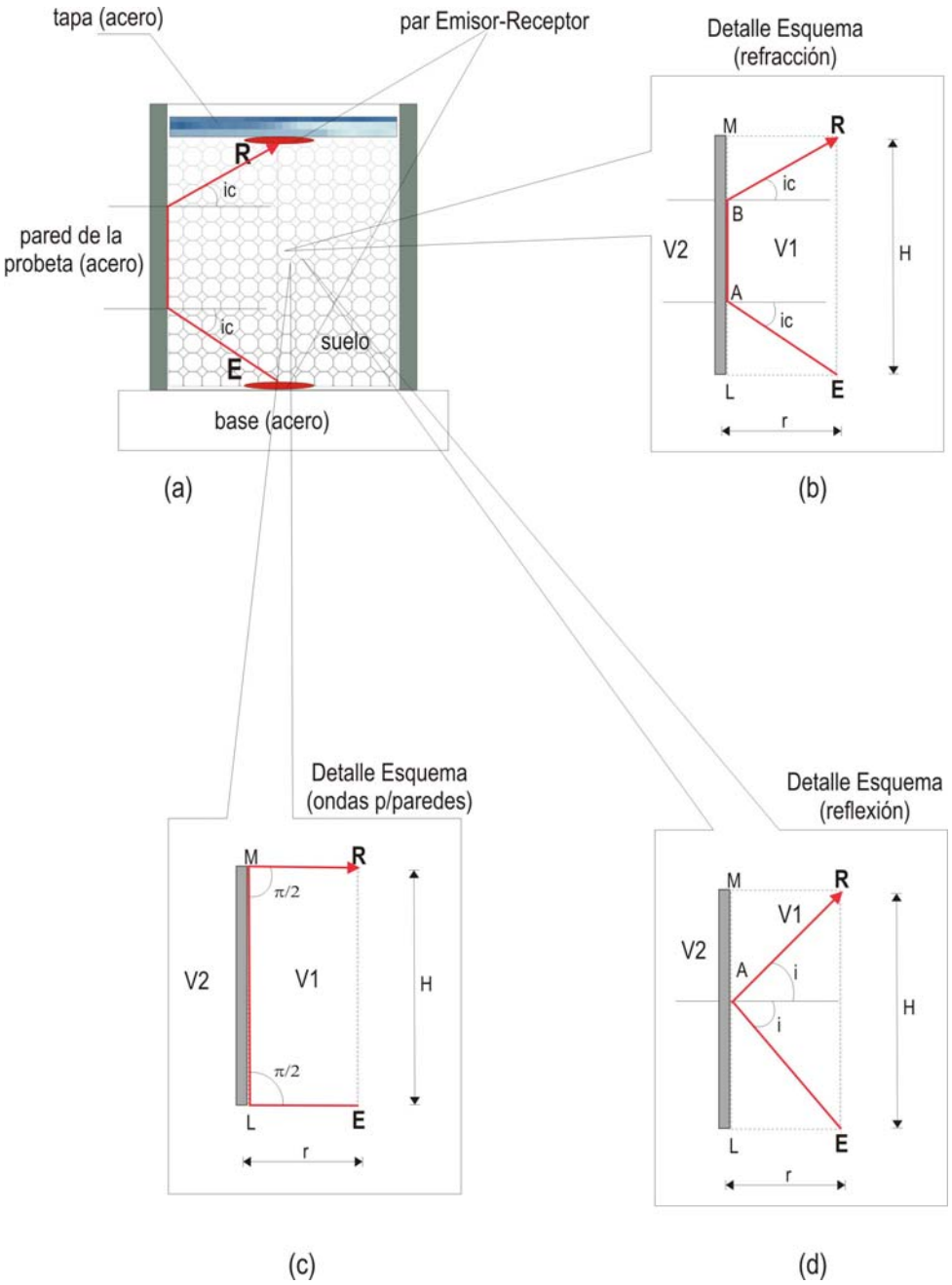


Figura 1.9. Ondas en el interior de la probeta que contiene un material de velocidad V1 que arriban al receptor *R* procedentes del Emisor *E*. (a) Situación Real. Probeta; (b) Esquema del fenómeno de refracción. (c) Ondas por las paredes. (d) Ondas reflejadas.

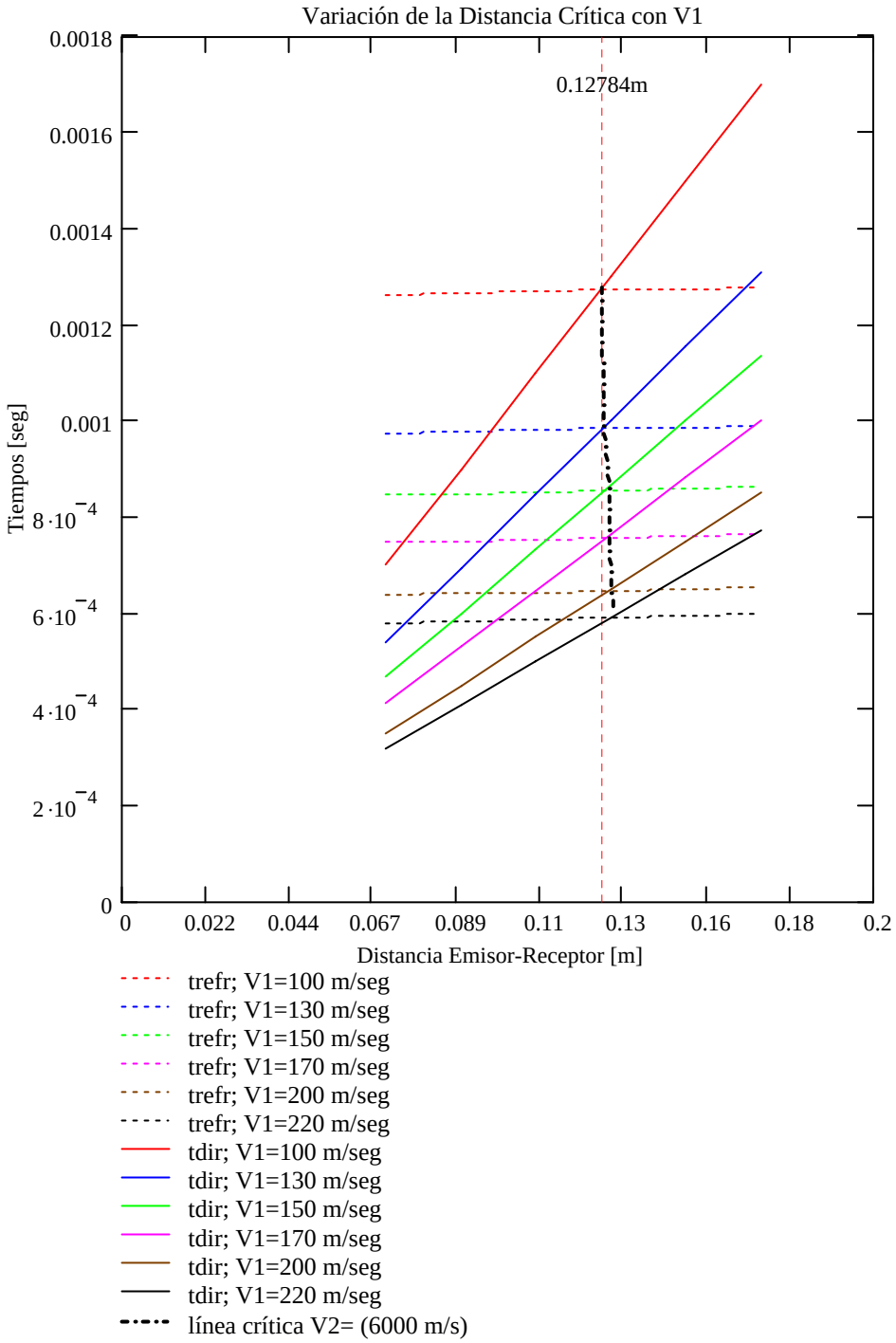


Figura 1.10. Primeros Arribos de Ondas Directas y Refractadas transmitidas dentro de una probeta de acero. r=0.0625 m (radio probeta); H (distancia E-R)=variable desde 0.07m a 0.17m. (desarrollado en PM 1.1, Anexo A)

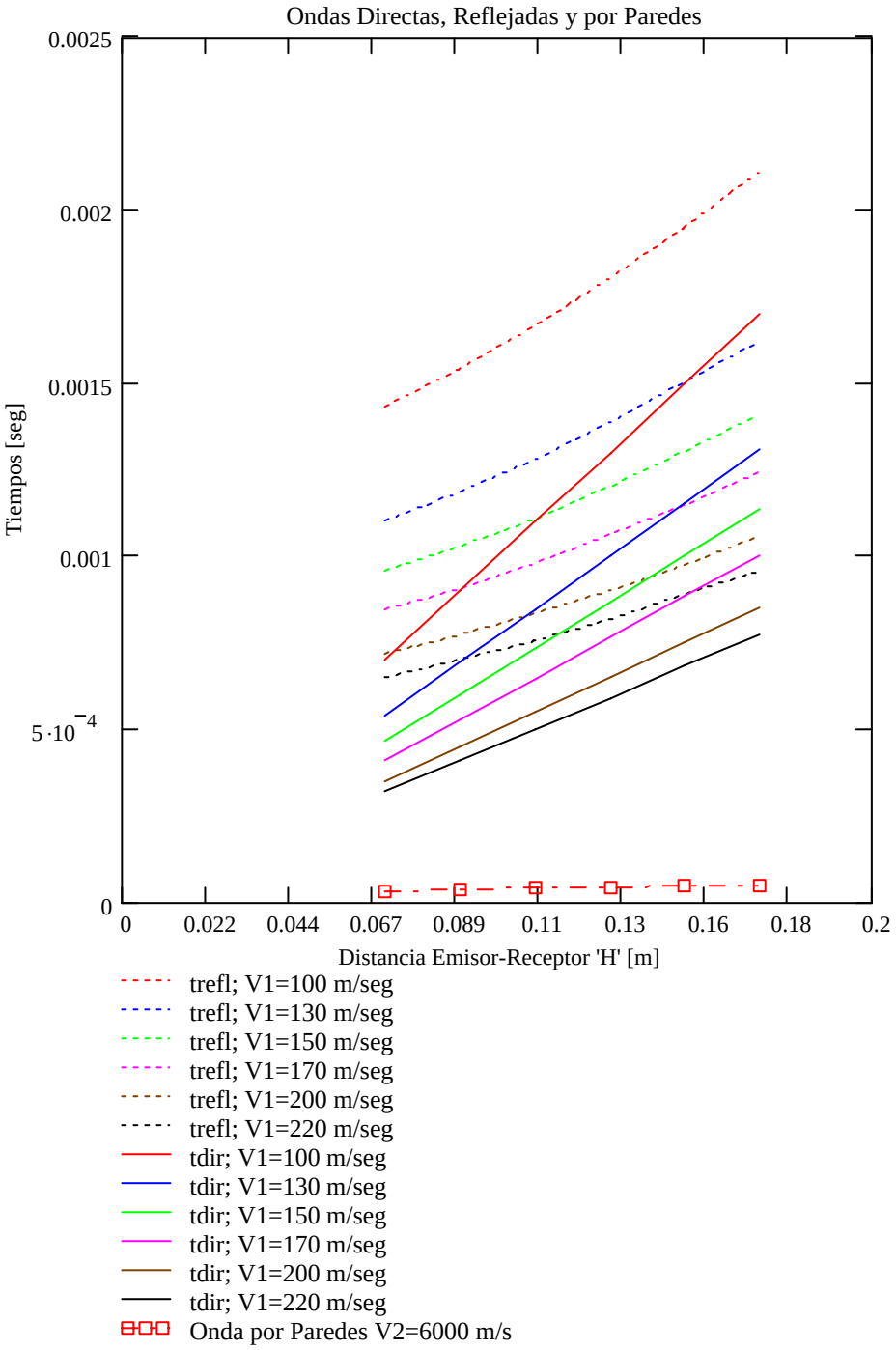


Figura 1.11. Primeros Arribos de Ondas Directas, Reflejadas y transmitidas por las paredes de la misma probeta de acero anterior e idéntica variación de H. (desarrollado en PM 1.1, Anexo A)

Tabla 1.1. (a) Forma Volumétrica y Textura Superficial de las Muestras de Suelo Utilizadas en la Tesis. (b) Composición [%] ***(Cortesía: Instituto de Materiales y Suelos, FI-UNSJ)***

NRO MUESTRA	CAPITULO	TAMAÑO	ESFERICIDAD	TEXTURA
1	2	pasa #50	0.7	subangulosa a subredondeada
2	3	#20 - #50	0.8	subredondeada
3	3	#8 - #20	0.7	subangulosa a subredondeada
4	3	#2 - #8	0.8	subredondeada a redonda
5	6	pasa # 30 (ver otras propiedades en Tabla 6.1 y Figura 6.4)	0.6	subangulosa a subredondeada

(a)

COMPOSICIÓN	MUESTRA 1	MUESTRA 2	MUESTRA 3	MUESTRA 4	MUESTRA 5
Granitos y Pórfidos graníticos	11	6	7	10	9
Riolitas y Pórfidos Riolíticos	8	12	17	7	10
Tobas	7	9	16	27	7
Areniscas y Cuarcitas	23	27	35	39	20
Grauvacas	---	12	8	8	13
Calizas	---	8	5	---	9
Cuarzo	25	21	1	2	18
Otros	26	5	11	7	14
Total [%]	**100**	**100**	**100**	**100**	**100**

(b)

Tabla 1.2. Algunas Relaciones entre Constantes Elásticas.

Módulo de Young	σ_z / ε_z $(\sigma_X = \sigma_Y = 0)$	E	$\frac{9BG}{3B+G}$
Coef. de Poisson	$-\frac{\varepsilon \perp}{\varepsilon //}$	ν	$\frac{3B-2G}{2(3B+G)}$
Módulo de Bulk	σ_0 / ε_V $\sigma_0 : isotrópico$	$\frac{E}{3(1-2\nu)}$	B
Módulo de Compresión	σ_Z / ε_Z $(\varepsilon_X = \varepsilon_Y = 0)$	$\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)}$	$B + \frac{4}{3}G$
Módulo de Corte	τ / γ	$\frac{E}{2(1+\nu)}$	G

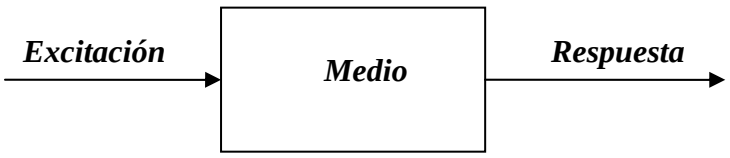
CAPITULO 2

SISTEMA DE MEDICION

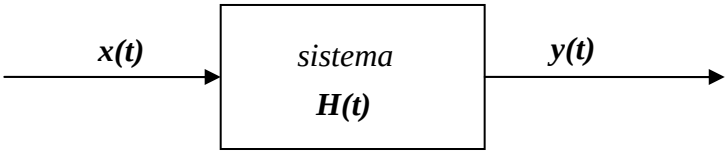
2.1 Introducción.

Un sistema de emisión y adquisición de datos comprende el proceso completo por el cual se produce, natural o artificialmente, una generación y liberación de energía la cuál atraviesa e interactúa con el medio que se desea estudiar, registrándose la respuesta del mismo a dicha excitación por el proceso de adquisición de datos. En la misma se encuentra toda la información necesaria sobre el medio estudiado (Santamarina *et al*, 2000)

En síntesis:



En nomenclatura matemática se expresa como:



$$y(t) = x(t)*H(t)$$

Donde *H* se denomina 'Función de Transferencia' de la señal de entrada *x(t)* a la de salida *y(t)* que se constituye en la convolución entre la entrada y la información del sistema. El parámetro *t* se refiere a la variable independiente, que puede ser por ejemplo el tiempo.

Por ejemplo, y teniendo en cuenta la exploración sísmica, existe una generación artificial de energía que produce una señal *x(t)* (ondas sísmicas) que se propaga por el subsuelo (sistema *H*), y la respuesta del mismo (señal de salida *y(t)*) se captura con un sistema de adquisición de datos comprendido por geófonos, cables y sismógrafo.

El esquema de Figura 2.1 sintetiza el sistema de medición completo tal como se empleará.

El concepto de transductor se refiere al artefacto que, acoplado en forma debida al sistema, permite introducir y extraer la señal del mismo, cambiando un tipo de energía en otro. Pueden ser pasivos o activos. Los pasivos se emplean en la recepción de datos y generalmente transforman señales de diferente tipo en señales eléctricas. Los activos señales eléctricas en mecánicas. Por ejemplo en prospección sísmica un transductor pasivo es el geófono que transforma un temblor de tierra en una diferencia de potencial.

2.2 Instrumental Empleado y Desarrollado para la presente Investigación.

2.2.1 Generador de Funciones

Tiene por misión crear señales (ondas) en este caso senoidales, en un rango de frecuencias variables desde 100 Hz hasta 2 MHz. La tensión de salida del instrumento empleado posee un rango 0-22 Volts.

2.2.2 Generador de Impulsos (Pulser).

Se diseñó y construyó un equipo encargado de emitir excitaciones impulsivas de corta duración (10 μs) en forma periódica (cada 10 mseg.) y con amplitudes altas (rango 40 - 400Volt).

2.2.3 Amplificador de señales.

Se utilizó para los ensayos de este capítulo un amplificador operacional FET TL082 de 40 dB de ganancia, alimentado con 12 VCC, construido para tal fin, con filtro pasa altos de 100 Hz..

2.2.4 Osciloscopio de almacenamiento Digital

A lo largo de todo el proyecto se utilizó un osciloscopio digital en tiempo real marca TEKTRONIX TDS 210 de 2 canales y uno adicional para trigger externo. Rango de operación: Frecuencias de 4 a 60 MHz, con 1 GSample/seg.

El instrumento posee una interfaz RS232. Se diseñó y elaboró un programa en lenguaje QuickBASIC para transferencia de datos a PC (Anexo D).

2.2.5 Transductores

"Se trata de un dispositivo que convierte una forma de energía en otra. Muchos tipos de transductores son reversibles, por ejemplo convirtiendo energía eléctrica en mecánica y viceversa." (Sheriff, 1991).

En la presente los mismos se construirán utilizando piezocristales de uso masivo (PZT) y se emplearán como activos (para emitir ondas sísmicas al medio) y pasivos (para recibir la respuesta del medio, transformarla en impulsos eléctricos y enviar los mismos al proceso de registro.

A continuación se describirán los PZT y el proceso de construcción de los transductores que se utilizan a lo largo del trabajo.

2.3 Elementos para Emisión y Recepción de Datos

Son los que permiten transformar energía eléctrica en mecánica y entregarla al medio; así como transformar la energía mecánica recibida en eléctrica para enviarla al sistema de registro.

Los piezocristales se basan en el principio de piezoelectricidad, que se describe a continuación.

2.3.1 Fundamentos de la Piezoelectricidad.

El fenómeno de la piezoelectricidad fue descubierto en 1880 por los hermanos Jacques y Pierre Curie cuando observaron que ciertos cristales se polarizaban eléctricamente cuando eran sometidos a fuerzas mecánicas (Figura 2.2). Se observó en estos elementos que la tracción y la compresión generan voltajes de polaridad opuesta y proporcional a la fuerza aplicada. Esto implica que funcionan como generadores de electricidad (Figura 2.3, b-c).

Luego se verificó que también podían comportarse de modo inverso, es decir como motores. A partir de excitarlos con una diferencia de potencial producían una deformación mecánica estirándose o acortándose de acuerdo a la polaridad del campo eléctrico y en proporción al mismo (Figura 2.3, d-e).

A estos fenómenos se los denominó como efectos piezoeléctricos: directo (generador) e inverso (motor), derivando el término del griego '*piezein*' que significa comprimir, presionar.

Las magnitudes de las tensiones producidas por los piezocristales, así como sus deformaciones, son pequeños; por lo que generalmente requieren amplificación. Los materiales piezoeléctricos han sido

adaptados a un extenso campo de aplicación, entre los que se pueden mencionar: sensores de desplazamiento (efecto generador); generadores de señales de sonido y ultrasonido (efecto motor).

En el siglo XX se descubrieron diversos materiales que poseen esta misma capacidad de generar piezoelectricidad. Son cerámicos probados con óxidos de diversos tipos, por ejemplo Zirconatos y Titanatos de Pb, los que exhiben mejor comportamiento que cerámicos de otro tipo. Comúnmente se denominan como PZT. *Aunque esta denominación no es del todo precisa, no obstante se la utilizará a lo largo del trabajo* (Gallego Juárez, 1998).

Los tipos más comunes de PZT son dos: i) disk cells (Figura 2.4-a); ii) bender elements (Figura 2.4-b). Solo se utilizarán los primeros, especiales para generar ondas *P*. En cuanto a los segundos, se los utiliza para obtener ondas *S* principalmente.

2.3.2 Estructura de un Transductor

La Figura 2.5 representa esquemáticamente la estructura típica de los transductores piezoeléctricos que se construyeron para todos los ensayos a lo largo del presente trabajo de investigación.

PZT: Su función como se mencionó es convertir energía eléctrica en mecánica y viceversa. Un impulso eléctrico hace vibrar el PZT fundamentalmente a su frecuencia de resonancia (Wells, 1977). La misma es inversamente proporcional al espesor del material piezoeléctrico (siendo el mismo aproximadamente $\lambda/2$) Además el ancho de banda también posee una relación inversa con la duración de la excitación (Jong-Sub Lee, 2003).

Capa Acoplante (eng. matching layer): Tiene por fin mejorar el acoplamiento entre el PZT y el medio además de proteger el material componente del mismo. Generalmente es una película de latón. Esta capa afecta la sensibilidad y ancho de banda del transductor.

Caja (eng.:casing): Para aislar mecánicamente el sistema.

Bloque de Apoyo (eng.: backing block, BA): Tiene la función de recibir la energía transmitida y amortiguarla (*eng.: damping*). La impedancia acústica del BA debiera ser lo más parecida a la del material piezoeléctrico a fin de evitar reflexiones internas. Las ondas con mayor amortiguamiento poseen menor duración, con ancho de banda mayor y menores amplitudes. En este trabajo se probaron diversos materiales disponibles utilizándose finalmente una masilla elástica epoxy de largo tiempo de fraguado que produjo ondas con amortiguación intermedia (*eng.:intermediate damping*).

2.4 Caracterización de Un Piezocristal Típico.

A fin de conocer el comportamiento de los PZT, resulta necesario caracterizarlos, electrónica y mecánicamente. Los parámetros necesarios para lograrlo son los siguientes:

- Encontrar un Modelo Equivalente Eléctrico.
- Frecuencia de Resonancia.
- Campo Cercano (*eng.: Near Field*).
- Directividad.
- Factor de Acoplamiento Electromecánico.

2.4.1 Modelo Equivalente.

Un transductor piezoeléctrico puede ser representado mediante el circuito equivalente de Figura 2.6 (Van Randeraat et al, 1974; Veca, A. ,1992). Determinando *Co, C1, L1 y R1* se tendrá caracterizado eléctricamente el PZT.

Para calcular los parámetros citados en forma experimental, se implementó el circuito de Figura 2.7. Se conectó en serie el PZT seleccionado con una resistencia de 10 kΩ, 5% de tolerancia (*r*) a fin de limitar la circulación de corriente, y un generador de funciones (*GFUN*).

La tensión V_Z está relacionada con V_G (para cada valor de frecuencia) a través de un divisor de tensión, según la siguiente expresión:

$$V_Z(f) = V_G \cdot \frac{Z(f)}{Z(f)+r} \tag{2.1}$$

operando:

$$A = \frac{V_Z(f)}{V_G} = \frac{Z(f)}{Z(f)+r} \tag{2.2}$$

despejando:

$$Z(f) = \frac{A(f)\cdot r}{1-A(f)} \tag{2.3}$$

Con el DSO o bien un multímetro, se registra V_Z y V_G y se calcula el valor *A(f)* para cada frecuencia generada por el GFUN, y se calcula *Z(f)* con la ecuación (2.3); representando gráficamente *Z* versus frecuencia *f* se obtendrá una curva de descarga capacitiva (Figura 2.9). Según Van Randeraat (*op. cit.*) las oscilaciones en la misma están vinculadas con la frecuencia de resonancia del mismo.

El valor mínimo de impedancia se produce cuando se anulan las componentes *LC* del circuito serie (Figura 2.6) y corresponde entonces a *R1*:

$$R1 = min(Z(f)) \tag{2.4}$$

La frecuencia correspondiente al valor mínimo de impedancia se denomina como *frecuencia serie (fs)*. De igual forma, la correspondiente al valor máximo siguiente de impedancia se denomina como frecuencia de anti-resonancia o *frecuencia paralelo (fp).*Cuando se trabaja con frecuencias bajas, la rama serie representa un valor despreciable y el circuito y su impedancia se reducen a *Co* y $Z=X_{Co}$. Entonces será posible determinar *L1, C1, R1* y *Co* a partir de las siguientes ecuaciones (Veca, op cit.):

$$XCo = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot Co}, \tag{2.5}$$

despejando *Co*:

$$Co = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot XCo} \tag{2.6}$$

$$C1 = Co \cdot \left(\frac{fp^2}{fs^2} - 1 \right) \tag{2.7}$$

$$L1 = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot fs)^2 \cdot C1} \tag{2.8}$$

Quedando con ello caracterizado eléctricamente el PZT.

2.4.2 Frecuencia de Resonancia

La misma indica la frecuencia de excitación para la cuál la señal de entrada se distorsiona menos al paso por el PZT.

Se llevaron a cabo dos tipos de ensayos para la determinación experimental de la respuesta frecuencial de un PZT típico (Figura 2.4.a) de 4.1 kHz, destacando que esta metodología se puede extender a cualquier piezoeléctrico.

En el primero de ellos se repitió el experimento de sección 2.4.1 pero sometiendo al PZT a presiones efectivas variables, colocándolo en una probeta cilíndrica llena con arena fina, la que luego fue sometida a estados de carga generada con prensa para determinar el comportamiento del cristal (i.e. su resonancia) a distintos estados de confinamiento.

En el segundo se colocaron en la probeta dos PZT de idénticas características y a cierta distancia uno del otro a fin de estudiar la resonancia del conjunto E (emisor) – suelo - R (receptor) a distintas presiones.

Primer Experimento) Un PZT sometido a estados de carga variable.

Metodología

Se introdujo el PZT en la probeta cilíndrica descrita (Figura 2.8) cubriéndolo con arena fina (SP, tamaño de grano ≤ 0.297mm, pasa tamiz #50, ASTM), procediendo a efectuar la adquisición para frecuencias crecientes según el intervalo mencionado y aumentando la presión efectiva luego de cada secuencia, hasta un máximo de 1775 kPa. Los resultados conjuntos se representan en Figura 2.10.

Resultados y Discusión

La Figura 2.10 representa el resultado de los ensayos a diferentes estados de confinamiento de un PZT en el material descrito, con cargas crecientes desde 0 a 1775 kPa. Se presentan dos picos resonantes, el primero a 3.2 kHz (Figura 2.10.a) y el restante a 70 kHz. aproximadamente (Figura 2.10.b).

Los valores de impedancia del PZT en el rango de confinamiento a que fue sometido varían desde aproximadamente 8000Ω (600 Hz) y hasta 30 Ω (300 kHz.), siguiendo una curva de descarga capacitiva.

A fin de efectuar un seguimiento de la resonancia para estados crecientes de carga (principalmente el pico fundamental de 3.2 kHz), lo que no se aprecia en Figura 2.10; se calculó la derivada numérica segunda de las curvas de decaimiento. La Figura 2.11 presenta el resultado para dos

estados diferentes de carga. Allí se comprueba que el cristal continúa resonando alrededor de los 3.2 kHz, no variando prácticamente ni *fs* ni *fp*.

De la curva correspondiente (Figura 2.9-a) se extrajeron los valores de *fs, fp y Z(fs) = R1*. Con esta información se calcularon *Co, C1, L1* (a presión atmosférica), cuyos valores se listan en Tabla 2.1

TABLA 2.1. Caracterización Eléctrica de un PZT típico						
Descripción	***f resonancia (fabricante)[kHz]***	***f resonancia (calculada)[kHz]***	***Co [nF]***	***C1 [nF]***	***L1 [mHy]***	***R1 [Ω]***
σ'=0	4.1	3.2	28	3.5	0.707	2040

Estos valores se mantuvieron aproximadamente constantes para cualquier estado de confinamiento debido a que la impedancia *Z* tiende a disminuir poco con el confinamiento para frecuencias bajas (9340Ω para *f*=600 Hz a presión atmosférica y 7737Ω para *f*=600 Hz y σ'=1775 kPa)

Como $Z=X_{C0}$ (frecuencias bajas), de acuerdo a ecuación (2.6) *Co* tampoco variará sustancialmente.

Entonces los valores de *C1* y *L1* (ecuaciones 2.7 y 2.8) dependerán de *fs* y *fp*, los que se mantienen aproximadamente constantes para los confinamientos a que fue sometido el PZT.

Por ende se pueden considerar los valores calculados de *Co, C1* y *L1* como constantes. Solo se modificará un poco *R1* para cada estado de confinamiento (desde 2401Ω a 2630Ω a 1775 kPa).

A continuación se analizará el comportamiento del sistema comprendido por 2 PZT confinados en una muestra idéntica de suelo

Segundo Experimento) Determinación de la frecuencia de resonancia del sistema compuesto por dos PZT insertos en el medio a diferentes presiones.

Se insertaron dos PZT (un emisor otro receptor) en una probeta cilíndrica, según el croquis de Figura 2.12 y el medio confinante fue idéntico al anterior.

Instrumental y conexiones

DSO: Osciloscopio digital TEK TDS210 con interfase RS232 para transferencia de datos a PC.
GFUN: Generador de funciones en el rango 0.1 – 2 MHz marca ESCORT. Amplitud de salida máxima 22 Volts.

AMPLIFICADOR: Un operacional FET TL082 de 40 dB de ganancia, alimentado con fuente de 12V CC.

Metodología

A fin de evitar el contacto eléctrico con el suelo, se recubrieron los PZT y cables de conexión en los puntos de soldadura con dos capas de poliuretano (barniz). Luego a uno de ellos se lo recubrió con pintura conductiva y luego se adhirió un conductor que se conectó a tierra. Esto para evitar el efecto de acoplamiento electromagnético entre el PZT emisor y PZT receptor (eng.: *cross-talk*) (Viggiani. *et al*, 1995, Arulnathan *et al*, 1998; Fioravante *et al*, 2001). Anular o minimizar los efectos del mismo resulta crítico en medios más conductivos (tales como arcillas, arenas y/o limos húmedos). Este fenómeno es generalmente registrado tan pronto como se dispara el emisor y se visualiza como una descarga capacitiva en el registro de arribos, que deforman la señal de entrada, especialmente cuando el tiempo de viaje de la onda es pequeño, lo que ocurre cuando se trabaja con muestras. (Lee, 2003).

Finalmente se recubrieron ambos PZT con una capa de epoxi a fin de protegerlos además de las elevadas presiones a que se sometieron. Se adhirió cada PZT tanto a la base de acero como a la tapa de la probeta cilíndrica con una masilla sintética epoxi (Figura 2.12). Una vez terminado el montaje se procedió a llevar a cabo los ensayos para cargas variables de la siguiente forma:

Con $F=0$ y fijada la amplitud de emisión en 22 V. en *GFUN*, se procedió a variar la frecuencia, registrando simultáneamente la amplitud de la onda recibida en el DSO, hasta valores de amplitud correspondientes al nivel de ruidos (1 mV), en el intervalo 0.1 kHz – 60 kHz.

Se incrementó F a 14.6 kPa y se repitió el primer paso, procediéndose en idéntica forma para las otras cargas. Finalmente se repitió el proceso inicial es decir con $F=0$ a fin de conocer el comportamiento del sistema luego del estado de carga.

Como corolario se volvió a medir la resonancia de los PZT (*sección 2.4.1*) a fin de verificar su funcionamiento (i.e. que no presentaren modificaciones en su frecuencia de resonancia ni se hubieran despolarizado).

Resultados y Discusión.

Para cada estado de confinamiento se obtuvo un gráfico que representó las variaciones de amplitud de la onda recibida en función de la frecuencia de emisión (Figura 2.13). A medida que se incrementó la presión de confinamiento los espectros correspondientes presentaron anchos de banda

y amplitudes mayores. Por ejemplo para σ'=0 kPa la banda cubre aproximadamente de 0-5kHz con amplitudes de 10 mV; mientras que para σ'=1773 kPa el intervalo es de 0->60 kHz con amplitudes hasta de 1.7V. Esto se debe por una parte al aumento de compactación del medio que disminuye el volumen de vacíos y a la atenuación; y por otra al mejor acoplamiento mecánico que se produce entre los PZT y el medio.

En cada estado de carga la amplitud de resonancia corresponde al valor máximo obtenido. A partir de estos resultados se obtuvieron otras curvas importantes tales como las de Figuras 2.14 a 2.17.

La Figura 2.14 describe cómo varía la frecuencia de resonancia (f_{res}) del sistema con el aumento de la presión efectiva σ' de confinamiento. La f_{res} se incrementa a medida que aumenta σ', no en forma uniforme, sino por intervalos. Al principio con pequeños incrementos de σ' el aumento de f_{res} es abrupto (rango aproximado 2 kHz - 6 kHz), hasta alcanzar aproximadamente los 30 kPa donde se presenta el primer punto de quiebre. A partir de allí la tendencia sigue en aumento pero en menor grado es decir que se necesitan mayores incrementos de presión para provocar notables aumentos en f_{res}. Esta situación se mantiene hasta los 1400 kPa aproximadamente, donde tiende a disminuir el gradiente y estabilizarse f_{res} en aproximadamente 11 kHz. Se explica este fenómeno por la fractura parcial de granos y reacomodación en el interior de la probeta, aumentando el volumen de vacíos.

Con los datos de amplitudes en Volt versus frecuencia es posible calcular la potencia entregada a partir de la relación $P = V^2/R$. Se fijó un valor estimativo para $R = cte = 1000\ \Omega$ (valor medio de resistividad en arena seca). Se calcularon los valores de potencia y se representaron en Fig. 2.15 para cada uno de los estados de carga. Se aprecia en la misma un notorio aumento de potencia disipada por el PZT receptor, hasta un punto en que los aumentos de carga no producen aumento en la potencia. Éste se produce aproximadamente para $\sigma' = 500\ kPa$.

La relación entre los valores de amplitud de resonancia y potencia disipada en el receptor versus σ' se presentan en Figuras 2.15 y 2.16. Indican ambas que el porcentaje de energía disipada por el PZT receptor será mayor a medida que aumente el grado de confinamiento del sistema.

La Figura 2.17 representa la respuesta de la muestra de suelo antes y después de someter el sistema a confinamiento; allí se observa que el medio ya no es el mismo. Aumentó la f_{res} (2000 Hz en el caso anterior y ahora a 3850 Hz.. También se incrementó la potencia disipada por el receptor (antes $P= 7.7\ \mu W$ y luego $P=32.1\ \mu W$).

Indudablemente estos fenómenos descritos y cambios en la f_{res} están vinculados a la modificación de la estructura intergranular que se produce cuando el suelo es sometido a grandes presiones. Se

producen reacomodamientos entre los granos, además de roturas en los puntos de contacto. Todo ello reduce el volumen de poros, provocando aumento de frecuencia y amplitud.

2.4.3 Campo Cercano

Los PZT no son fuentes puntuales, sino presentan forma de disco de espesor y diámetro variables según la aplicación para la que fue construido. El principio de Huygens establece que las ondas son generadas en cada punto de la superficie del PZT propagándose en forma esférica a partir de allí (Resnick *et al*, 2003; Fishbane *et al*, 1996). Siguiendo el razonamiento anterior, a medida que la distancia axial del PZT aumenta se producirán interferencias constructivas y/o destructivas, modificando el patrón de atenuación geométrica normal previsto y alterando la propagación del frente de ondas. Por ende se define como campo lejano a la distancia a partir de la cual desaparecen o se minimizan estos efectos y se considera a la fuente como puntual (Krautkramer & Krautkramer, 1990).

Para caracterizar el PZT es necesario calcular el campo cercano (*NF*) a fin de conocer la distancia mínima en que la señal no estará distorsionada por los efectos mencionados. Esto se efectuó en forma analítico-experimental.

Determinación Experimental de la Velocidad de Propagación en el Medio y el NF.

Se diseñó un ensayo de laboratorio de acuerdo al esquema de Figura 2.18. Se sumergieron en agua dos PZT, ambos de 20 mm de diámetro montados sobre un sistema de anclaje que los mantuvo enfrentados entre sí además de permitir el desplazamiento axial de uno de ellos (receptor), a fin de variar la distancia relativa entre los mismos.

Con el DSO se registraron las ondas para cada una de las separaciones axiales, variables desde 0 hasta 240 mm., resguardándose en PC. El conjunto de todas las señales se representan en PM2.1 (Anexo A). Se efectuó una regresión lineal de los primeros arribos (*first-break picks*) a fin de determinar la velocidad de transmisión de onda en el medio (Figura 2.19) y luego se representaron los espectros de frecuencia a fin de calcular la longitud de onda λ típica en el medio. La línea de trazos con círculos en Figura 2.20 representa las variaciones experimentales de amplitud normalizada con la distancia emisor-receptor.

Cálculo Teórico del NF

Krautkramer *et al* (op.cit.) calcularon las variaciones de la intensidad de la señal ($f(Amplitud^2)$) para distancias a lo largo del eje central del transductor la cual lleva la siguiente expresión:

$$\frac{I_z}{I_0} = \sin^2\left[\frac{\pi}{\lambda}\cdot\left\{\sqrt{\left(r^2+z^2\right)}-z\right\}\right] \qquad \text{Intensidad Normalizada} \qquad (2.9)$$

Io : Intensidad de la señal en la superficie del PZT

Iz : idem variable con la distancia axial '*z*'.

r : radio del PZT (*d=2r*)

λ : longitud de onda de la señal *en el medio* (se considera $\lambda=0.0163m$; PM 2.1)

La ecuación 2.9, que permite determinar la intensidad relativa, se representa gráficamente en Figura 2.20 (línea continua de color rojo). Para distancias axiales pequeñas se presentan oscilaciones y grandes variaciones en los valores de amplitud. Considerando un PZT con *d=0.02m*, para una relación $d/\lambda = 1.227$ se estima la longitud del campo cercano aproximadamente $z_{NF} > 6.3x10^{-3}m$ (sitio a partir del no existen más oscilaciones y el patrón de atenuación sigue al geométrico). La PM2.2 (Anexo A) contiene todos los cálculos descritos.

Por otra parte Lee (2003) determina el *NF* según la siguiente fórmula simplificada:

$$z_{NF} \approx \frac{r^2}{\lambda} = \frac{r^2\cdot f}{V} \qquad (2.10)$$

De acuerdo a la expresión anterior el $z_{NF} \sim 6.3x10^{-3}$ *m*. lo cual verifica la exactitud de la aproximación propuesta.

Se comprobó que, más allá de Z_{NF} la curva de atenuación experimental sigue a la geométrica, como se esperaba (Figura 2.20).

2.4.4 Directividad

Las fuentes de emisión en general y los transductores en particular, cualquiera sea su tipo, presentan direcciones preferenciales para emitir o bien recibir señales, según sea el caso. Dicho conjunto de direcciones se denominan 'lóbulos' (eng. '*lobes*'), de los cuales siempre existirá uno donde se irradie/reciba la mayor parte de la energía. Al mismo se lo conoce como lóbulo principal.

Dependiendo del tipo de aplicación buscada convendrá que el PZT posea un haz enfocado axialmente (es decir θ pequeño) o bien uno amplio (θ mayor) (Figura 2.21).

Para ensayos de tomografía con escaso número de transductores (Capítulo 6) donde los mismos se ubican muy alejados lateralmente entre sí, será imprescindible que θ sea *lo mayor posible*. Se determinará, por ende, si los PZT utilizados sirven para dicho propósito.

La apertura angular del lóbulo principal se denomina ángulo de divergencia y permite calcular la resolución lateral del transductor. La figura 2.21 muestra la solución analítica aproximada para el ángulo de divergencia de un transductor genérico en forma de disco en el rango acústico. La misma indica que el aumento tanto del radio como de la frecuencia de emisión, producen una disminución del ángulo de divergencia (θ), lo cual disminuye la resolución lateral y la capacidad del elemento para detectar anomalías cuando las mismas se encuentren alejadas del eje principal.

Por ejemplo utilizando datos de la determinación de campo cercano, la longitud de onda λ = 0.016 m.; el radio de PZT r = 0.01m.; aplicando la solución analítica se calculó $\theta \sim 86^o$. Como el conjunto presenta simetría respecto al eje, el cerámico presenta amplia cobertura angular. Esto se verificó en los ensayos experimentales, como se verá en la sección siguiente.

Determinación Experimental de la Directividad.

Se determinaron en forma experimental tanto la directividad lateral, como la angular del PZT. Para ello se diseñaron dos experimentos de acuerdo a esquemas de Figuras 2.22 y 2.24.a respectivamente. En todos los casos ambos cristales se mantuvieron enfrentados.

Directividad Lateral

Manteniendo la distancia axial constante da = 30mm (Figura 2.22) se desplazó el cerámico receptor R según un offset z variable con intervalos de 2 mm. hasta un máximo z_{MAX} = ±100 mm.; resguardándose en todos los casos cada uno de los registros sísmicos obtenidos en PC. Luego se trasladó el riel a las posiciones sucesivas (da = 60mm y da = 95mm.), repitiéndose el ensayo en cada ocasión. La Figura 2.23 presenta los resultados. En todos los casos se puede ver que los lóbulos principales se encuentran a $\theta = \pm 45^o$. A su vez existe una zona donde el PZT posee mínima sensibilidad, cuyo ángulo oscila entre 18º (da=30mm) y 12º (da=95mm); disminuyendo las amplitudes de las señales desde un 40% (da=30mm) hasta 80% (da=95mm).

Más allá de los ±45º, la resolución decae en forma progresiva. Por ejemplo para θ=±70º (z=±100mm), la amplitud decrece en un 70%.

Directividad Angular

El esquema de trabajo fue similar al de Figura 2.22, excepto que la disposición relativa de los PZT en el tanque con agua correspondió a la de Figura 2.24.a.

Los resultados del ensayo se presentan en Figura 2.24.b. En ella se pueden ver los lóbulos principales para $\alpha = 45^o$ y 135° (es decir nuevamente $\theta = \pm 45^o$).

Además los valores de amplitud no decrecen demasiado, hasta un 40% de la máxima, por lo que la amplia cobertura se mantiene.

2.4.5 Factor de Acoplamiento Electromecánico:

Un parámetro importante es el acoplamiento electromecánico, denominado generalmente como *k*, indica la eficiencia con la cual el PZT convierte energía eléctrica en mecánica o viceversa.

Entonces elevados valores de *k* indicarán que la relación entre la energía captada por el PZT y la que libera es alta.

Para elementos con forma de disco, la ecuación para calcular *k* es (APCI, 2000; Vanderaat, op.cit.):

$$k \cong \sqrt{2.51 \cdot \frac{(fp - fs)}{fp} - \left(\frac{(fp - fs)}{fp}\right)^2} \qquad (2.11)$$

$k \cong 0.37$

Es decir que el PZT convierte un 37 % de la energía recibida.

2.5 Conclusiones

La caracterización eléctrica de los transductores posibilita utilizar el modelo equivalente eléctrico en modelos numéricos computacionales para simulación. Además permite conocer las variaciones en las impedancias a fin de calibrar los amplificadores conectados a los mismos y evaluar el comportamiento ante el incremento de las solicitaciones.

Los transductores utilizados poseen gran cobertura espacial, con lóbulos principales a ±45º, presentando zonas de mínima sensibilidad con ángulos comprendidos entre 10º - 20º, donde la misma decrece a medida que aumenta la distancia axial. Además más allá de los lóbulos principales la resolución decrece progresivamente.

Los cristales no se despolarizaron pese a las presiones cercanas a 2000 kPa a que fueron sometidos. Además los picos de resonancia se mantuvieron constantes.

Los PZT poseen frecuencia principal de resonancia a unos 80 kHz y secundaria aproximadamente en los 3.5 kHz.

La frecuencia de resonancia de un sistema compuesto por dos PZT, uno emisor y otro receptor, aumenta con el incremento de la carga pero no en forma lineal, sino exponencial. La respuesta del medio es mucho mayor luego de la carga que antes de llevar a cabo la misma.

El campo cercano de los PZT es aproximadamente 6.3 mm, luego del cuál la atenuación de las señales sigue aproximadamente un patrón geométrico. Se debe trabajar a partir de ese alejamiento mínimo de los transductores para evitar interferencias.

Finalmente, como los transductores fabricados a partir de piezocristales de uso masivo poseen directividad de gran ángulo, los ensayos realizados permiten concluir que existe la posibilidad de utilizar con éxito los mismos para ensayos de tomografía en cross-hole en muestras de suelo. Esto se pondrá a prueba en el Capítulo 6.

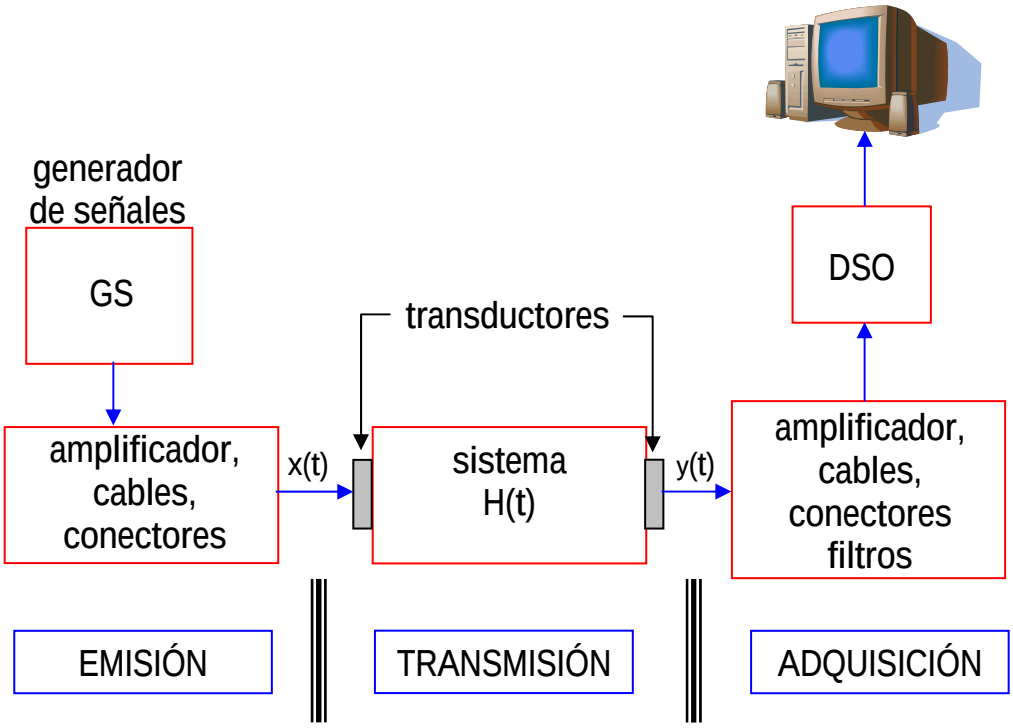


Figura 2.1. Sistema de Medición

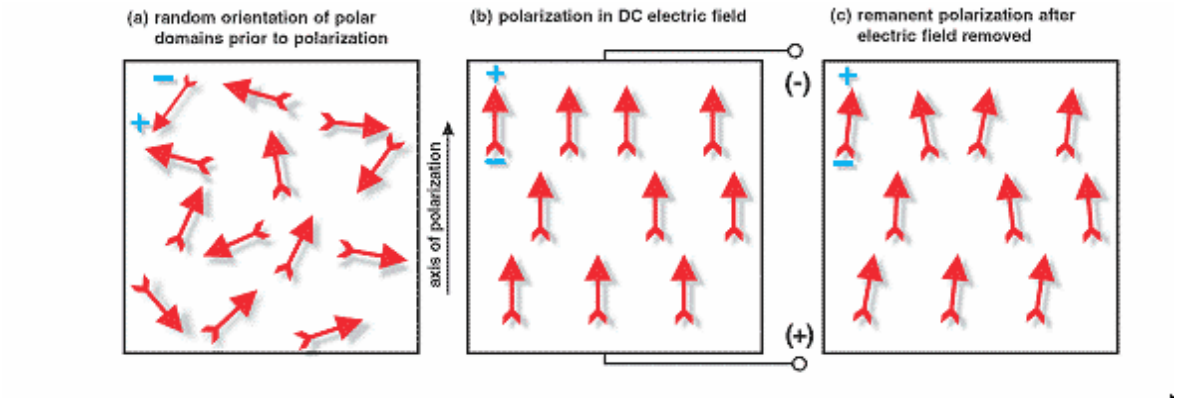


Figura 2.2 Principio de la Piezoelectricidad

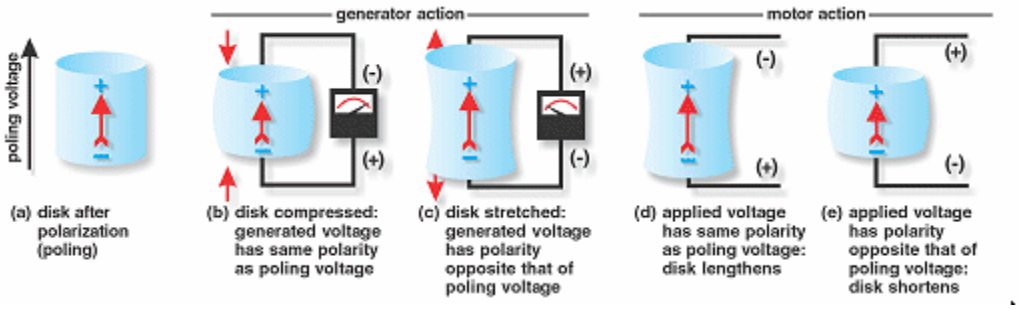
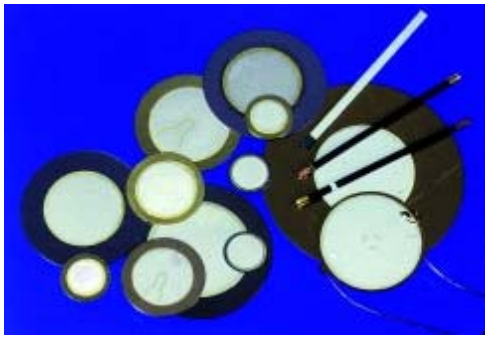


Figura 2.3. Efecto Generador y Motor del Piezocristal.



(a) **(b)**

Figura 2.4. PZT típicos. (a) Disk cells. (b) Bender elements

Figura 2.5 Estructura de un transductor.

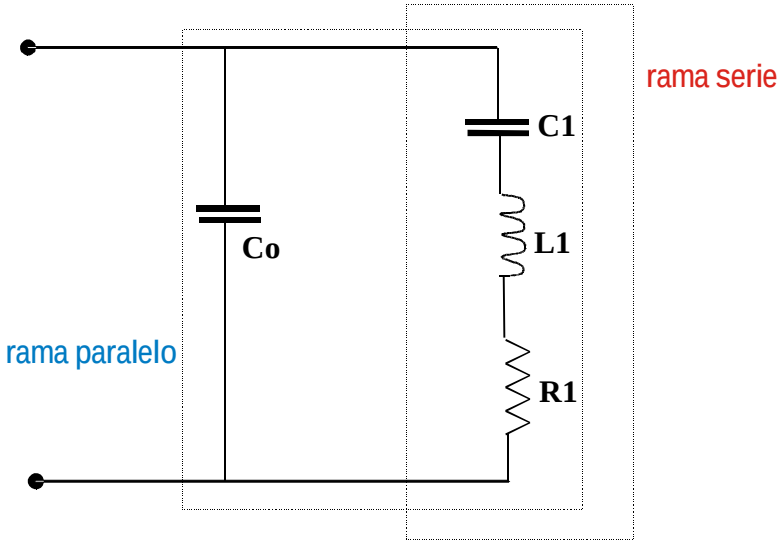


Figura 2.6. Circuito equivalente simplificado de un transductor piezoeléctrico
Co : Capacitancia entre placas (lejos de frecuencia de resonancia).Dato del fabricante.
C1: Capacidad del Dieléctrico del PZT.
L1: Inductancia del circuito. Representa la masa del cristal.
R1: Resistencia de radiación del PZT. Representa pérdidas mecánicas.

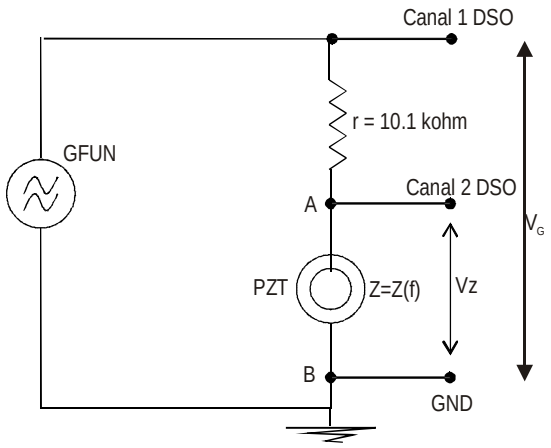


Figura 2.7. Determinación de Impedancia de un PZT.

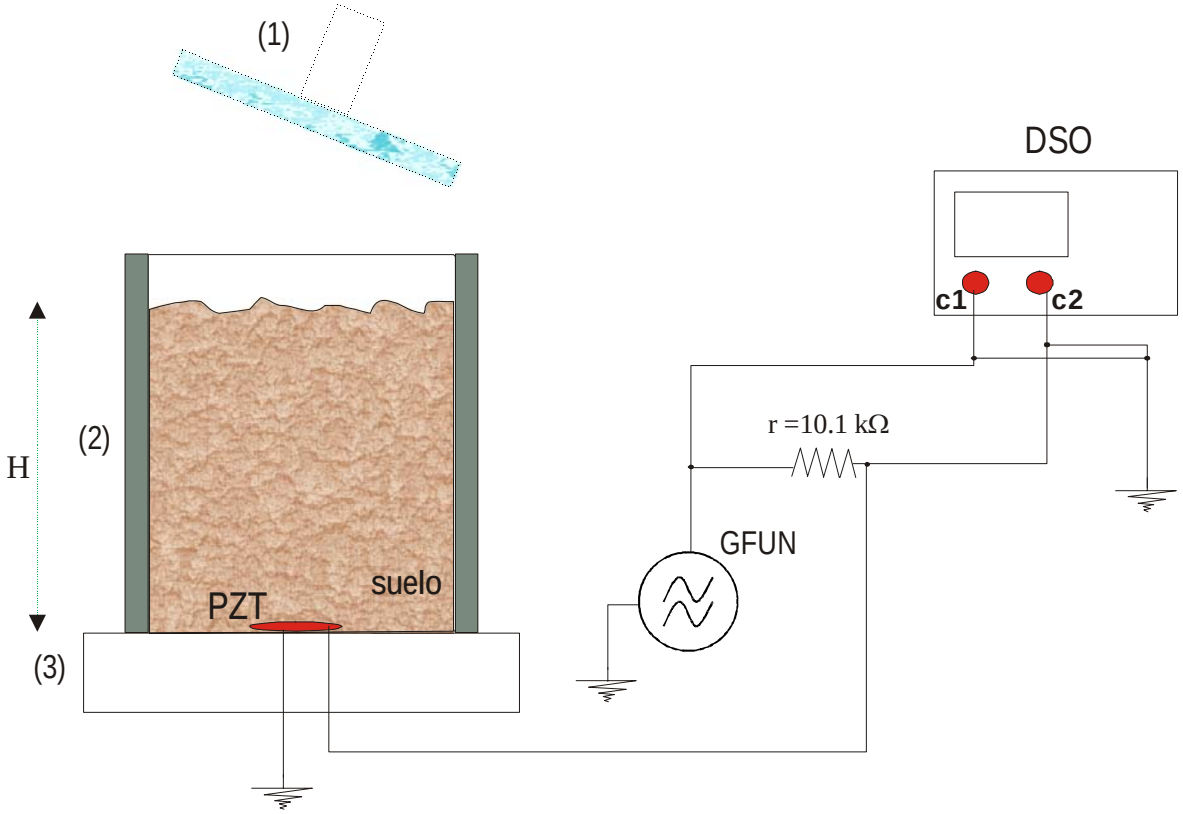
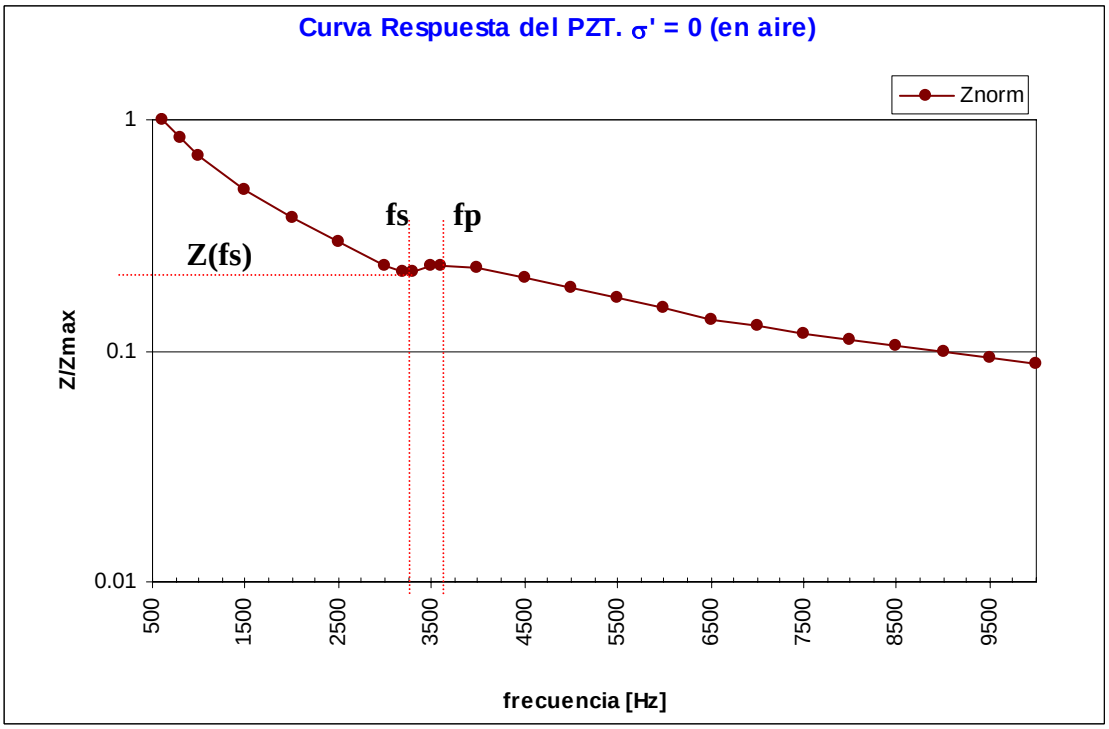
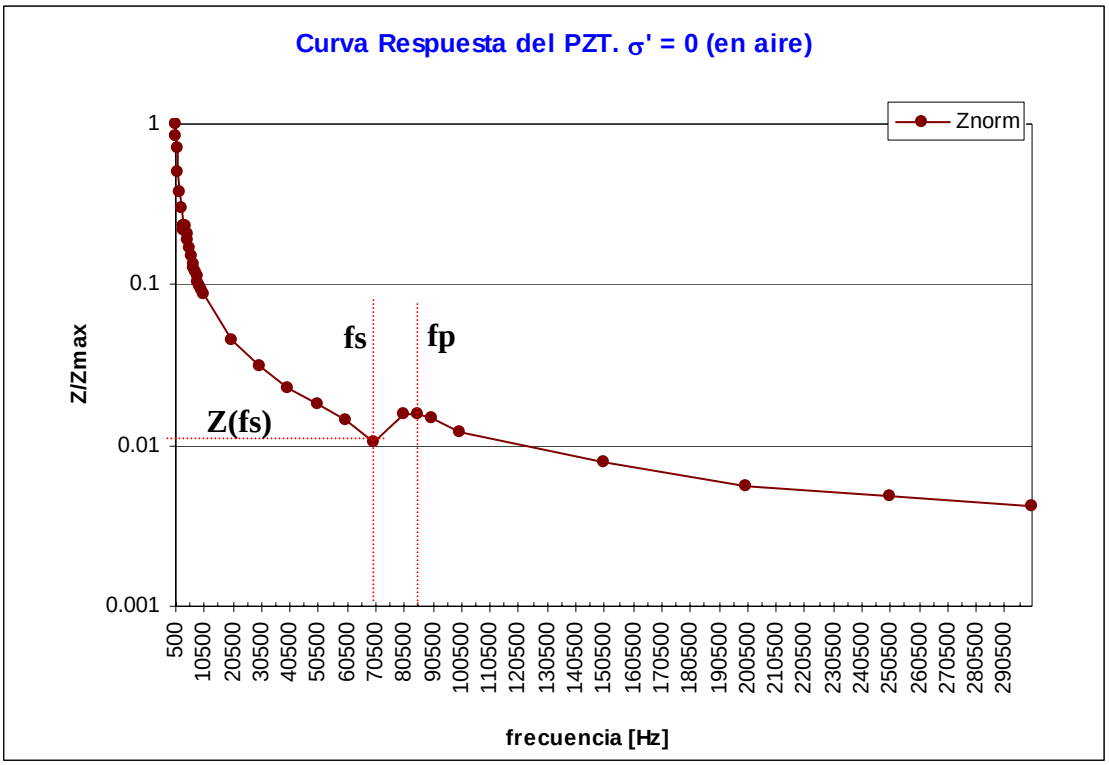


Figura 2.8. Experimento 1: Determinación de la respuesta de un PZT a los estados de carga. (1) disco de acero (r=0.0625 m). (2) Cilindro de acero inoxidable. (3) Base (acero). PZT: piezocristal. DSO: Osciloscopio digital. GFUN: Generador de funciones. H=0.1m.

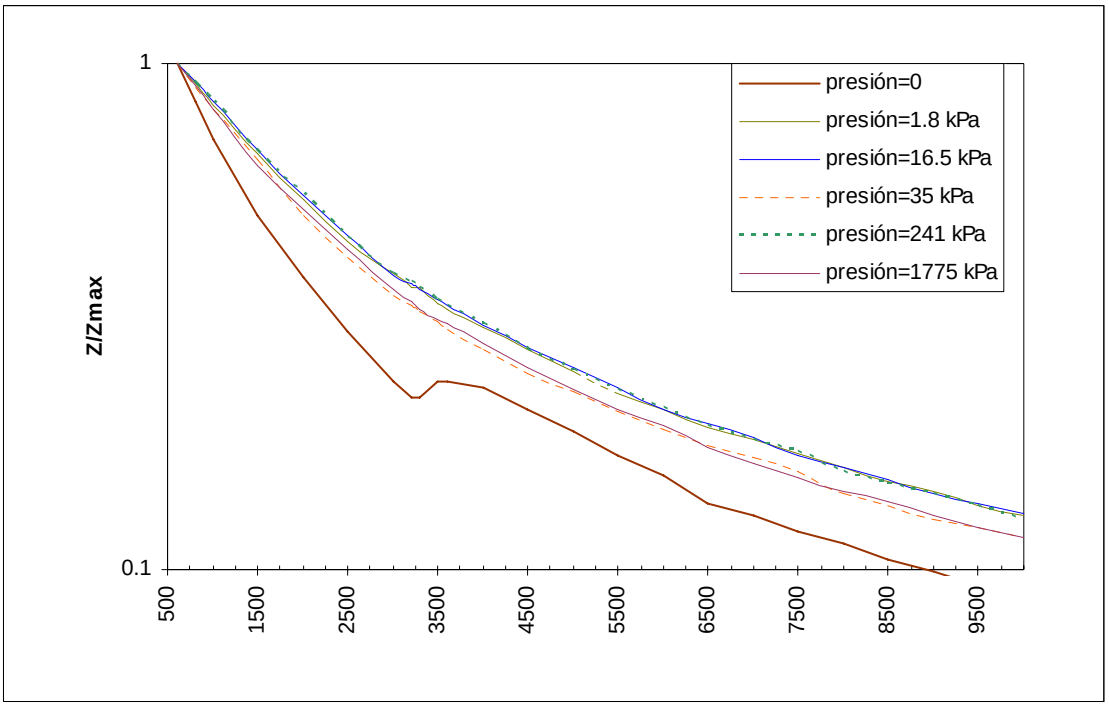


(a)



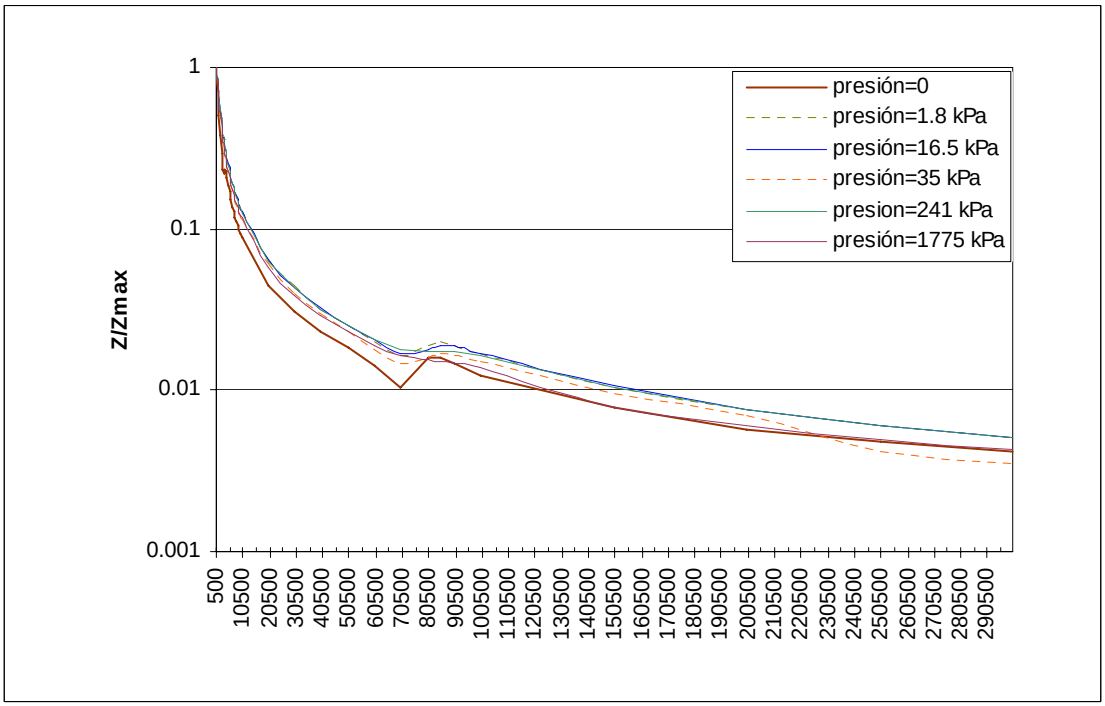
(b)

Figura 2.9. Variación de la impedancia (normalizada) con la frecuencia a presión atmosférica. (a) Rango de frecuencia 0-10 kHz. (b) 0-300 kHz



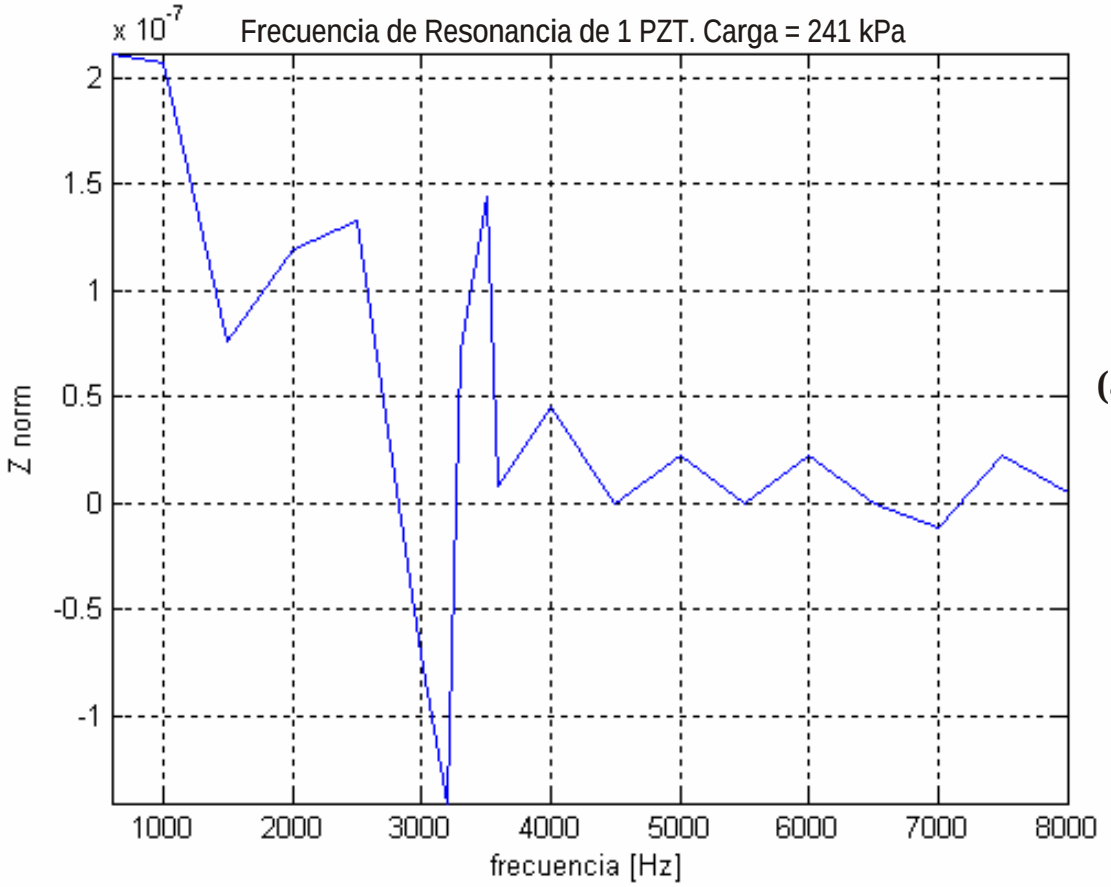
(a)

Z maximos [Ω]
0 Pa : 9344
1.8 kPa: 6589
16.5 kPa: 6537
35 kPa: 7212
241 kPa: 6692
1775 kPa: 7737

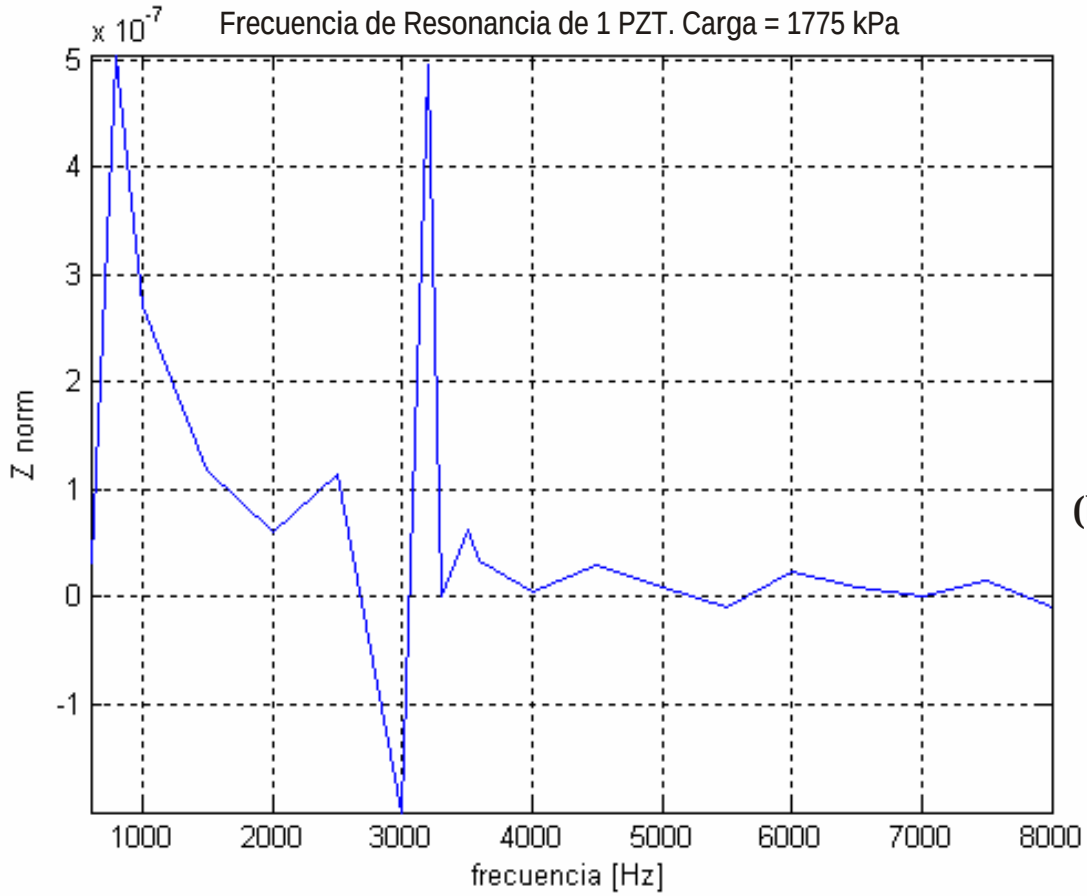


(b)

Figura 2.10. Experimento 1: Variación de la impedancia (normalizada) en función de la frecuencia para diferentes presiones efectivas (1 PZT en probeta). Los picos mínimos de impedancia comprenden los valores de frecuencia de resonancia del transductor. (a) presenta un detalle del primer intervalo de frecuencia. (b) el total.



(a)



(b)

Figura 2.11. Experimento 1: Derivada numérica de segundo orden de las curvas de Figura 2.10 Se destacan los mínimos de impedancia para los valores de frecuencia de resonancia (fs). (a) σ'=241 kPa, fs=3200 Hz; (b) σ'=1775 kPa, fs=3000Hz.

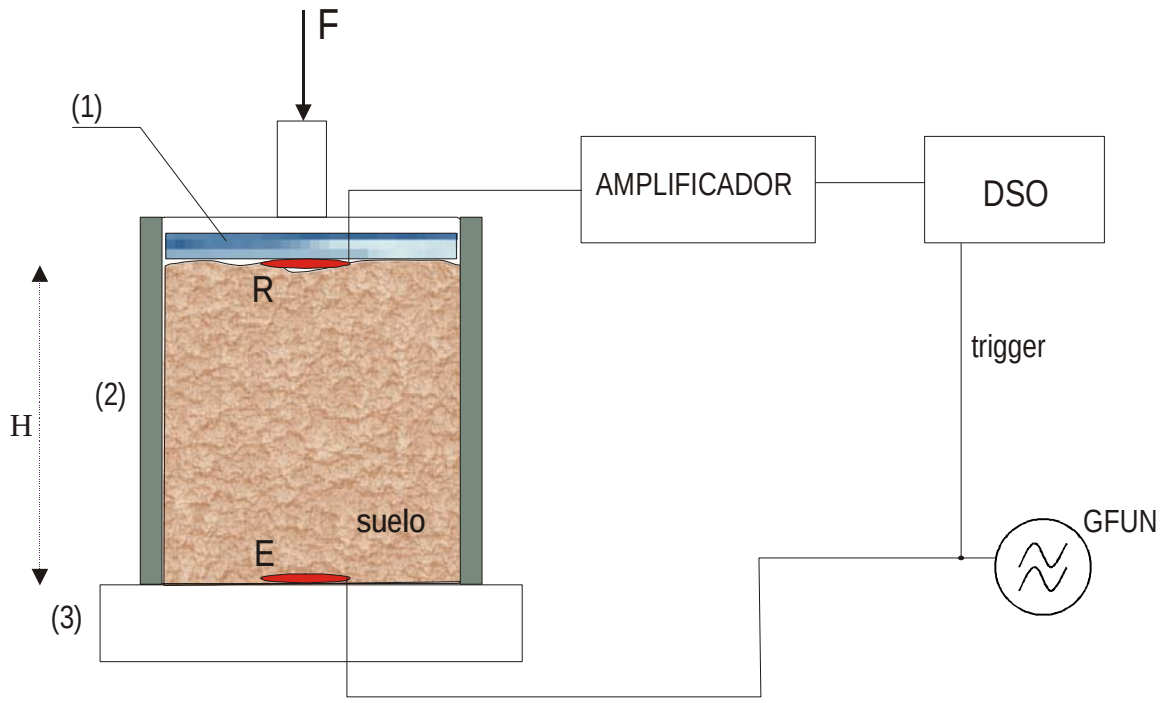


Figura 2.12. Experimento 2. Determinación de la frecuencia de resonancia del sistema E-R. (1) disco de acero (r=62.5 mm). (2) Cilindro de acero inoxidable. (3) Base (acero). R: PZT receptor. E: PZT emisor. DSO: Osciloscopio digital. GFUN: Generador de funciones. H=0.1m.

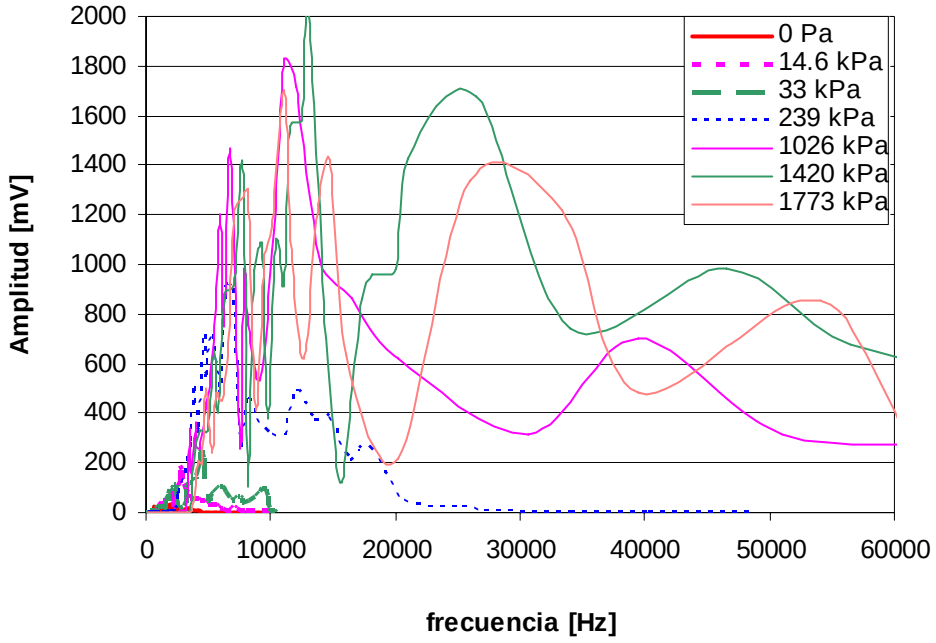


Figura 2.13. Experimento 2. Espectrograma para diferentes presiones efectivas de confinamiento (σ').

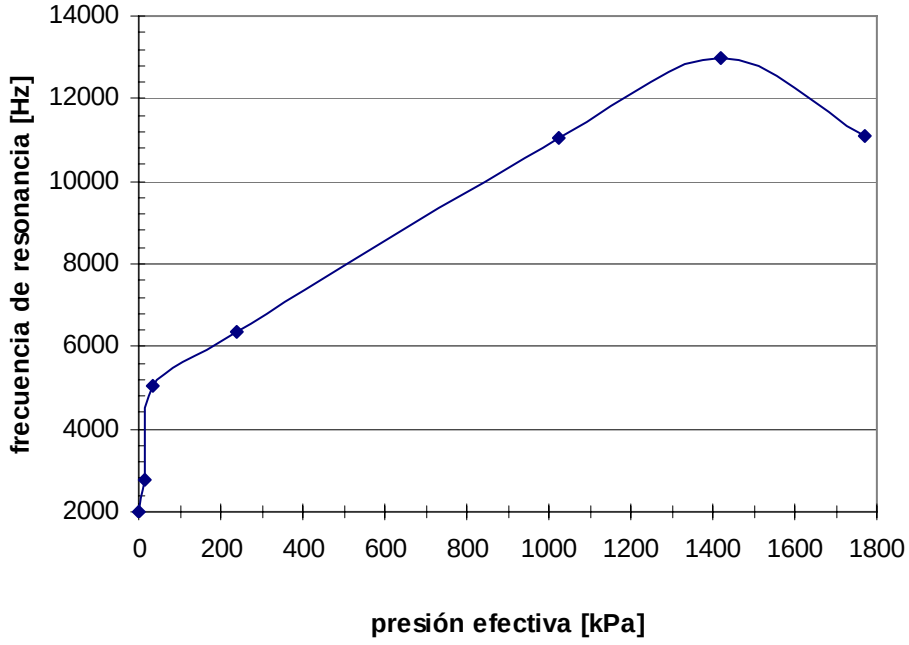


Figura 2.14 Variación de la frecuencia de resonancia con σ'.

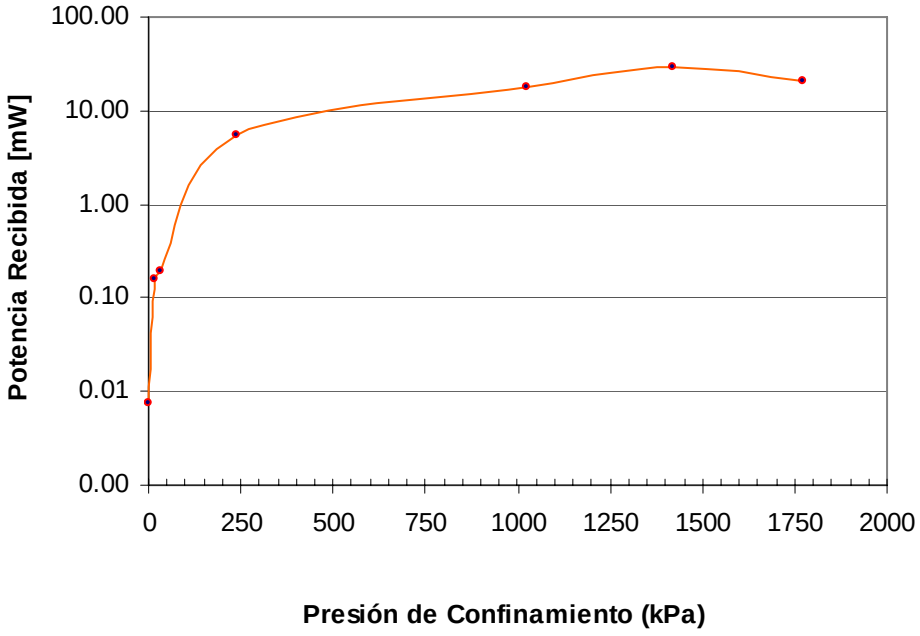


Figura 2.15. Variación de la Potencia disipada por el receptor con σ'

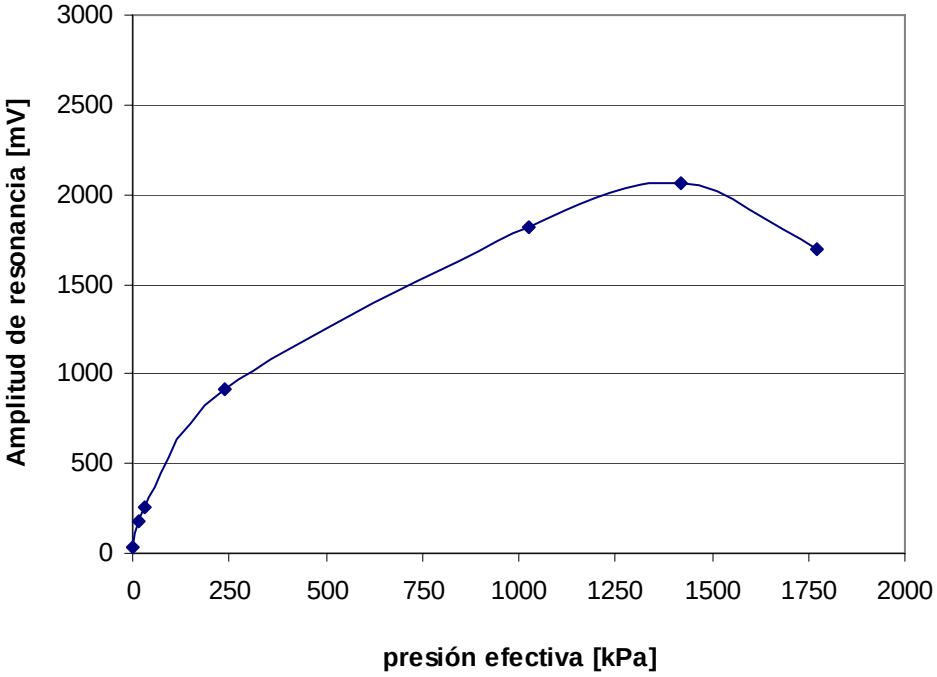


Figura 2.16. Variación de la Amplitud de resonancia con σ'.

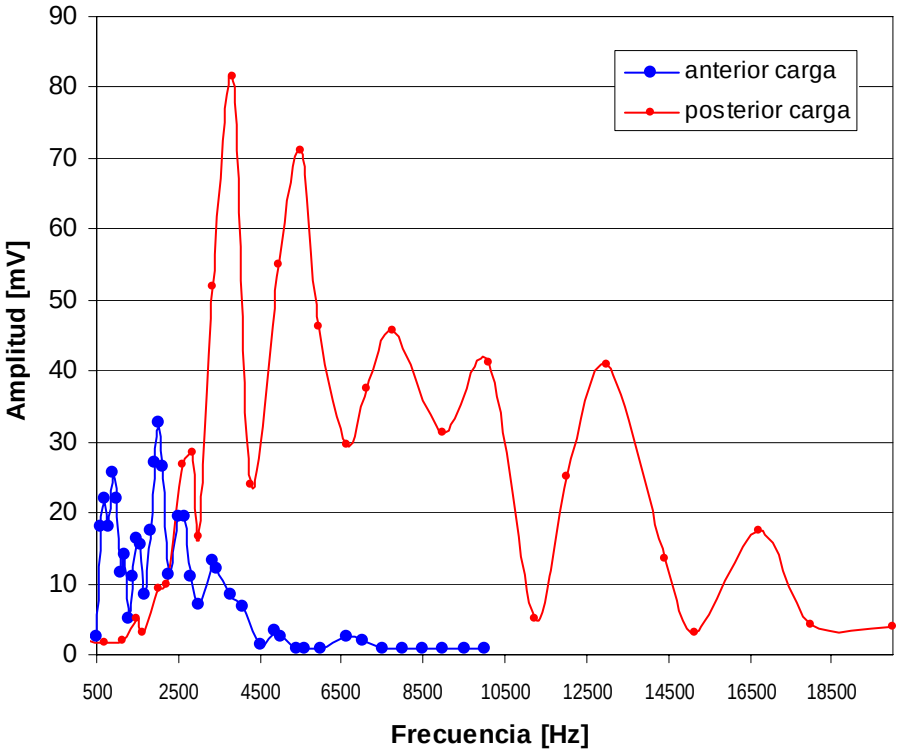


Figura 2.17. Espectro de respuesta del medio antes y después del confinamiento

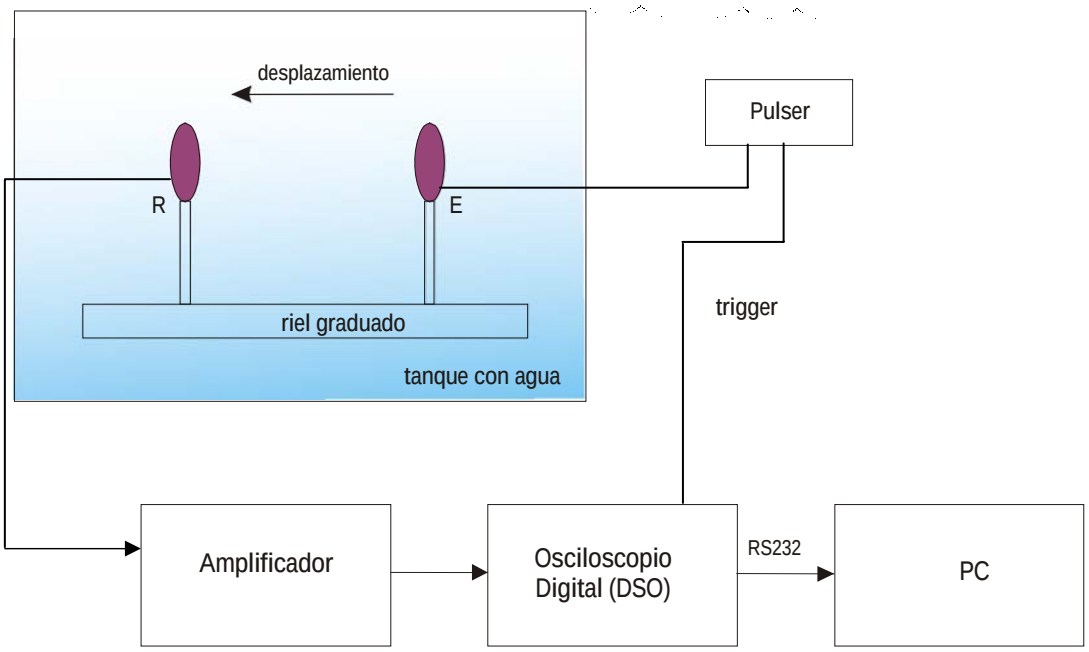


Figura 2.18. Esquema Ensayo Experimental Campo Cercano (NF). E:PZT emisor; R: receptor (desplazable). Tensión de salida del pulser: 40 Volts.

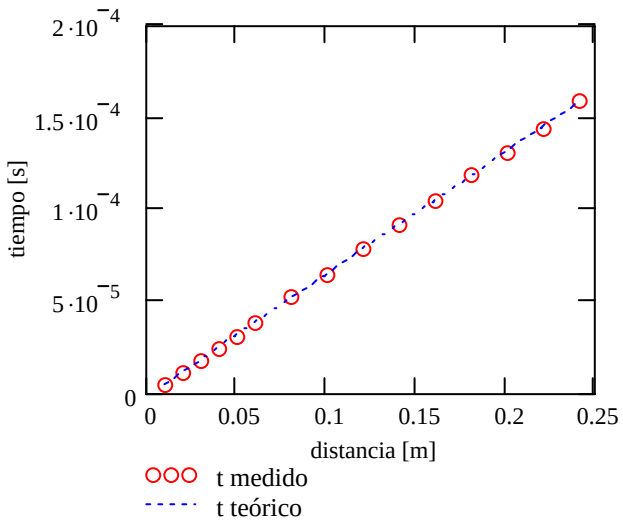


Figura 2.19. Campo Cercano. Primeros Arribos y Regresión Lineal. V_{agua}=1502 m/s (ver PM2.1)

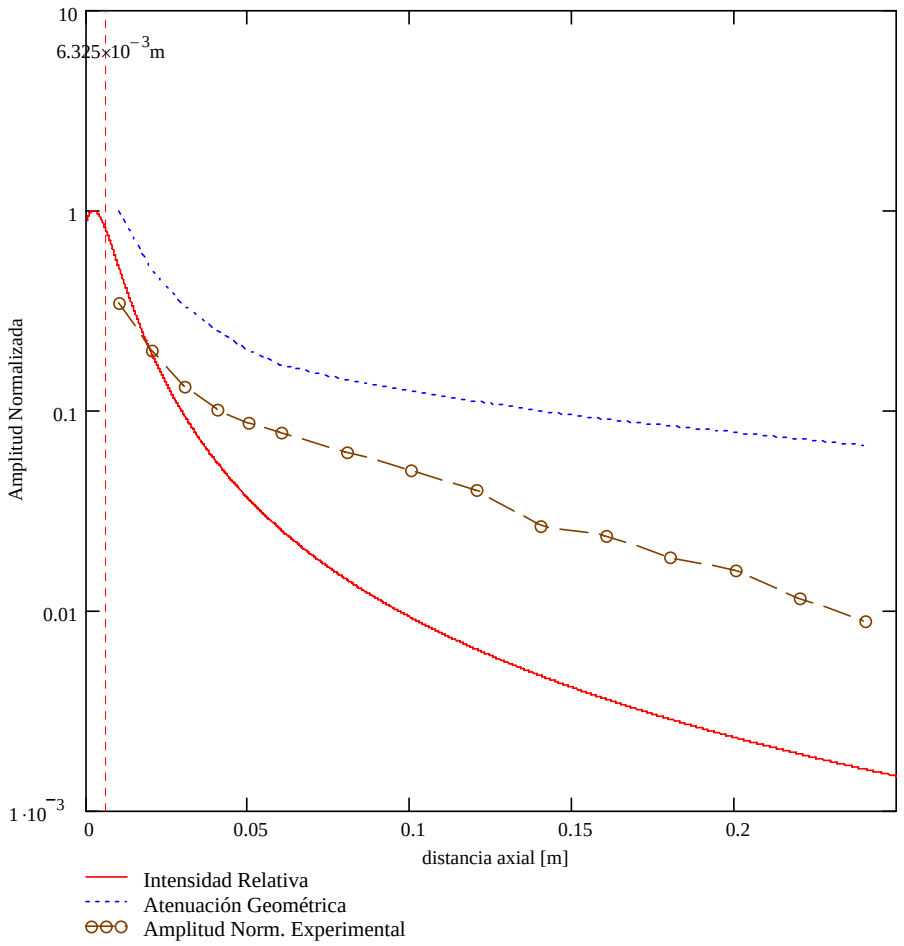


Figura 2.20. Campo Cercano. Representación conjunta de: Atenuación, Variación de las Amplitudes con la distancia axial e Intensidad Normalizada (teórica). El último obtenido para d/λ = 1.227. El valor z=6.3x10^{-3}m representa el NF estimado.

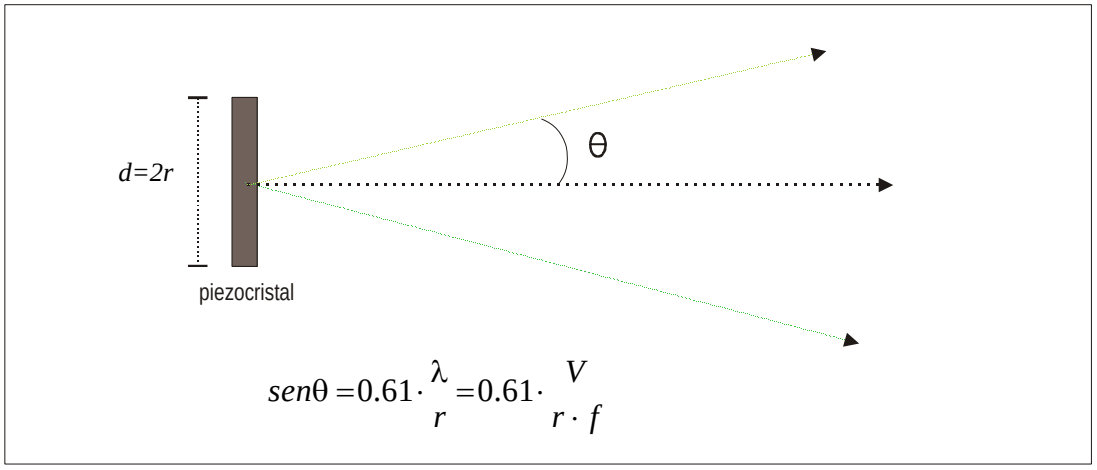


Figura 2.21. Angulo de divergencia de un transductor genérico de forma circular. Radios (r) mayores del disco y/o incrementos de frecuencia (f) disminuyen el ángulo de divergencia (Krautkramer *et al* , 1990).

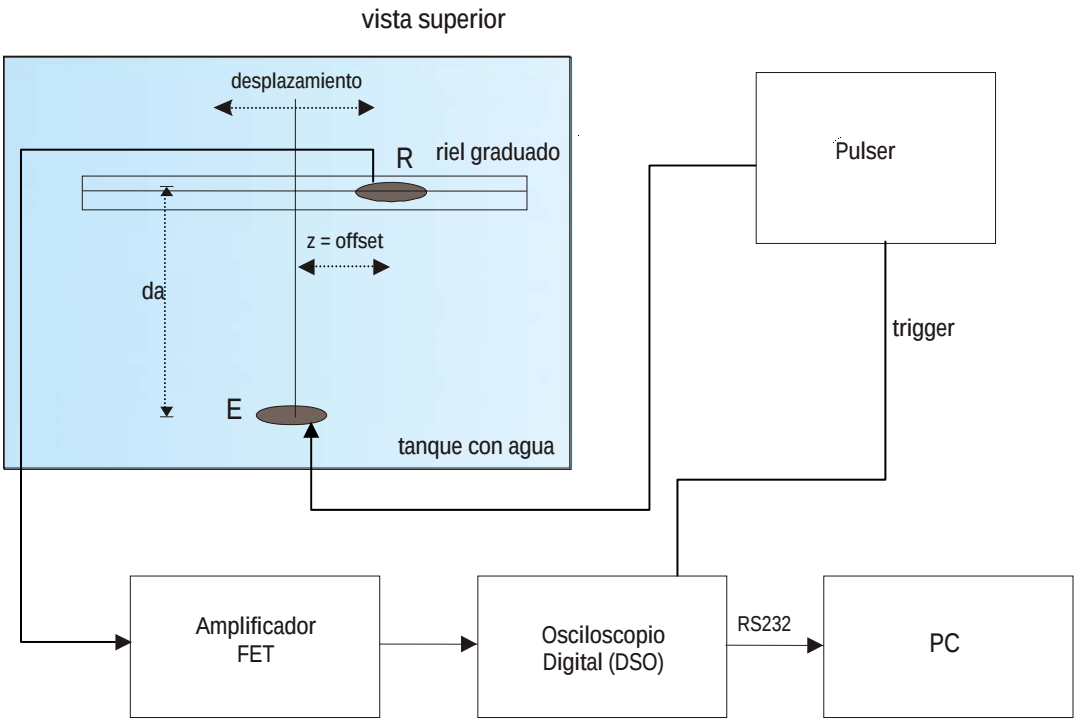


Figura 2.22. Esquema experimental directividad lateral del transductor. E:PZT emisor; R: receptor (desplazable). Tensión de salida del pulser: 40 Volts.

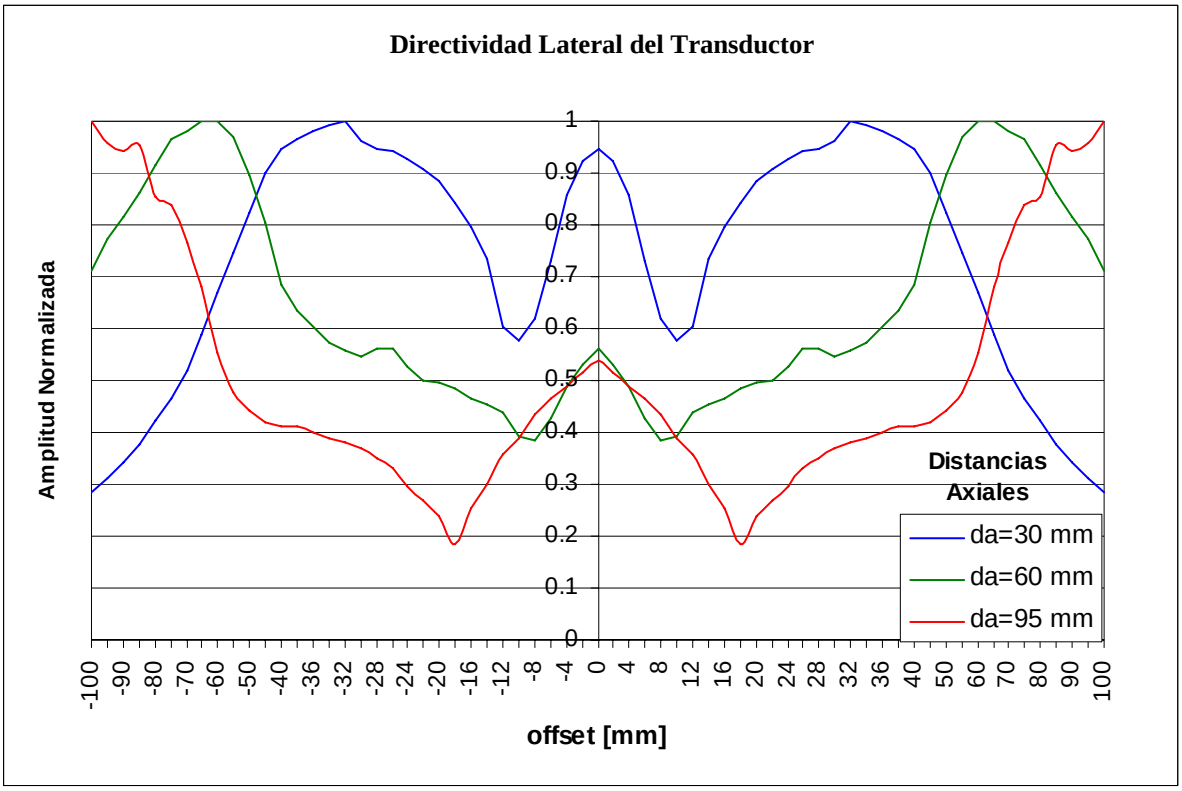
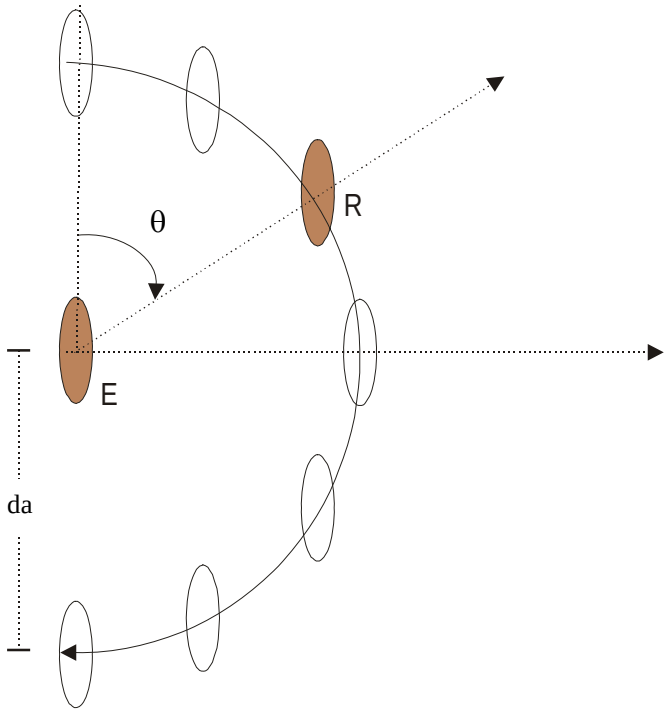


Figura 2.23. Directividad Lateral del transductor. Diámetro del PZT: d = 20 mm

(a)



(b)

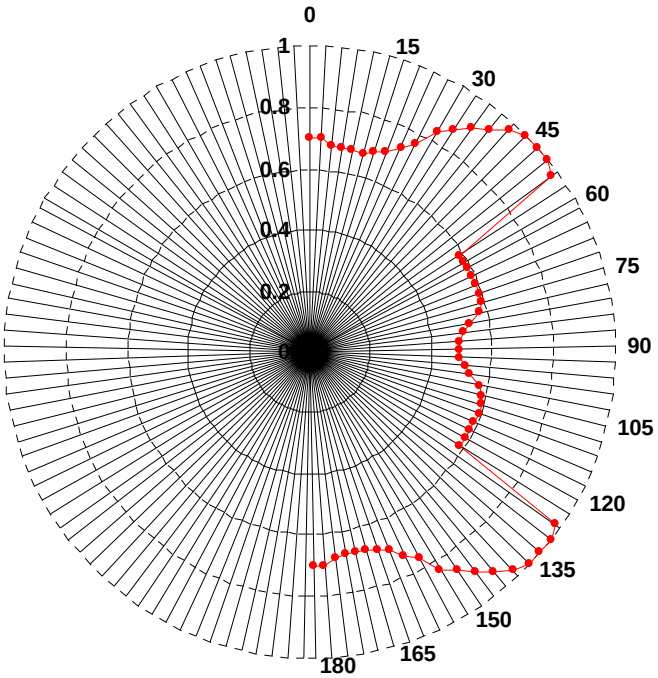


Figura 2.24. Directividad Angular. (a) Disposición relativa de los sensores (b) Resultados experimentales normalizados respecto a la máxima amplitud a 45 grados. Distancia axial (da) constante igual 50 mm.

CAPITULO 3

MEDICIÓN DE PARÁMETROS EN GRAVAS Y ARENAS CON PZT

3.1 Introducción.

Hasta ahora se ha trabajado con un par de PZT, uno a la emisión y el restante como receptor. El disparo del DSO se efectuaba por medio de la señal electrónica de salida del generador de señales o pulsos.

Con el propósito de conocer de manera exacta la forma de la señal introducida al medio; no la teórica (electrónica) sino la que efectivamente sale del PZT de emisión (mecánica); se adosó otro PZT al mismo conectándolo al DSO y utilizándolo como disparador (Figura 3.1.a). Se procedió además a estudiar el comportamiento ante diferentes frecuencias de excitación del sistema comprendido por ambos.

3.2 Resonancia del Sistema de Emisión Compuesto por Dos PZT.

La señal generada por el instrumental electrónico (pulser, generador de funciones) no es idéntica a la emitida *realmente* por el transductor (que es una señal mecánica), ya que ella depende también de las características propias del mismo. Por ello es importante llevar a cabo un seguimiento de la forma real de onda transmitida al medio.

La Figura 3.1.a representa esquemáticamente la forma de conexión del sistema compuesto por 2 PZT (adheridos entre sí con una película muy delgada de epoxi cristal) y conectados por un lado a un generador de señales (GFUN) que sirve como emisor y por otro al canal 1 del DSO que monitorea amplitud y frecuencia de la señal mecánica de salida real del PZT.

Se procedió a efectuar un barrido frecuencial en GFUN, registrando las variaciones de amplitud en cada caso en el DSO, a fin de obtener posteriormente un gráfico de respuesta de amplitud versus frecuencia aplicada. Los resultados se representan en Figura 3.2.

En la misma se aprecian dos picos resonantes: el principal para frecuencia de 90 kHz, y uno secundario en 6.5 kHz.

Cuando se utiliza el sistema pulser (Figura 3.1.b), la señal real (mecánica) aplicada a la muestra de suelo es la representada en Figura 3.3.a. La Figura 3.3.b representa su densidad espectral, indicando la frecuencia central de emisión (89.5 kHz). Cabe destacar que la misma se mantiene aproximadamente constante cuando el par de PZT de emisión permanece tanto dentro de la muestra de suelo como en agua o aire.

3.3 Determinación de Parámetros con Ondas Compresionales en Régimen Sin Carga.

Los parámetros que se determinaron con ayuda de los PZT fueron los siguientes:

a) Velocidad de propagación de las ondas compresionales en los diversos materiales involucrados insertos en una probeta cilíndrica.

b) Comportamiento del medio respecto a las frecuencias.

Las determinaciones a-b se llevaron a cabo en muestras secas de arenas (SP) y gravas (GP) con:

i) Tres tipos diferentes de granulometría (#20 - #50; #8 - #20 y #2 - #8, ASTM) (ver Tablas 1.1 y 3.1)

ii) Dos tipos de compactación: Abultado (suelto) (A) y compactado (C)

3.3.1 Determinación de la Velocidad de Propagación.

Montaje del Ensayo

La Figura 3.4 representa la probeta cilíndrica donde se introdujo la muestra a estudiar y se visualiza el esquema de conexión del sistema. Además en la Figura 3.5 se presentan microfotografías de los tres tipos de materiales empleados en los ensayos de este capítulo.

Instrumental

A fin de poder recibir señales con la máxima relación S/R factible de identificación, se construyó otro amplificador de mayor ganancia. El empleado en los ensayos del capítulo anterior, de 40 dB para una muestra -#50 (tamaño menor a 0.297 mm), resultó insuficiente para lograr registros en muestras de granulometría mayor, debido entre otros factores, a problemas de acoplamiento (el PZT utilizado no acopla en aire). Al aumentar la superficie de vacíos, decrece la de contacto entre el transductor y la muestra, lo que disminuye la amplitud de la señal recibida.

La amplificación mínima necesaria fué de 60 dB, lograda mediante el ensamble de dos operacionales en cascada; la primera etapa funcionó como pre-amplificador con 40 dB y la segunda aportó los 20 dB restantes. Este tipo de esquema posibilitó obtener registros con una banda de frecuencia hasta 15 kHz sin enfrentar problemas de atenuación en el intervalo de trabajo (rango audible), ya que se sabe que los operacionales en la práctica no poseen ancho de banda ilimitada de amplificación.

Metodología.

Se determinaron, en primer lugar, parámetros a partir de una muestra de arena (SP) con tamaños de grano comprendidos entre 0.297 mm (#50) y 0.841 mm (#20), repitiéndose posteriormente las determinaciones para las otras granulometrías.

El material se colocó en dos formas sucesivas de agrupamiento de las partículas: Abultado (A); lo más suelto posible, vertido con cuchara cuidando de que los granos permaneciesen con el mayor volúmen de vacíos; y Compacto (C) compactándose en forma mecánica de tal forma de reducir al máximo el espacio poral sin romper los granos.

Seleccionado el agrupamiento correspondiente, se introdujo la muestra en la probeta (Figura 3.4) hasta alcanzar la distancia *H=0.07m*. En la base se montó el par de PZT que cumplieron las veces de emisor *E* y disparador (*trigger*), cubriéndose el material con una tapa de acero con el PZT receptor adosado en su parte central con una masilla elástica epoxi y conectado con el sistema de amplificación y por último al osciloscopio digital.

Luego de obtener el primer registro se procedió a quitar la tapa y agregar material, hasta la distancia siguiente E-R, repitiendo la adquisición.

Todas las señales se grabaron a PC a través de interfase RS232. Para mejorar la relación S/R se utilizó apilamiento (eng.:*stacking*) que tuvo por objetivo sumar un número definido de señales, cancelando aleatoriamente los ruidos (o minimizándolos) y realzando la señal entrante. El número de stacks comúnmente empleado fué de 128, pero en ocasiones principalmente para las muestras #2-#8 llegó a 1024.

Se grabaron todos los eventos para distancias variables, en los 2 modos de compactación repitiendo el proceso para los tres tipos de muestras de materiales, con un total de seis determinaciones.

Resultados

La Figura 3.6 representa gráficamente las ondas registradas en cuatro de los 6 ensayos. Se aprecia que a medida que aumenta el tamaño de partícula decrece la calidad de las señales recibidas (por los problemas mencionados). Esto se torna crítico en el caso de la muestra #2-#8. La PM 3.1 (Anexo A) contiene el cálculo analítico, así como la representación del total de casos.

Determinación de la Velocidad de Propagación.

Luego de la determinación de los primeros arribos para el total de las señales se procedió a resguardar en forma matricial la información conjunta de las distancias y tiempos. Se calculó la regresión lineal de cada una de ellas y se representó gráficamente. (Figura 3.7 a-f). Los cálculos en PM 3.2.

Discusión

En general se aprecia que los tiempos de viaje medidos presentan mínima dispersión (i.e. mínimo error), ajustándose muy bien a una recta, de acuerdo a lo previsto.

Las velocidades de propagación en todos los casos son inferiores a las de la onda en el aire: 343 m/s a 20 ºC, 1atm (Carmichael, 1982,1989; Weast, 1988; Guéguen & Palciauskas, 1994), fluctuando en el rango 150 – 215 m/s.-

Se verifica que las velocidades de propagación en medios abultados en todos los casos son inferiores que en muestras compactadas. Esto es un resultado lógico ya que el material con menor volumen de vacíos presenta un comportamiento más parecido al sólido (roca), que posee mayor velocidad de propagación que la onda en el aire. Además la V_P disminuye a medida que aumenta la granulometría (comparar Figuras 3.7 a,c,e).

Respecto a la muestra #2-#8, resulta muy difícil detectar con precisión los primeros arribos. La explicación de este fenómeno se verá mas adelante luego del análisis frecuencial.

En este punto surgen los siguientes interrogantes:

#1) ¿Cómo saber si las ondas registradas corresponden a arribos directos?

En el Capítulo I, (ver *sección 1.5.1 y PM 1.1*) se estudiaron varios modos de propagación en el interior de la probeta, además del directo: ondas refractadas, reflejadas y transmitidas por las paredes de la misma.

Analizando las Figuras 1.10 y 1.11 se comprueba que:

- Las ondas transmitidas por las paredes arribarán en tiempos mucho menores que las demás (debido a la elevada velocidad de propagación *V2=6000 m/s*)
- Para distancias *H >0.13 m.* arribarán primero en todos los casos las ondas refractadas.
- Aunque las reflexiones no lleguen antes que las directas en ningún caso, sin embargo a medida que aumenta H los tiempos de ambas tenderán a aproximarse entre sí. Esto implicará interferencia en el registro completo de la señal de entrada

#2) Teniendo en cuenta (#1) ¿Cómo se explica que no aparezcan las ondas refractadas como primeros arribos, más allá de la línea crítica?

La respuesta hay que hallarla en el concepto de directividad, explicado y desarrollado en el Capítulo 2. Observando la Figura 2.23 se aprecia que las amplitudes de onda emitidas por el PZT disminuyen aproximadamente en un 70 % para ángulos de emisión cercanos a los 70º (separación axial 0.03 m., lateral 0.1 m); valor todavía inferior al ángulo crítico '*ic*' (ver además sección 1.5.2), por lo que se espera que *la energía de la señal recibida por este medio en el receptor será muy pequeña.* En definitiva las ondas refractadas en las paredes de la probeta (eng. *head waves*) no interfieren en la adquisición de los primeros arribos, tal como se verificó en la práctica.

#3) ¿Por qué no se registran las ondas que se propagan por las paredes?

Si bien los tiempos de primeros arribos de este tipo de ondas son muy inferiores a los demás (Figura 1.11), no se detectaron debido a que se aislaron con anillos de caucho (eng.: *o-rings*) tanto en la base y la tapa de la probeta con las paredes, lo que produjo disminución acentuada y desacople de ondas.

3.3.2 Espectrograma de las Diferentes Señales.

Se calcularon los espectros de frecuencias para cada una de las señales registradas, las que se representan en Figura 3.8 (cálculos en PM 3.3, Anexo A).

Se verificó que los espectrogramas en el estado abultado poseen una respuesta en frecuencia menor que en caso compacto, resultado lógico porque el material en el último caso se asemeja más a un continuo, atenuando en menor grado las ondas que el medio particulado donde actúa los efectos de dispersión (scattering).

Las máxima respuesta frecuencial se obtuvo para la muestra #20-#50 (*A* y *C*); situándose en el rango *4000Hz (A)-8000Hz (C)*. Al aumentar el tamaño de partícula (*dp*) (por ejemplo para #8-#20), dicha respuesta disminuyó al intervalo *2500Hz (A) -6000Hz (C)*. Entonces, *a medida que aumenta el tamaño de partícula, disminuye la respuesta frecuencial de la muestra, acentuándose el filtrado de altas frecuencias (filtro pasa bajos).*

En el caso de la muestra #2-#8 se produce un fenómeno particular. De acuerdo al espectro de Figura 3.8, la frecuencia promedio de las ondas es de *f~4000 Hz*. (*H=0.07m*). Si se estima una velocidad de propagación *Vp~140 m/s* (calculada en PM3.2), se tendrá:

$$\lambda = \frac{Vp}{f} = \frac{140\,m/s}{40001/s} = 0.035m \sim 35mm\ !!!$$

Además, los picos máximos de amplitudes se producen a frecuencias menores a medida que aumenta *H* y por lo tanto λ crece también.

El tamaño de grano de la muestra #2-#8 está comprendido entre 2.38 mm (#8) y 10 mm (#2); es decir que la longitud de onda *es aproximadamente del tamaño de las partículas*. Se está entonces en el orden de aparición del fenómeno de difracción que impedirá la detección de primeros arribos debido a scattering (ver S*ección 1.3*).

El valor de λ calculado en muestra #2-#8 es muy pequeño para poder seguir sosteniendo la hipótesis de medio continuo (Santamarina *et al*; 2001), desde el punto de vista de propagación de ondas. Por ende λ deberá ser mucho mayor; por ejemplo 10 veces.

Además, para poder trabajar con muestras de suelo con *dp*≈0.01m se deberá por un lado someter la muestra a emisiones de menor frecuencia, lo que produce un aumento de λ. Por ejemplo para una frecuencia característica *f*=1 kHz y *V*=150 m/s:

$$\lambda = \frac{150m/s}{10001/s} = 0.15m \qquad \text{es decir} \qquad \lambda = 15dp$$

pero para este valor de λ el tamaño de la probeta deberá ser mayor; por lo menos tres a cuatro veces (0.45-0.6m), lo que resultó imposible en la práctica. *Por esta observación anterior, en los ensayos de carga de la próxima sección, no se trabajará con la muestra de material más gruesa*.

La Figura 3.9 presenta la respuesta frecuencial versus distancia *H* para las muestras #20-#50; #8-#20 y #2-#8 *A* y *C*, siendo la misma mayor en *C* que en *A*. A su vez las frecuencias decrecen con el aumento de *H*, resultado lógico por ser la tierra un filtro pasa-bajos.

3.4 Comportamiento de las Muestras Sometidas a Régimen de carga.

3.4.1 Introducción.

Se estudió la propagación de las ondas compresionales en muestras de arenas sometidas a regímenes de carga *débiles* y *fuertes* (i.e. *intensos*), manteniendo la distancia *H* emisor-receptor constante; realizándose el ensayo con las muestras #20-#50 y #8-#20. Se consideró tanto el estado abultado (*A*) como el compacto (*C*) de las mismas.

En ambos casos se incrementó la presión efectiva de confinamiento (σ') según valores indicados en Tabla 3.2. En la misma además figuran las profundidades equivalentes en subsuelo que representan aquéllas, considerando una densidad normal δ=1.8 kg/dm^3 (Hough, 1957; Sharma, 1997). La diferencia entre los dos tipos de cargas son los umbrales inferior y superior. Cuando se trató de cargas débiles ello implicó considerar que las ondas se propagaban en el rango de profundidades entre 0 m. y 2 m.; en cuanto a las cargas fuertes, en el lapso 13 m y 100 m.

3.4.2. Metodología.

La Figura 3.10 a-b representa un croquis del sistema y fotografía del mismo, donde se ve la prensa (sistema de palancas), la probeta con la muestra y el sistema de adquisición de datos completo, aclarando que el mecanismo de prensado por palancas solo se utilizó en carga intensa; añadiéndose pesos sobre la tapa de la probeta en régimen débil. En cada caso se inició el ensayo con muestra abultada *A* y carga mínima, la que se fue incrementando luego de registrar el arribo respectivo y resguardarlo en PC. La PM 3.4 (Anexo A) contiene los cálculos analíticos de parámetros de carga con prensa, a partir de los cuales se confeccionó la Tabla 3.2.

Luego de grabar los registros para todos los estados de carga débil, indicando en cada caso las variaciones de *H* (que prácticamente se mantuvo constante a los efectos del ensayo), se procedió a

disminuir la carga *Ft* en forma progresiva, registrando en orden inverso las señales obtenidas. Todo ello para obtener el ciclo de carga y descarga. Finalizado este paso, se descargó la probeta y se repitió el ensayo con estado compactado de la muestra. El procedimiento fue idéntico para régimen intenso. Por último se cambió la muestra de arena repitiéndose el ensayo para #8-#20.

3.4.3 Resultados

Cargas débiles (hasta 2 m de profundidad)

Las Figura 3.11 (a) muestra las modificaciones en los tiempos de arribo para las ondas que se propagan en las distintas cargas en la muestra #20-#50 (A). Los tiempos de arribo disminuyen con el aumento del confinamiento, lo que conlleva un incremento respectivo de la velocidad de propagación. Los tiempos de arribo en la descarga son inferiores que en el correspondiente ciclo de carga, lo que da por resultado un aumento de *Vp* para igual esfuerzo.

La Figura 3.11 (b) muestra el diagrama σ'-V_P para la muestra #20-#50, abultado y compacto, tanto en el ciclo de carga como el posterior de descarga. Las V_P varían en el intervalo 180-350 m/s. En todos los casos las mismas son superiores en la descarga, siendo la diferencia mayor en el caso abultado debido a que la reducción en el espacio de poros es aquí más drástica.

En la muestra #8-#20 se observa en general la misma tendencia. Además siempre las velocidades encontradas son mayores que para la muestra más fina, variando en el intervalo 215-450 m/s; (para cálculos y representación completa de resultados ver PM 3.5, Anexo A).

Cargas fuertes. (a partir de 13m hasta 100 m. de profundidad)

Los tiempos de arribo son muy inferiores a los de carga débil, Figura 3.12 (a). Además las diferencias de tiempo de los registros para las respectivas cargas son de igual modo menores, lo que sucede en los dos tipos de muestras con estados *A* y *C*.

Lo anterior se traduce por un lado en aumento de velocidades en la muestras para cargas intensas; y por otro en menor variación de las mismas con el incremento de esfuerzos, Figura 3.12 (b).

Cabe destacar que los ciclos de carga-descarga presentan menor dispersión que en el caso débil probablemente debido a que disminuyen las variaciones en el volumen de vacíos.

Por último en los estados de descarga las velocidades permanecen con valores superiores que en el ciclo de carga, al igual que sucedió en el estado de carga débil. Los cálculos completos en PM 3.6 (Anexo A).

Representación Conjunta.

Las Figura 3.13 representa gráficos σ' - V_P conjuntos, regímenes débil e intenso, para los dos tipos de muestras en los estados *A* y *C*.

Los gráficos presentan en general un comportamiento logarítmico, con abruptos incrementos de *Vp* para pequeños de σ', con velocidades iniciales de aproximadamente 200 m/s. Se considera que esto se debe a que en el primer intervalo de carga débil se produce un gran reacomodamiento intergranular, aún a pequeñas cargas, con una disminución abrupta del volúmen de vacíos, acompañado de un incremento en la superficie de contacto entre las partículas. Luego la misma disminuye y la V_P tiende a estabilizarse en valores con poca variación, aún con notables incrementos de esfuerzos.

El punto de inflexión se presenta luego de los 40 kPa aproximadamente, donde las pendientes disminuyen. En otras palabras, cerca del punto de quiebre se termina de producir el acomodamiento intergranular, sin roturas entre los mismos. Luego de este punto las velocidades aumentan en menor grado pese a los grandes incrementos en las presiones hasta aproximadamente 900 m/s para ambas muestras (disminuye en menor grado el volúmen de vacíos). Esto se mantendrá aproximadamente constante hasta el umbral de rotura de granos resultado de esfuerzos demasiado grandes, no logrado en los ensayos descritos.

También se observa en Figura 3.13 que las *Vp* en el ciclo de descarga son mayores que en la carga, debido a que los granos no retornaron a las condiciones iniciales (i.e. permaneció compacto). Por último las velocidades de partida y llegada en la muestra #8-#20 son ligeramente mayores que para #20-#50, tanto en *A* como *C*.

3.5 Resúmen y Conclusiones

Se estudió la forma y espectro de frecuencia real de señal emitida por el transductor al medio; tanto a través del generador de funciones como del pulser. Se volvió a constatar los dos picos resonantes que posee este tipo de PZT.

El primer impulso de señal emitida al medio es negativo, por lo cual deberán ser del mismo tipo los primeros arribos, lo que se comprobó en todos los ensayos del presente capítulo. Además esto será de suma importancia para captar los mismos al trabajar en tomografía (capítulo 6).

En el capítulo 1 se estudió la refracción, reflexión y transmisión de ondas por las paredes de la probeta de ensayo, y se determinó que existirían refracciones para distancias *E-R* mayores a 0.13 m. Sin embargo las mismas no se detectaron pese a distancias de trabajo de hasta 0.17m. por el elevado ángulo crítico presente y la correspondiente disminución de la amplitud por divergencia del PZT, inferior a ese valor. Se anularon las transmisiones por las paredes aislándolas con o-rings de caucho. Las reflexiones en todos los casos arribaron con tiempos mayores a los directos.

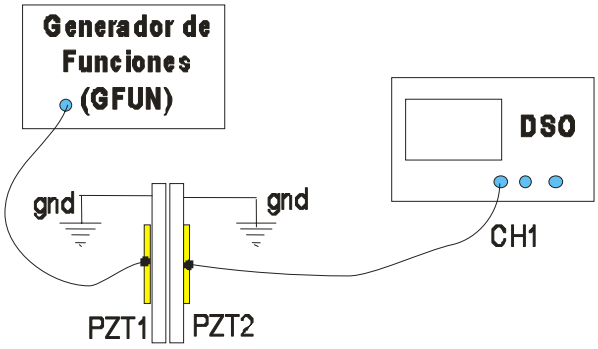
Por regresión lineal se determinaron las velocidades de propagación para las tres muestras en estados abultado y compacto en régimen sin carga además de los espectros de frecuencia. Las velocidades aumentan cuando se trata de suelos compactos; las frecuencias típicas aumentan. El suelo filtra menos las altas frecuencias para el caso compacto.

La respuesta en frecuencia de las muestras compactas es mayor que en las abultadas. A su vez los espectrogramas se desplazan hacia menores valores de las mismas a medida que aumenta el tamaño de grano.

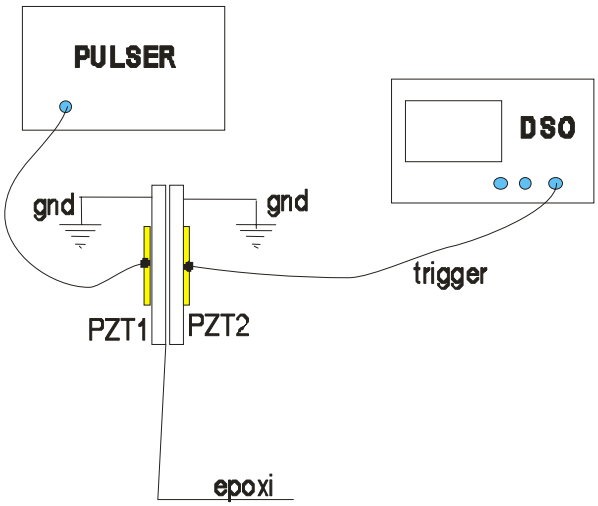
Se estudió el comportamiento a la carga de dos muestras de arena, manteniendo la distancia *E-R* constante e igual a 0.1m. La V_P aumentó bruscamente para los primeros estados de carga, por reacomodamiento e incremento en la superficie de contacto entre partículas; disminuyendo el gradiente de velocidad para cargas mayores.

En el ciclo de descarga las V_P permanecen en todos casos con valores mayores al caso de carga inicial. Esto se debe a que la muestra permaneció con gránulos reacomodados. Es decir que es posible conocer el estado de compactación de una muestra de partículas mediante el estudio de propagación de ondas sísmicas, midiendo antes y después de la misma.

Por último se comprobó el notable incremento (no lineal) de la velocidad de propagación en los primeros metros de profundidad. La impedancia acústica variará en igual forma lo que provocará curvatura de rayos, dificultando la aplicación de los algoritmos de inversión que utilizan hipótesis de rayos rectos. Esto se volverá a ver en el capítulo 6.



(a)



(b)

Figura 3.1 Esquema conexión de transductores para estudiar la señal real de emisión mecánica del PZT al medio. (a) Fuente GFUN para barrido en frecuencia y determinación de resonancia del transductor. (b) Fuente PULSER para detectar la forma real de la señal emitida al medio en los ensayos.

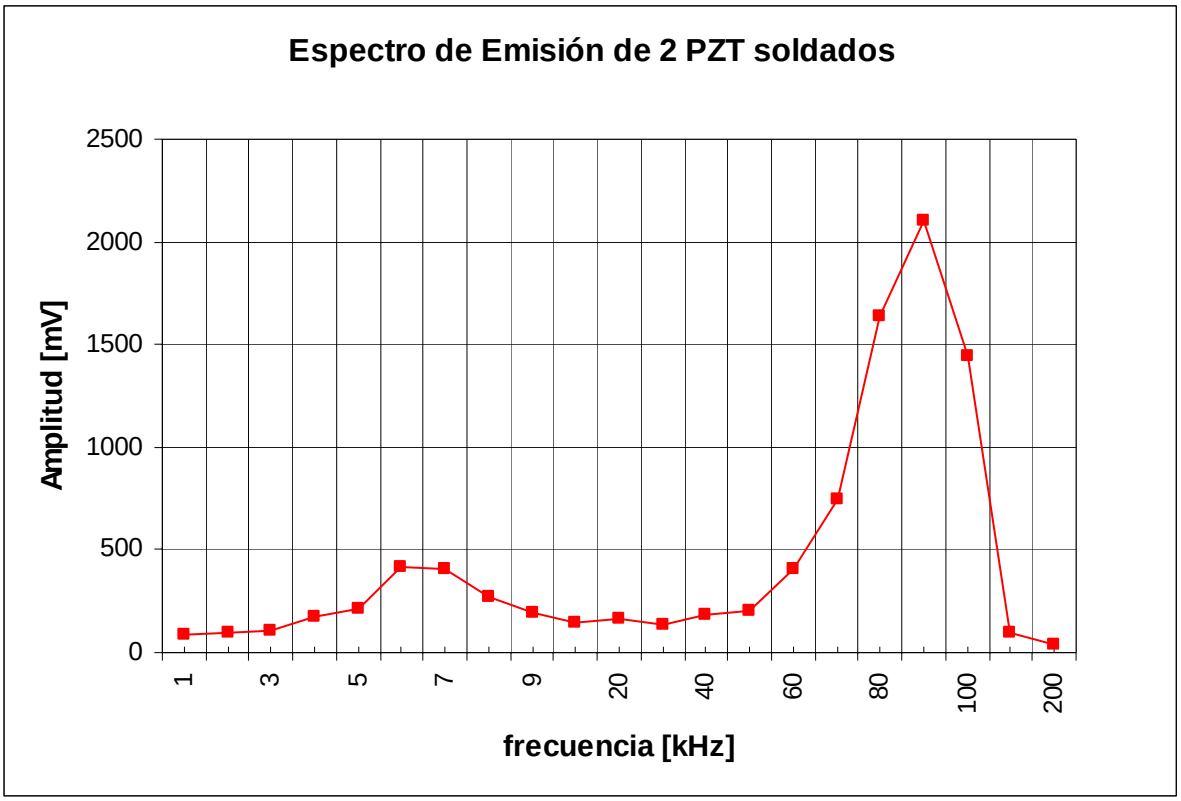


Figura 3.2. Espectrograma correspondiente a ensayo de Figura 3.1-a.

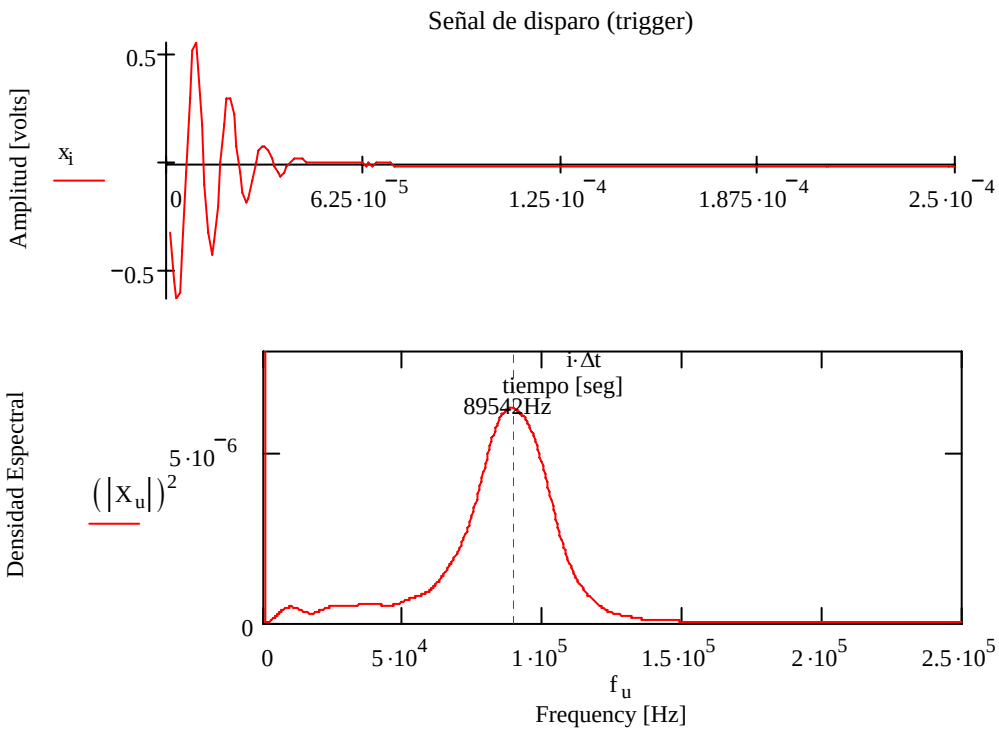


Figura 3.3. Espectrograma correspondiente a ensayo de Figura 3.1-b. Señal de Disparo del Pulser. (a) Señal real de salida al medio. (b) Densidad Espectral de la misma.

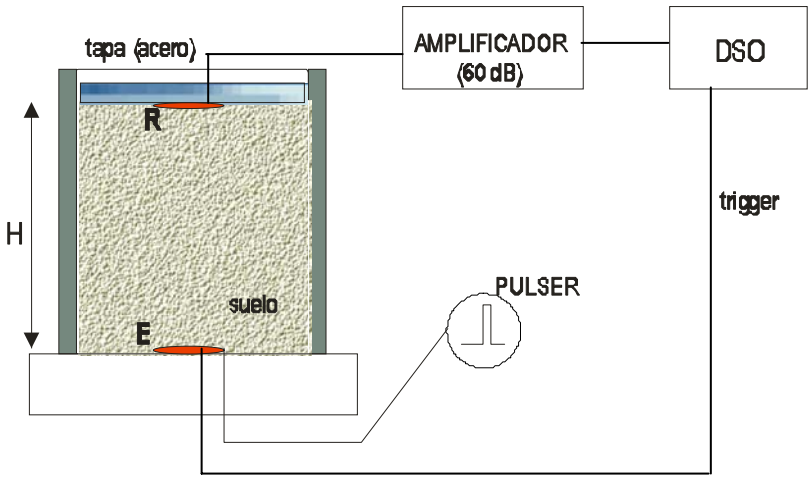
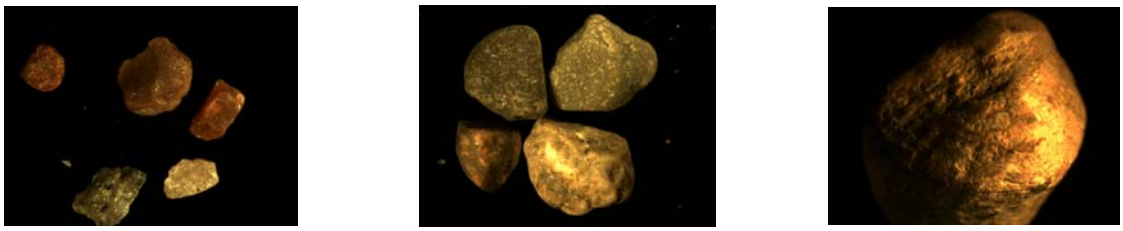


Figura 3.4. Probeta cilíndrica donde se introduce la muestra y esquema de conexión del ensayo.



(a) **(b)** **(c)**

Figura 3.5 Reproducción fotográfica de las muestras de arenas y gravas utilizadas en los ensayos del Capítulo 3. (a) Muestra #20-#50 (ASTM); (b) Muestra #8-#20 ; (c) Muestra #2-#8 (Gentileza: Juan C. Santamarina).

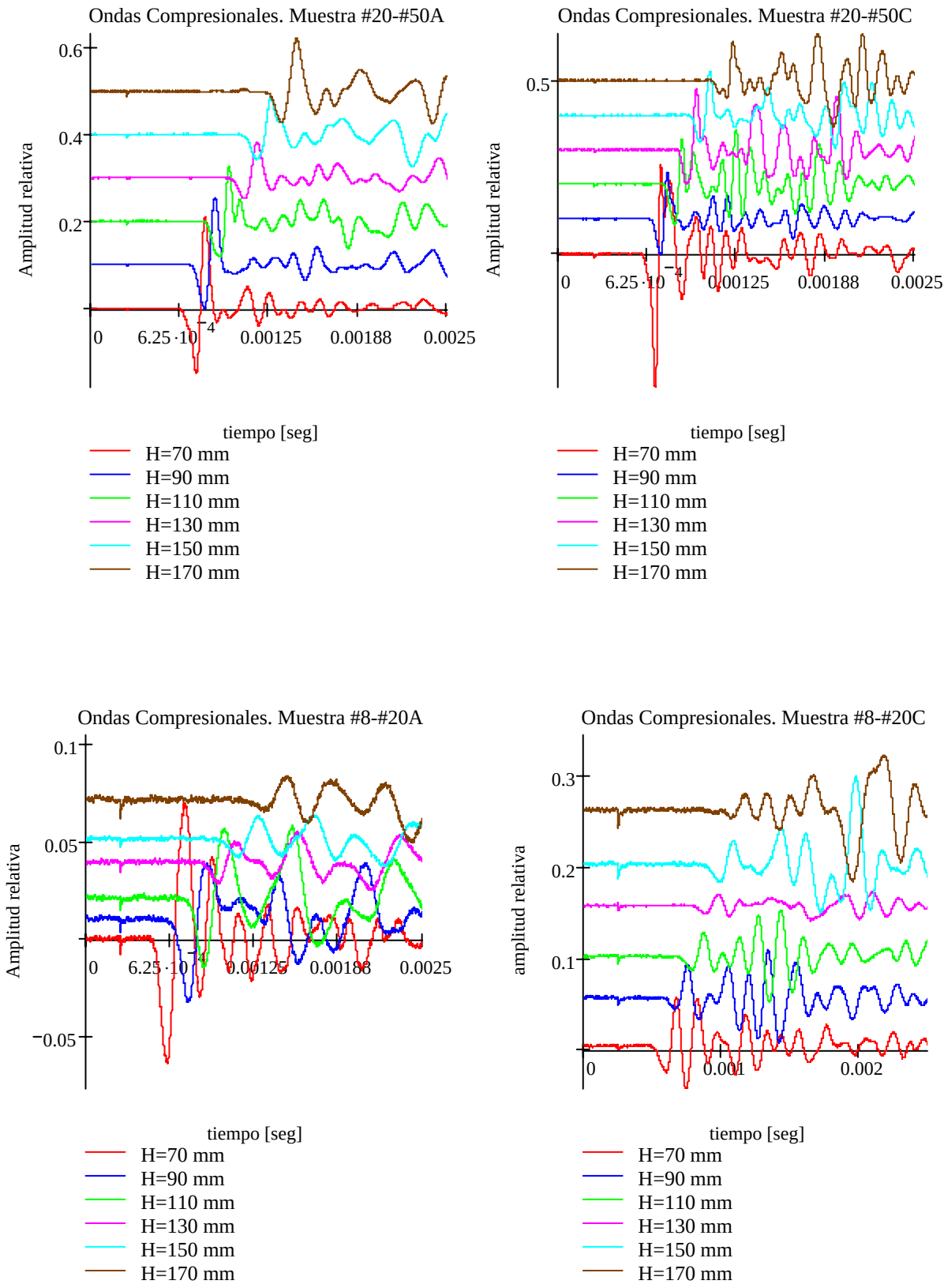


Figura 3.6. Ondas Compresionales en muestras #20-#50 y #8-#20 (A y C) para distancias emisor - receptor (H) crecientes.

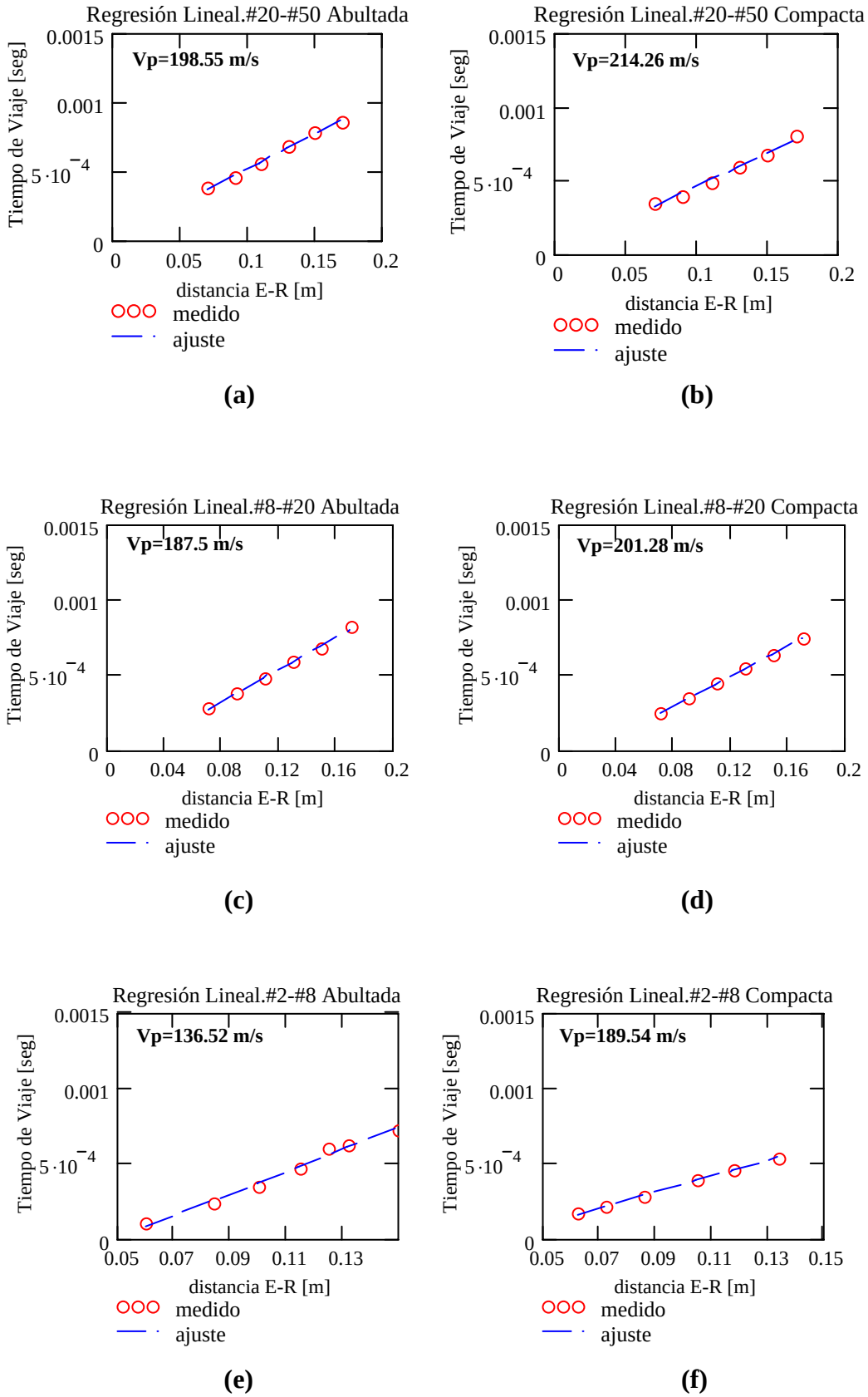


Figura 3.7. Regresión Lineal. Determinación de Velocidad de Propagación (onda P) en muestras #20-#50 (a-b); #8-#20 (c-d) y #2-#8 (e-f). (A y C).

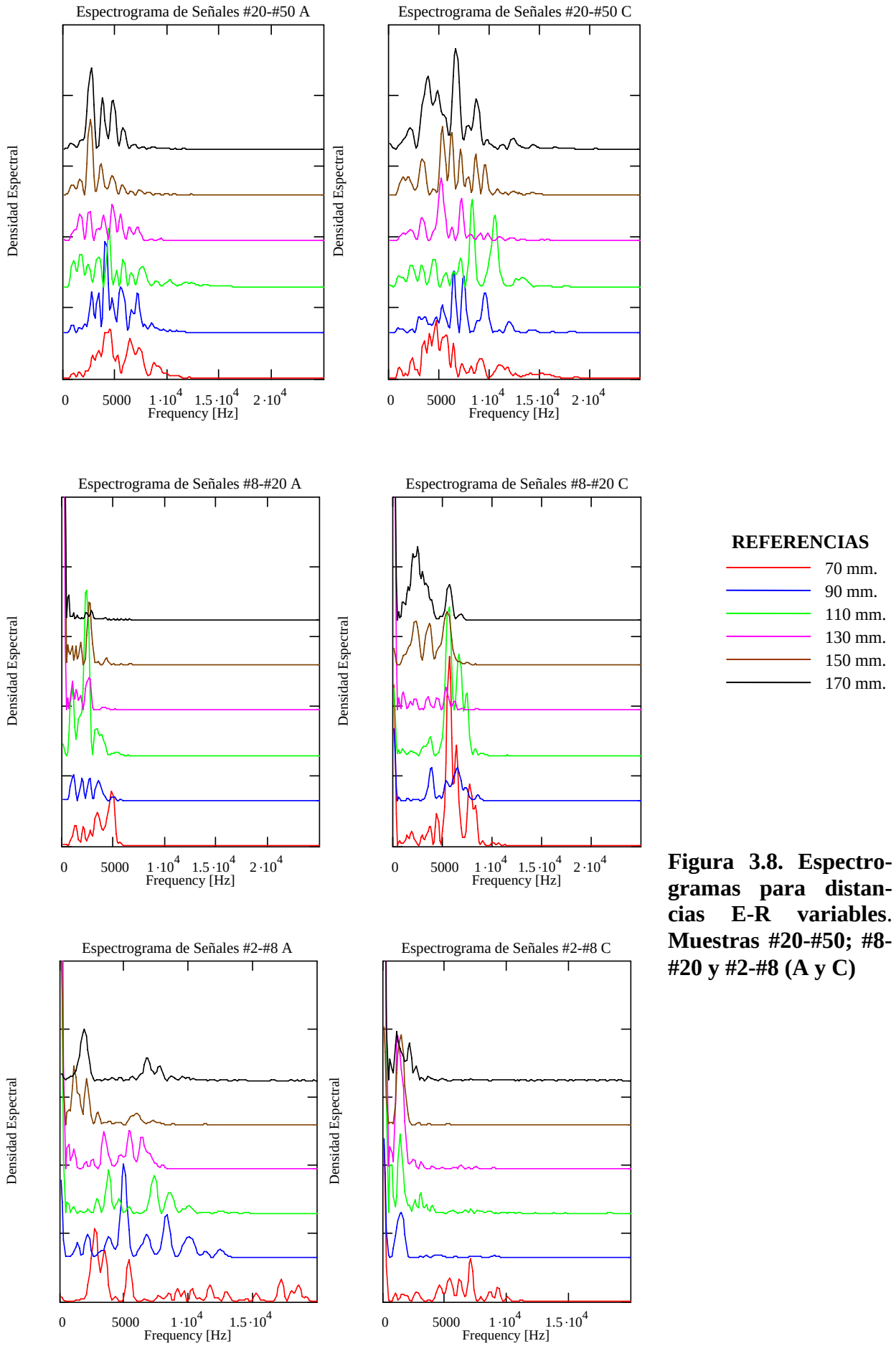
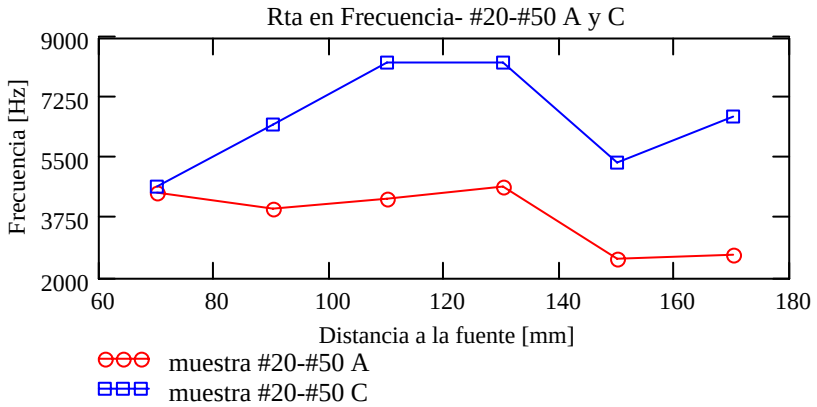
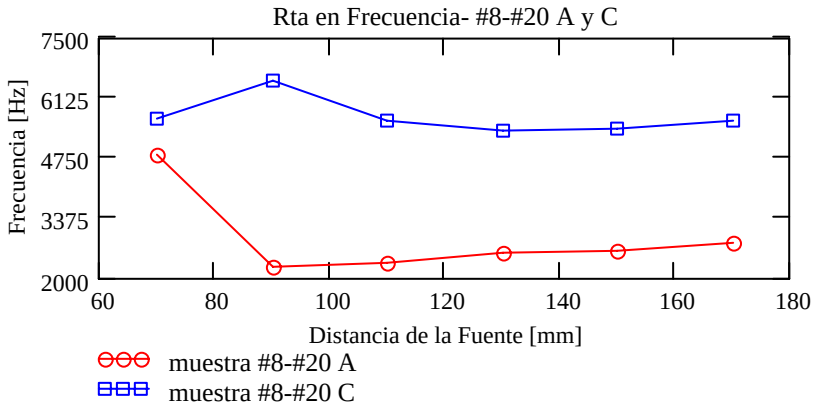


Figura 3.8. Espectrogramas para distancias E-R variables. Muestras #20-#50; #8-#20 y #2-#8 (A y C)





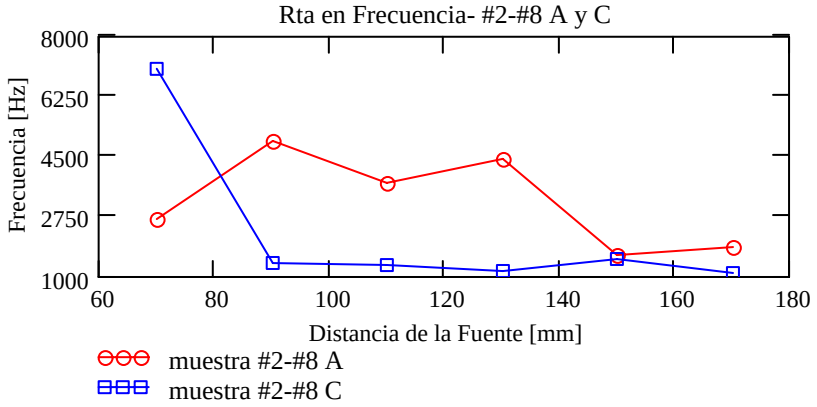
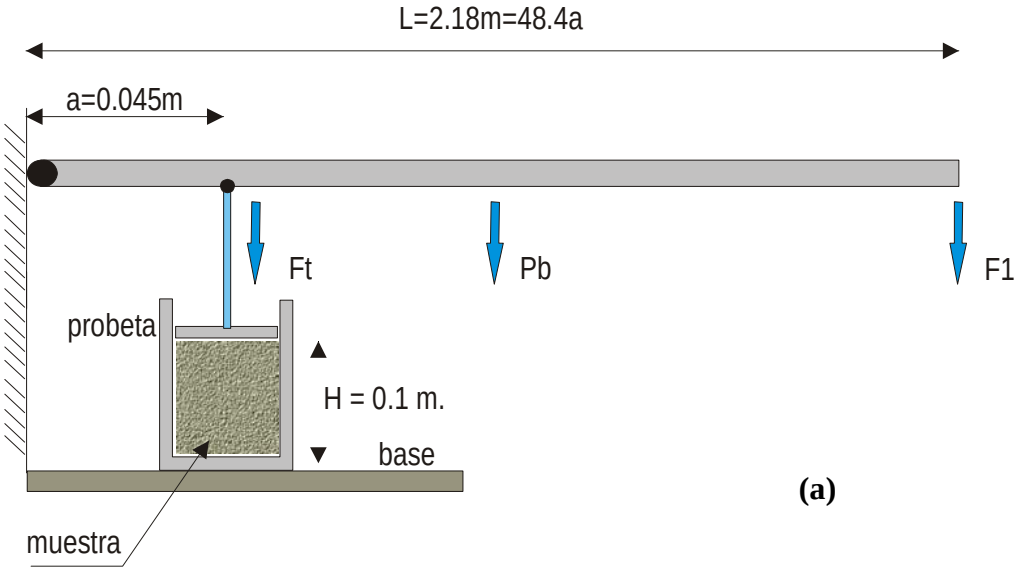


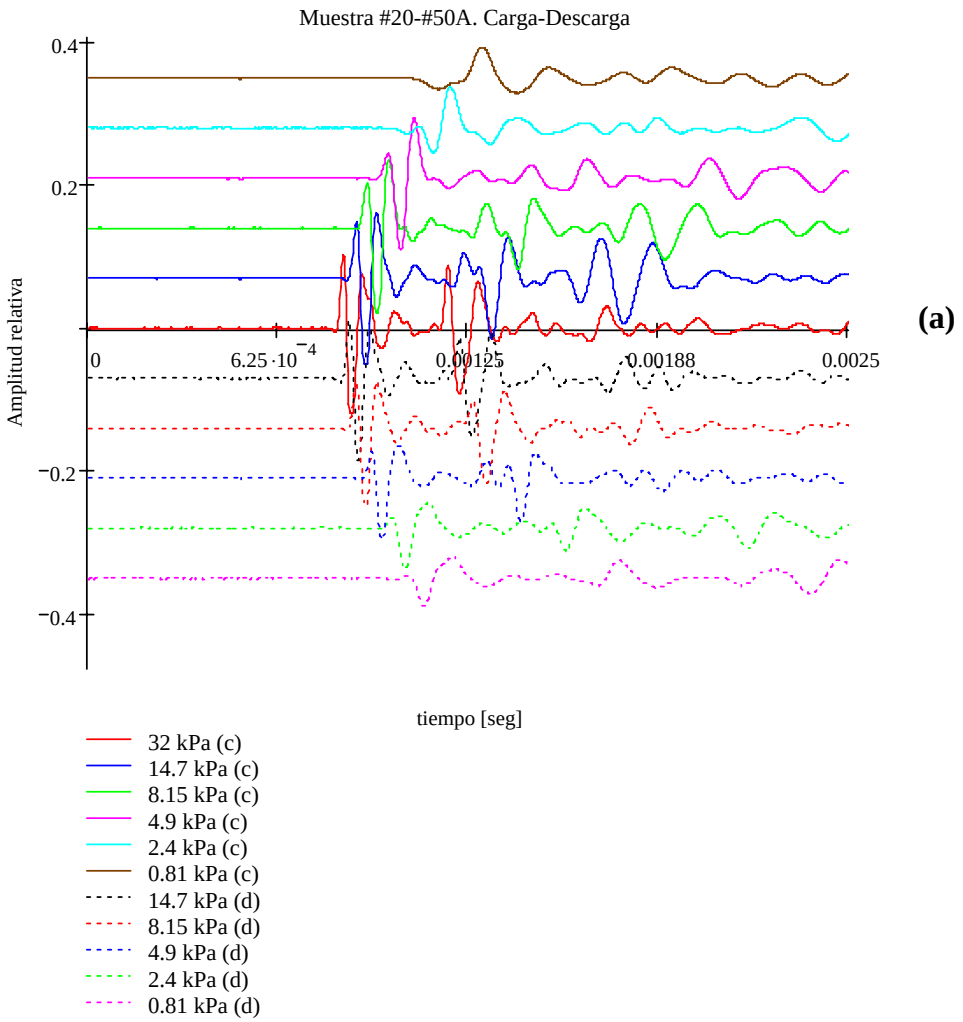
Figura 3.9. Diagrama comparativo de respuesta frecuencial versus distancias emisor-receptor. Muestras #20-#50; #8-#20 y #2-#8 (A y C).



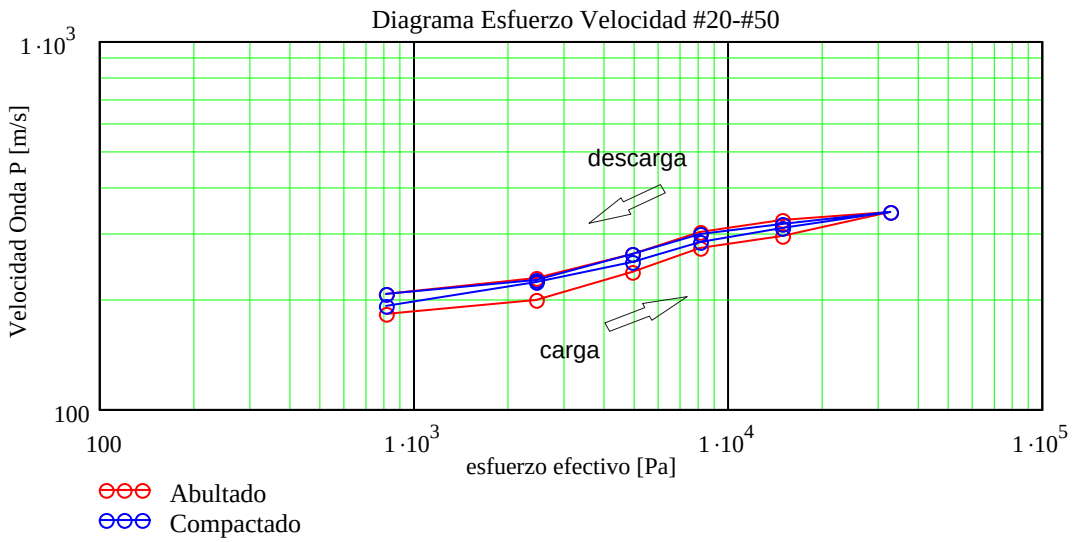
(a)

(b)

Figura 3.10. (a) Croquis del sistema de prensa actuante sobre la muestra. (b) Fotografía de la prensa con el sistema de palancas.

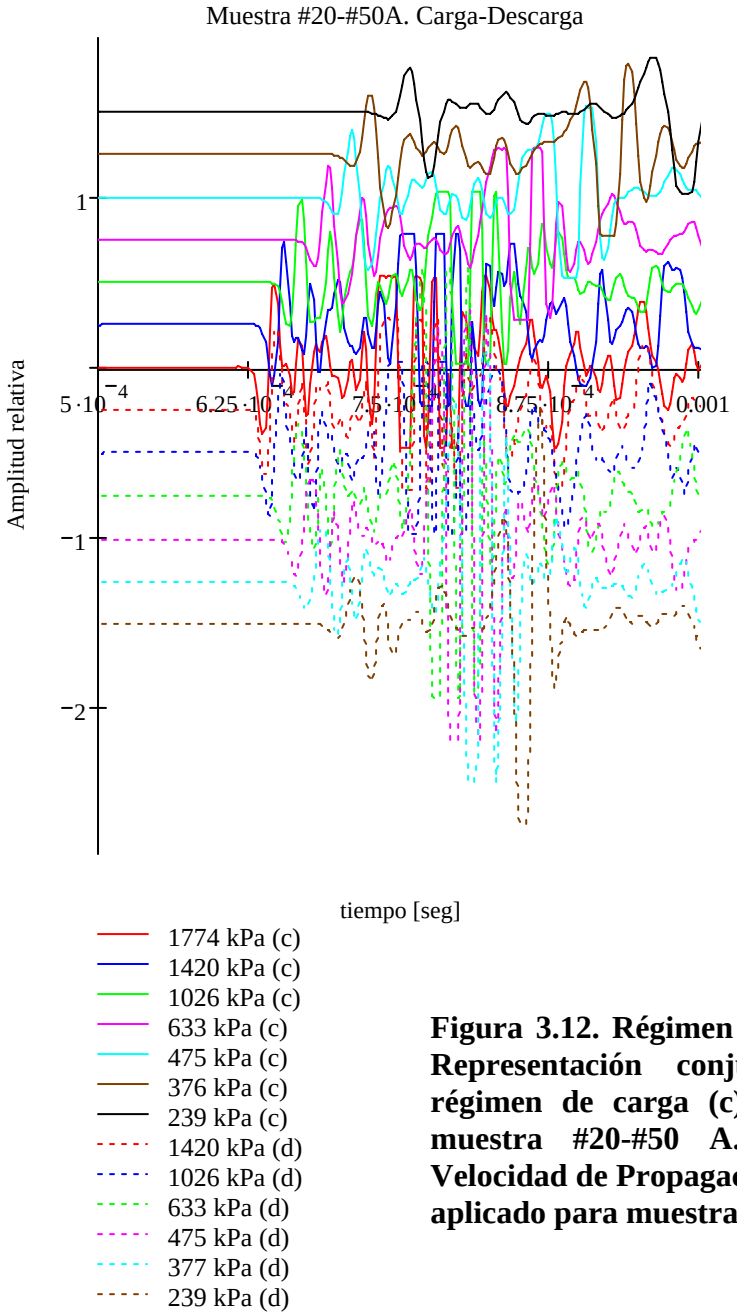


(a)



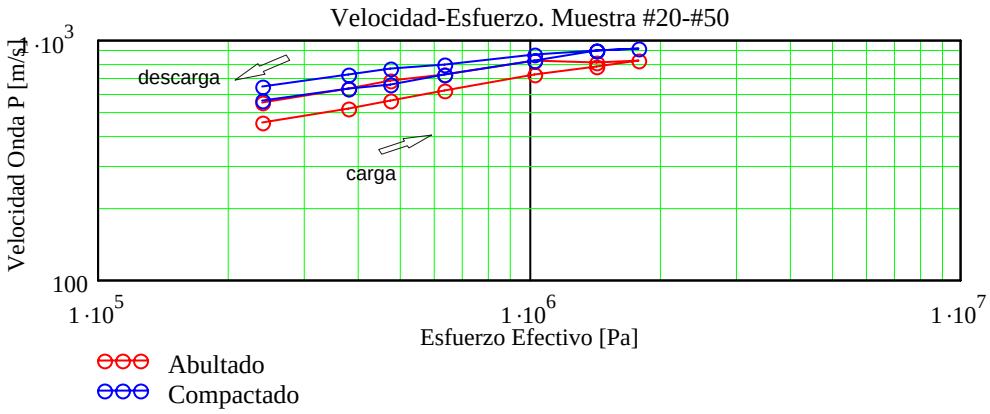
(b)

Figura 3.11. Régimen Débil de Cargas (a) Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d) para muestra #20-#50 A. (b) Relación entre Velocidad de Propagación (onda P) y esfuerzo aplicado para muestra #20-#50 A y C.

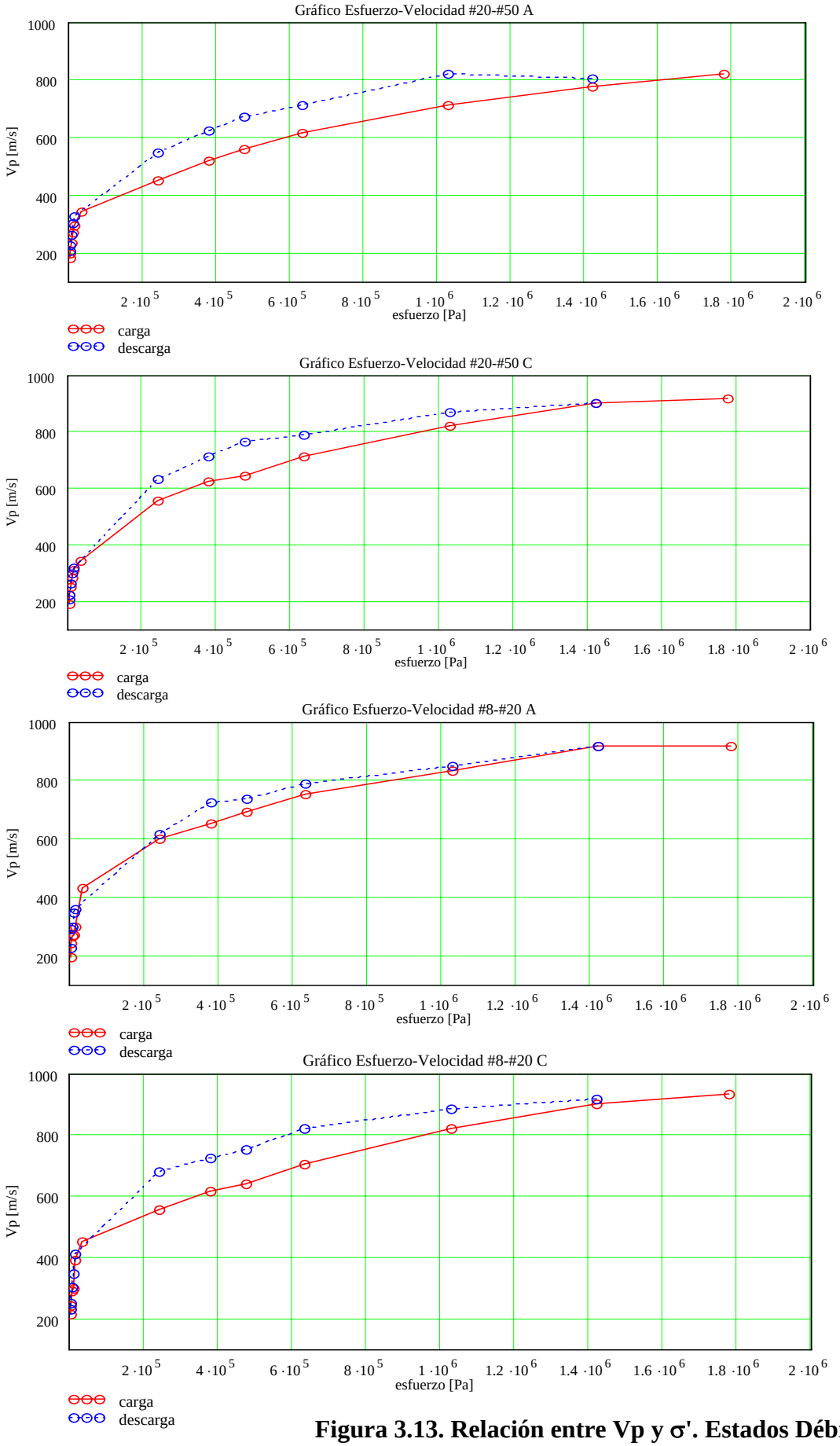


(a)

Figura 3.12. Régimen Intenso de Cargas. (a) Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d) para muestra #20-#50 A. (b) Relación entre Velocidad de Propagación (onda P) y esfuerzo aplicado para muestra #20-#50 A y C.



(b)



(a)

(b)

(c)

(d)

Figura 3.13. Relación entre Vp y σ'. Estados Débil y Fuerte. Carga y descarga. (a-b) Muestra #20-#50; (c-d) #8-#20.

Tabla 3.1. Escala de Tamices

Abertura [mm]	# IRAM-ASTM
10	2
5.6	3
4.76	4
3.36	6
2.38	8
1.68	12
1.19	16
0.841	20
0.595	30
0.42	40
0.297	50
0.21	70
0.149	100
0.105	140
0.074	200
0.053	270
0.037	400

Tabla 3.2 (a) Fuerzas actuantes sobre la tapa de probeta cilíndrica. (b) Régimen de Cargas en la Probeta Cilíndrica y profundidades equivalentes (ver PM 3.4).

Cálculo de las fuerzas actuantes sobre la probeta (carga intensa)			
F1 [N]	F1 [N] (acum)	Ft [N]	Ft [N] (acum)
0	0	10	2940
35	35	1694	4634
25	60	2904	5844
40	100	4840	7780
100	200	9680	12620
100	300	14520	17460
90	390	18876	21816

(a)

Régimen de Carga Débil			
Area Probeta [m2]	*Ft [N]acum*	*σ' [kPa]*	*z equiv [m]*
0.0123	10	0.81300813	0.046056
0.0123	30	2.43902439	0.138168
0.0123	60	4.87804878	0.27633599
0.0123	100	8.1300813	0.46055999
0.0123	180	14.6341463	0.82900798
0.0123	405	32.9268293	1.86526796
Régimen de Carga Intensa			
Area Probeta [m2]	*Ft [N]acum*	*σ' [kPa]*	*z equiv [m]*
0.0123	2940	239.02439	13.5404637
0.0123	4634	376.747967	21.34235
0.0123	5844	475.121951	26.9151259
0.0123	7780	632.520325	35.8315673
0.0123	12620	1026.01626	58.1226709
0.0123	17460	1419.5122	80.4137745
0.0123	21816	1773.65854	100.475768

(b)

CAPITULO 4

INVERSIÓN: MÉTODO BASADO EN EL CÁLCULO VARIACIONAL

4.1 Introducción.

4.1.1 Introducción al Problema Directo e Inverso.

Problema Directo

Se puede definir el problema directo como el proceso de *predecir* los resultados de mediciones (i.e. predecir *datos*) sobre la base de algún principio general o modelo físico matemático y un conjunto de condiciones específicas relevantes al problema planteado.

En otras palabras, cuando se supone que el sistema físico puede ser adecuadamente descrito por un conjunto de ecuaciones de la física matemática y a partir de ello es posible predecir su comportamiento a distintos tipo de señales de entrada; se está trabajando con un tipo de problema directo.

Por ejemplo considérese el problema cinemático de la velocidad como una función de la aceleración y el tiempo transcurrido t; supóngase que la velocidad V varía linealmente según la expresión:

$$V = m \cdot t + V_O$$

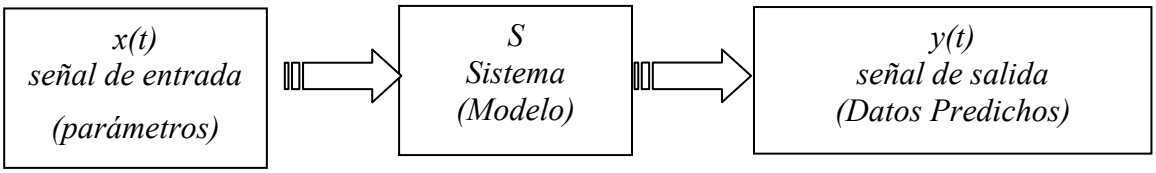
donde m es primera derivada de la velocidad respecto del tiempo, es decir la aceleración (dV/dt) y V_0 es la velocidad inicial. Si se conoce que $V_0=350\ m/s$ y $m=10\ m/s^2$ se tendrá:

$$V = 10\left[m/s^2\right] \cdot t[s] + 350\,[m/s]$$
$$si\ \ t = 10\,seg \Rightarrow V = 450\,m/s$$

En síntesis se podrá predecir el valor de velocidad para un tiempo arbitrario. Este es un tipo de problema directo: se ingresa con el tiempo transcurrido desde el inicio y se obtiene la velocidad para ese instante. Para saber si el mismo se ajusta a la realidad se deberá cotejar los resultados predichos con los observacionales. Se desprende de lo mencionado que para resolver el problema directo con buena aproximación a la realidad, se necesita conocer muy bien la *física* del problema.

En general se suele expresar el esquema anterior de la siguiente forma:

Problema Directo



Expresado en forma matricial:

$$\mathbf{y} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{x} \qquad \textit{problema directo} \qquad (4.1)$$

donde: **y** = {*y(t)*} (desconocido); **x** = {*x(t)*} (conocido); **S**=**S**(Física del problema) (conocido)

Es decir se obtiene el vector respuesta **y** como un producto entre los parámetros del sistema (vector **x**) y las características físico-geométricas del mismo (matriz **S**).

No siempre se requiere o es posible conocer a priori **S**, por lo que en ciertos tipos de problemas directos se logra conocer el sistema procediendo a excitar al mismo con varias señales *x(t)* y obligándolo a cumplir con determinados requisitos que surgen de la naturaleza del problema investigado. Como ejemplo se puede citar el diseño de un puente. Se calcula el mismo (**S)**, y luego se lo somete a diferentes cargas (entradas *x*) obteniéndose las respuestas *y* (que deben satisfacer ciertos requisitos)

En forma numérica:

$$\mathbf{y} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{x} \qquad \begin{array}{l} \textit{problema directo}(\textit{diseño del sistema}) \\ \text{'}y\text{' sometida a condiciones}(\textit{predefinido}) \\ \text{'}x\text{' conocido} \end{array} \qquad (4.2)$$

Este tipo de problema directo (conocido como *diseño de sistema*) es típico en todas las ramas de la ingeniería involucradas con la tecnología. Además **S** engloba todos los conceptos, no solo geométricos sino físicos asociados al problema.

Problema Inverso

La Ciencia en general y la Geofísica en particular han estado dedicadas desde su origen además del problema directo, con el inverso. El geofísico medía variaciones de ciertos parámetros sobre la

superficie de la tierra con la ayuda de aparatos y luego de alguna forma pretendía saber qué anomalía en el interior del mismo provocaba los cambios medidos en aquélla.

El proceso de manipular datos observacionales a fin de extraer información sobre un sistema (en este caso el subsuelo) es una forma de problema inverso.

"Inversión puede ser definida como un procedimiento para obtener modelos del subsuelo (o de muestras del mismo) que puedan adecuadamente describir un conjunto de datos observacionales." (Lines, L.R., & Treitel, S., 1984).

Es necesario separar lo que significa inversión en general de lo que es la Teoría sobre la Inversión: "Conjunto de técnicas matemáticas para manipular datos a fin de obtener información útil sobre el mundo físico sobre la base de inferencias extraídas a partir de observaciones" (Menke, 1989)

En la geofísica las bases de la teoría sobre la inversión de datos geofísicos fueron establecidos por Backus & Gilbert (1967).

Se puede también mencionar que, cuando se trabaja con respuestas de sistemas (i.e. datos observacionales del mismo), el procedimiento que se tendrá para interpretarlos será uno de inversión.

Tomando el ejemplo anterior de la variación de velocidad, el problema inverso consistirá en, *a partir de los datos observacionales* de V, *medidas* a distintos incrementos de tiempos, calcular los parámetros velocidad inicial V_0 y aceleración m, es decir calcular la ley de velocidades.

4.1.2 Planteo del Método Inverso.

Básicamente existen dos tipos de métodos inversos; el primero inferido **S** y conocida la respuesta **y**, calcular la entrada **x** (vector de parámetros desconocidos):

$$\mathbf{x} = \mathbf{S}^{-1} \cdot \mathbf{y} \qquad \textit{problema inverso} \qquad (4.3)$$

El segundo tipo de problema inverso, conocido como *identificación del sistema*, intenta caracterizar **S**, que significa conocerlo y por lo tanto poder predecir su comportamiento (*respuesta y(t)*) a diferentes *excitaciones (señales) de entrada x(t)*. Los datos conocidos son las señales de entrada y de salida y se trata de resolver **S**.

Por otra parte de acuerdo al tipo de información extraída en la respuesta, y de la forma de excitación (e.g. distribución y número de transductores en tomografía) se pueden reconocer, a fines didácticos, dos clases de identificación de sistemas (en este caso tomando como sistema **S** al suelo o una muestra de él):

- Propiedades intrínsecas del mismo.
- Tomografía.

El tipo (a) se abordó en el capítulo 3 estudiando las propiedades de diversos materiales que componen los suelos a partir de procesar las señales de salida y entrada.

El tipo (b) se define como: "una técnica (de inversión) que genera una representación gráfica seccional (un tomograma) de un objeto utilizando la respuesta del mismo a la energía no destructiva de una fuente externa" (Lo & Inderwiesen, 1994). Se estudiará esta técnica en este capítulo y los siguientes y consistirá entonces en detectar, ubicar y determinar la forma de anomalías insertas en medios con diferentes propiedades en cuanto a la naturaleza de la excitación de entrada *x(t)*. Quiere esto decir que por ejemplo si se excita **S** con ondas sísmicas analizando los cambios de velocidad, deberá existir un contraste entre la *V1* del medio base y la *V2* de la anomalía, en caso de existir.

4.1.3 Geometría de los Modelos. Arreglo Cross Hole

En este trabajo se utilizará en todos los casos la configuración de emisores y receptores denominada comúnmente cross-hole, que consiste en situar en forma paralela la línea de emisores *si* con la de receptores *rj*, encontrándose la anomalía buscada dentro de este dominio rectangular. La Figura 4.1 muestra los sensores, además de los rayos que parten de los *si* y llegan a los *rj*.

4.2 Métodos Inversos. Primera Parte.

4.2.1 Introducción

Existen innumerables métodos de inversión de datos. Todos apuntan a resolver uno o ambos de los tipos de problemas siguientes:

a) Problemas inversos lineales

b) Parcialmente lineales o no lineales.

a) *Lineales*: En este tipo de problemas se puede plantear el sistema de ecuaciones de forma linealmente explícita:

$$\mathbf{S} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{y} \tag{4.4}$$

Esto significa que la matriz que representa el modelo **S** es linealmente independiente tanto del vector de parámetros del mismo **x** como de los datos observacionales **y**. Como ejemplo en un medio homogéneo e isótropo 2D la densidad es independiente de la posición $\delta \neq \delta(x, y)$.

b) *No Lineales*: Contrariamente al caso anterior en los problemas no lineales es imposible separar la matriz **S** del vector de parámetros **x**; y/o del vector **y** de datos predichos; es decir:

$$\mathbf{S(x)} = \mathbf{y} \tag{4.5}$$

Relación lineal en los datos pero no lineal entre **x** y **S**.

$$\mathbf{S(y, x)} = \mathbf{0} \tag{4.6}$$

Relación no lineal en los dos casos.

Existen métodos de inversión que permiten resolver los dos tipos de problemas y otros que solo abordan el caso (a) o el (b). En el desarrollo de este trabajo solo se tratará el primero (ecuación 4.4).

Además también se clasifican en forma más general de acuerdo a la relación que existe entre el número de parámetros del modelo (i.e. incógnitas) y el número de datos observacionales disponibles (i.e. número de ecuaciones). Se tendrán entonces:

a) Sistemas sub-determinados

b) Sistemas igual-determinados

c) Sistemas sobre-determinados.

En (a) el número de mediciones es inferior al número de parámetros incógnitas del modelo investigado.

En el caso (b) el número de incógnitas es idéntico al de mediciones.

En (c) el número de observaciones es mayor que el de incógnitas.

Además para cada uno de estos casos existe la posibilidad de ser consistentes o inconsistentes, es decir que el vector de resíduos $\mathbf{e} = \mathbf{y}^{<\mathbf{dato}>} - \mathbf{S} \cdot \mathbf{x}^{<\mathbf{est}>}$ sea nulo o no, respectivamente.

Por ejemplo en un sistema sobredeterminado, la inconsistencia implicará que existan errores en las mediciones y/o en el modelo considerado para calcular **S**, o bien en la configuración geométrica (e.g. ubicación errónea de los sensores en el contorno Γ del dominio Ω en tomografía).

4.2.2 Formas de Representación de los Parámetros Incógnita.

Como se trabajará con inversión de valores de tiempo de viaje (i.e. tomografía por tiempo de viaje), el vector de parámetros a calcular estará relacionado con las velocidades de propagación en el medio y en la inclusión si la hubiere (o bien en las 'lentitudes', inversas de aquéllas).

Cuando se trata de localizar anomalías con contornos cerrados, se puede recurrir a dos tipos de representaciones para describir los objetos presentes en Ω:

- Pixeles.
- Paramétrica.

En el primer caso se divide todo Ω en N pixeles rectangulares o cuadrados y la inversión permite calcular los valores del parámetro desconocido en cada elemento. Es decir que existirán tantas incógnitas como pixeles.

Luego se componen en su ubicación correspondiente todos los pixeles con sus respectivos valores en forma de imágenes y se reconstruye el dominio, apareciendo o no las anomalías a partir del contraste de velocidades. También se ubican en el sitio aproximado.

Esta forma de representación es muy útil cuando se intenta tomografiar parámetros variables en el medio; por ejemplo el estado de esfuerzos de un material sometido a régimen de cargas variables (Fernández, 2000).

La principal desventaja que posee es que para lograr una buena resolución de las imágenes se debe reducir mucho el tamaño de cada pixel, lo que significa aumentar el número de incógnitas incrementando con ello la sub-determinación. Esto llevará inevitablemente a sistemas de ecuaciones muy mal condicionados e inestables. Existen técnicas para minimizar estos errores, algunas de ellas se estudiarán en el capítulo 5.

La representación paramétrica simplifica el problema cuando se trata de detectar inclusiones; es decir describir sus características globales: forma, ubicación y velocidad. Por lo general se asimila la forma del cuerpo a un círculo de radio r_{inc}. Se dará un paso mas allá reemplazando el círculo por una elipse que puede reproducir mejor la forma irregular de cualquier inclusión, especialmente cuando es alargada (e.g. un yacimiento metalífero vetiforme, restos fósiles, etc.). Luego, los parámetros a determinar serán: $P_{inc}(x_{nc}; y_{inc})$, a_{inc}, b_{inc}, ϕ_{inc}, V_{base} *(V1) y* V_{inc} *(V2)*, por lo que se reducirá el sistema a solo siete incógnitas, pasando a trabajar con sistemas sobredeterminados en vez de subdeterminados.

*4.2.3 Métodos por Inversión de la Matriz **S** (o Métodos matriciales directos).*

En caso de dividir Ω en pixeles, **S** tendrá dimensión *MxN* es decir *M*-filas representando las ecuaciones del sistema (i.e. el número de datos observacionales), y *N*-columnas, el número de incógnitas, es decir pixeles en Ω.

Cuando se presenta el caso (b) de la sección 4.2.1 (i.e. *'igual-determinado'*), es posible a priori invertir la matriz **S** y obtener el sistema:

$$\mathbf{x}_{Nx1} = \mathbf{S}_{MxN}^{-1} \cdot \mathbf{y}_{Nx1} \qquad (M=N) \qquad (4.7)$$

Por lo general la matriz **S** es muy mal condicionada (esta situación empeora cuando aumenta el número de incógnitas incrementándose la sub-determinación), por lo que no es posible obtener su inversa en forma directa. Además, según se expresó, en caso de que fuera *M=N* implicaría tener una cantidad de pixeles igual al de observaciones lo que, bien producirá imágenes muy toscas si el mismo es pequeño; o requerirá un número elevado de mediciones, lo cual es muchas veces inviable en la práctica.

Cada pixel representa un valor incógnita *xi,*; en el caso tratado aquí, al trabajar con distancias y tiempos, serán velocidades o lentitudes (eng."*slowness*"). Es necesario por ello encontrar la matriz **S** que representa geométrica y físicamente al sistema y que sirve de enlace entre las incógnitas **x** y los datos **y**. La misma se calcula con programas trazadores de rayos (eng. *ray-tracing algorithms*) cuando se trabaja con la hipótesis del rayo (recto en medio homogéneo).

Además, como la inversión de **S** prácticamente no es posible (debido a que $\kappa \to \infty$), lo que se hace en los métodos directos es generar una pseudo-inversa, según se verá en el próximo capítulo.

Por último, al ser los modelos lineales, la matriz **S** se evalúa solo una vez (por ecuación 4.4).

4.2.4 Métodos Iterativos (Métodos Matriciales Iterativos)

A fin de no calcular inversas ni pseudoinversas de **S**, el sistema lineal de ecuaciones puede ser resuelto con algoritmos iterativos. Estos son eficientes desde el punto de vista computacional y poseen la gran ventaja de que *pueden resolver problemas no-lineales*.

La idea principal de estos algoritmos estriba en corregir gradualmente el vector solución (estimado) **x** a fin de reducir el vector de residuos **e**, es decir:

$$\left(e_i\right)^{<it>} = y_i^{<dato>} - \left(y_i^{<predicho>}\right)^{<it>} = y_i^{<dato>} - \sum_{k=1}^{N} S_{i,k} \cdot x_k^{<it>} \qquad (4.8)$$

Para la *i*-ésimo dato medido; luego de la iteración '*it*'.

Existen algunos algoritmos, por ejemplo MART (Herman, 1980) que resuelven el problema intentando llevar a la unidad la siguiente relación:

$$\frac{y_i^{<dato>}}{\left(y_i^{<predicho>}\right)^{<it>}} = \frac{y_i^{<dato>}}{\sum_k S_{i,k} \cdot x_k^{<it>}} \quad \Rightarrow 1 \qquad (4.9)$$

Se abordarán tres métodos iterativos clásicos aplicados a dos casos concretos (Modelos A y B, Figuras 4.2 y 4.3) que además serán probados con todos los algoritmos a lo largo del resto del capítulo. Se incluye al final la técnica de lógica difusa por la similitud conceptual en algunos detalles con el método variacional que se desarrolla en las *secciones 4.3* y *4.4*.

Técnica de Reconstrucción Algebraica (ART)

ART actualiza el vector de parámetros desconocidos **x** comenzando con la primera medición (*i=1*) y continuando de una en una hasta alcanzar la última (*i = M*; número de ecuaciones). Luego se reinicia el proceso a partir de la primera, hasta llegar al valor de **e** pre-definido.

El algoritmo para hallar la inversión es (Santamarina *et al*, 1998):

$$x_k^{<it+1>} = x_k^{<it>} + \frac{(e_i)^{<it>} \cdot S_{i,k}}{\sum_k (S_{i,k})^2} \tag{4.10}$$

La Figura 4.4 representa las inversiones logradas con este algoritmo, desarrollado en PM 4.1, utilizando los Modelos A y B. En Tabla 4.3 los valores numéricos.

Técnica Secuencial de Reconstrucción de Imágenes (SIRT)

El método SIRT también distribuye el vector de errores a lo largo del vector solución, pero la misma se demora hasta que se han considerado todas las ecuaciones (mediciones). Esto posibilita asignar un cierto peso a la corrección de cada componente del vector de incógnitas. Luego el mismo se actualiza para cada k-ésima componente.

$$x_k^{<it+1>} = x_k^{<it>} + \sum_i \frac{(e_i)^{<it>} \cdot S_{i,k}}{\sum_k (S_{i,k})^2} \cdot \frac{S_{i,k}}{\sum_i S_{i,k}} \tag{4.11}$$

La Figura 4.5 presenta los resultados de la inversión. Además en Tabla 4.3 los valores numéricos. El desarrollo del algoritmo en Planilla Matemática PM4.2.

Técnica Multiplicativa de Reconstrucción Algebraica (MART)

Este procedimiento utiliza el concepto esbozado en la ecuación 4.9 y 4.12. Cuando el término entre paréntesis tienda a la unidad, los valores x_k de la iteración *'it'* serán los mismos que en la *'it+1'* y se alcanzará la solución. La expresión es:

$$x_k^{<it+1>} = \left(\frac{y_i^{<dato>}}{\sum_k S_{i,k} \cdot x_k^{<it>}} \right) \cdot x_k^{<it>} \tag{4.12}$$

Existen algunas modificaciones a la expresión (Konecni *et al*, 1996) que permiten acelerar la convergencia a una solución. Cuando se considera la medida *i*-ésima, la incógnita *k*-ésima x_k se actualizará solamente si se ve afectada por la misma, es decir si $S_{ik} \neq 0$.

La Figura 4.6 presenta los resultados de la inversión. Además en Tabla 4.3 los valores numéricos. El desarrollo del algoritmo en Planilla Matemática PM4.3.

Técnica de Lógica Difusa (Fuzzy Logic)

Aunque se incluye como método de inversión, en realidad no constituye una técnica de tal naturaleza, resultando en una modalidad de pre-procesamiento a fin de definir características salientes de los datos experimentales. Tiene puntos en común con el método que se desarrollará en la sección siguiente en cuanto a que determina los rayos que tocan la anomalía.

Mecanismo del Método por Lógica Difusa.

Se basa, no en ubicar la anomalía, sino en su opuesto, es decir determinar donde NO puede estar, a partir del análisis del vector de datos experimentales $y^{<dato>}$ y de la matriz de distancias **S**.

Considérese iluminar un dominio Ω cuadrado con dos fuentes luminosas ubicadas en lados diferentes del contorno (Figura 4.7.a)

De existir una anomalía presente en el medio, la misma producirá una sombra en el lado opuesto a la fuente luminosa (Figura 4.7.b). En caso de no existir inclusión la sombra no se generará. Normalmente la misma obstaculiza la detección de la inclusión, ya que no se detectará luz en el cono de sombra (i.e. no existirá datos recibidos por los sensores). Aquí está la clave de la técnica: Detectar donde NO está el objeto, descartando regiones con sombra (Santamarina, 1998).

Los resultados de la inversión se presentan en Figura 4.8 para los modelos A y B. La Planilla Matemática PM4.4 presenta el algoritmo de inversión de los Modelos A y B, al igual que los casos anteriores, con comentarios adicionales.

4.3 Fundamentos del Método Variacional y una aplicación para resolver inversión.

4.3.1 Introducción. Formulación Variacional del Problema Inverso

Se hará una breve introducción sobre cálculo variacional debido a su importancia en el desarrollo en las secciones siguientes del método de inversión propuesto basado en estos fundamentos.

El cálculo variacional se aplica sobre funcionales. Estos se pueden definir como una función de funciones (Jouglard, 2002). Así como una función *f(x,y)* depende de las variables independientes *x,y*; de la misma forma el funcional *F(u,v)* depende de las funciones *u,v*, por ejemplo:

$$F(u,v) = \int_{\Omega} \left(u^2 + v^2 - 4uv\right) dxdy \tag{4.13}$$

donde *u=u(x,y)* y *v=v(x,y)* son funciones de las variables independientes *x,y*.

En general el funcional *F* también puede ser función de las derivadas de las funciones *u,v* y

también de *x,y*. Por ejemplo,

$$F = F\left(x, y, u, v, u_{,x}, u_{,y}, v_{,x}, v_{,y}\right) \tag{4.14}$$

es un funcional que depende de las variables independientes *x,y* y de las variables dependientes *u, v,* $u_{,x}$, $u_{,y}$, $v_{,x}$ y $v_{,y}$, donde se ha usado la notación $u_{,x} = \partial u / \partial x$ y $u_{,y} = \partial u / \partial y$, para las derivadas.

Así como el diferencial *df* de la función *f(x,y)* viene dado por

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy \,, \tag{4.15}$$

también es posible definir en forma análoga una variación infinitesimal del funcional *F*, que se indica como δF, donde el símbolo δ tiene el significado de variación. Así, para el funcional *F* de la ecuación (4.14) la variación de *F* viene dada por:

$$\delta F = \frac{\partial F}{\partial u}\delta u + \frac{\partial F}{\partial v}\delta v + \frac{\partial F}{\partial u_{,x}}\delta u_{,x} + \frac{\partial F}{\partial v_{,x}}\delta v_{,x} + \frac{\partial F}{\partial u_{,y}}\delta u_{,y} + \frac{\partial F}{\partial v_{,y}}\delta v_{,y} \tag{4.16}$$

que es similar al concepto de diferencial de una variable, pero aplicado solamente a las variables dependientes.

Las variaciones δu, δv, $\delta u_{,x}$, $\delta u_{,y}$, $\delta v_{,x}$, $\delta v_{,y}$, son arbitrarias pero pueden estar sujetas a ciertas restricciones. Por ejemplo, en la Figura 4.9 se aprecia la variación δu de una cierta función *u(x)* en

un intervalo *[a, b]* donde se han impuesto las restricciones que las variaciones sean nulas en los extremos del intervalo, esto es $\delta u(a)=0,\ \delta u(b)=0$.

Se puede verificar que las leyes de variación de las sumas, productos, potencias, etc., son completamente análogas a las leyes de la diferenciación. Por ejemplo, si $F_1 = F_1(u)$ y $F_2 = F_2(u)$ entonces se cumple que:

$$\begin{aligned} &\delta(F_1F_2) = F_1\delta F_2 + F_2\delta F_1 \\ &\delta\left(\frac{F_1}{F_2}\right) = \frac{F_2\delta F_1 - F_1\delta F_2}{F_2^{\ 2}} \end{aligned} \tag{4.17}$$

Además, el operador variacional tiene la propiedad:

$$\frac{d(\delta u)}{dx} = \delta\left(\frac{du}{dx}\right) \tag{4.18}$$

esto es, la derivada de la variación es igual a la variación de la derivada.

4.3.2 Desarrollo de las Ecuaciones que definen el sistema.

Considérese nuevamente la Figura 4.1 donde se representa el dispositivo para tomografía en cross-hole, en este caso con siete emisores *'s_i'* y siete receptores *'r_j'* en un Ω bidimensional aproximadamente cuadrado, con idénticas dimensiones que las utilizadas para todos los algoritmos de inversión tanto de este capítulo, como del siguiente. Se puede observar los rayos que parten de s_i y arriban a r_j, siendo el total de los mismos cuarenta y nueve (i.e. 49 ecuaciones, mediciones de tiempo t_{ij} : $y_{ij}^{<dato>}$)

En cada punto de recepción r_j se calcula el correspondiente tiempo de viaje de la onda desde la fuente *'s_i'* al receptor *'r_j'*, conformando de esta forma la matriz de tiempos de viaje **T** en un medio homogéneo e isótropo (i.e. rayo recto):

$$\mathbf{T} = \{T_{ij}\} \qquad \begin{aligned} i &= 1...n \\ j &= 1...m \end{aligned} \tag{4.19}$$

denotando D_{ij} la distancia desde s_i a r_j:

$$\mathbf{D} = \left\{ D_{ij} \right\}$$
$$D_{ij} = \left\| s_i - r_j \right\| \qquad \text{(norma 2)} \tag{4.20}$$

Luego los t_{ij} se expresan como:

$$t_{ij} = \frac{D_{ij}}{V_1} \tag{4.21}$$

Donde *V1* se calcula a partir de un tiempo medido ($ydato_i$), considerando que el rayo correspondiente NO intersecta la anomalía (Imhof & Calvo, 2003).

En caso de existir una anomalía (medio con velocidad *V2*) inserta en el medio con velocidad *V1*, la matriz **T** se altera y se genera una nueva **T'**:

$$\mathbf{T'} = \left\{ t'_{ij} \right\} \tag{4.22}$$

En el interior de la inclusión el rayo ij-ésimo viaja una distancia d_{ij} con velocidad *V2*. La Figura 4.10 representa esta situación.

El tiempo de cada rayo se altera entonces:

$$t'_{ij} = t_{ij}^{\langle 1 \rangle} + \Delta t_{ij}^{\langle 2 \rangle} \tag{4.23}$$

donde t'_{ij} es el ij-ésimo tiempo de viaje perturbado debido a la presencia de la inclusión; $t_{ij}^{\langle 1 \rangle}$ es el tiempo de viaje en el medio base y $\Delta t_{ij}^{\langle 2 \rangle}$ en el interior de la anomalía. Escribiendo la ecuación en términos de velocidades y distancias:

$$t'_{ij} = \frac{D_{ij}}{V_1} + d_{ij} . \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) \tag{4.24}$$

En notación matricial:

$$\mathbf{T'} = \mathbf{T} + \mathbf{d}. \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) \tag{4.25}$$

Cabe destacar que en situaciones reales, **T'** corresponde a la matriz de datos de tiempos de viaje medidos.

Despejando de ecuación (4.25) la matriz '**d**' de distancias de viaje en el interior de la anomalía:

$$\mathbf{d} = (\mathbf{T'} - \mathbf{T}).\left(\frac{V_1 . V_2}{V_1 - V_2} \right) \tag{4.26}$$

Es importante notar que **d** posee elementos no nulos correspondientes a los rayos que no intersectan la inclusión. Más adelante durante el procesamiento se deberán anular aquellos d_{ij} cuyos valores sean infinitésimos (tratados como lo que son: errores de redondeo o de medición).

Se ha asumido para el desarrollo del método expuesto, que la inclusión posee una forma tal que pertenece a un dominio simplemente conexo y convexo cuyo contorno *C* es una curva suave de tal forma que cada rayo 'i-j' intercepta a *C* solo en dos puntos (excepto para los eventuales puntos de tangencia). Cualquier dominio convexo satisface esta condición.

Sean estos puntos de intersección $P_{ij}^{\langle in \rangle}$ y $P_{ij}^{\langle out \rangle}$ (Figura 4.10). Luego las distancias d_{ij} serán:

$$d_{ij} = \left\| P_{ij}^{\langle out \rangle} - P_{ij}^{\langle in \rangle} \right\| \tag{4.27}$$

Por último cabe destacar que aunque hasta el momento la *V2* (*Vinc*) deba ser un dato adicional del problema; no obstante el cometer errores significativos en su aproximación no afecta en nada la ubicación de su centro, parámetro fundamental calculado por este método, así como tampoco en gran medida su tamaño.

4.3.3 Formulación Variacional. del Problema Inverso.

Sea *y=y(x)* la ecuación que describe el contorno cerrado *C* (Figura 4.11). Denótese como '*L*' a la longitud (perímetro) del mismo; entonces se tendrá una *funcional L = L(y) condicionada* por la matriz '**d**'.

Si a partir del contorno *C* se altera *y* a $y+\delta$ (contorno *C'*) se notará que *L* tiende a aumentar; esto es equivalente a sostener que el contorno *C* corresponde a una solución de longitud mínima (siempre condicionada por **d**).

Se puede aceptar entonces, como una hipótesis plausible (variacional), *que el contorno solución corresponde a aquél de longitud mínima*:

solución y / min $L(y)$ (condicionada por la matriz **d**)

4.3.4 Solución Numérica del Cálculo Variacional

Por lo general no es posible obtener la solución analítica a este problema variacional; por consiguiente se lo plantea por métodos numéricos a partir de una discretización de la curva $y(x)$ reemplazándola por un número finito de puntos.

Es decir que para la inclusión se reemplaza la curva continua por una discretizada conformada por los puntos $P_{ij}^{\langle in \rangle}$ y $P_{ij}^{\langle out \rangle}$ (ver más abajo), dando por resultado una poligonal de longitud L* de fácil determinación.

Debido al hecho de que la matriz de distancias **d** es conocida, $P_{ij}^{\langle out \rangle}$ es fácilmente calculado a partir de $P_{ij}^{\langle in \rangle}(x_{ij}^{\langle in \rangle}; y_{ij}^{\langle in \rangle})$ y a partir de que se conoce la trayectoria del rayo ij-ésimo; solo $x_{ij}^{\langle in \rangle}$ permanece como variable independiente (Figura 4.12)

Finalmente queda formulado el problema de minimizar la función L*:

$$L^*=L^*(\mathbf{x}_{ij}^{\langle in \rangle}) \qquad (4.28)$$

donde $\mathbf{x}_{ij}^{\langle in \rangle}$ es un *vector* cuyas p componentes corresponden a los rayos que intersectan la inclusión.

A partir de lo expuesto, se desprende que será necesario recurrir a los métodos de optimización de funciones a fin de hallar el contorno C que minimiza el funcional $L(y)$ (sujeto a la restricción **d**). Por último la incógnita verdadera no es el perímetro L, sino el contorno C, que será el de la anomalía buscada.-

4.3.5 Conceptos sobre Optimización de Funciones y Métodos de Optimización (M.O.).

El problema que resuelve la optimización de funciones radica en determinar los máximos o mínimos de aquéllas en determinados intervalos (máximos o mínimos *locales*) o bien en todo el

dominio Ω (máximos o mínimos *globales*). Es decir "consiste en hallar el punto donde la curva es plana" (Chapra, S. *et al*, 2004); Figura 4.13.

Como existen funciones lineales y las que no lo son; asimismo existen métodos de optimizar para cada uno de estos tipos.

El cálculo de máximos o mínimos de funciones puede estar sometido a restricciones (eng.*"constraints"*) o no, dependiendo del tipo de problema planteado.

Aquí no interesa '*per se*' el valor del mínimo de la función, sino *la función que genera dicho valor*. Es decir, se debe resolver un problema de *minimización*. El mínimo de una función es un punto; el mínimo de una funcional es una función; **que será el contorno de longitud mínima buscado**.

Clasificación de los Métodos de Optimización (M.O.).

Un tema tan vasto como el que se está describiendo resulta imposible de desarrollar aquí. Sin embargo es muy importante comprender y repasar algunos conceptos y principalmente mencionar las distintas posibilidades existentes en este tema y el lugar que ocupa el M.O. que se aplicará aquí, cual es el downhill simplex de Nelder –Mead.

A grandes rasgos se pueden dividir los M.O. en dos grandes grupos:

a) M.O. Restringida

b) M.O. No restringida

En el primer caso se establecen limitaciones "a priori" en los valores de las variables independientes (por ejemplo que sus valores no sean negativos). En el segundo esas limitaciones no se presentan.

Dentro de los M.O. restringidos se encuentran la programación lineal; donde tanto la función a ser optimizada como las restricciones son funciones lineales de las variables independientes (Branham, 1990; Strang, 1986).

Además también existe la programación restringida no lineal que hace uso de procedimientos tanto directos como indirectos para hallar los extremos (Rao, 1996; Chapra *et al*, 2004).

En general se abordarán los M.O. no restringidos mencionando algunos de ellos y adoptándose uno para resolver la inversión: el downhill o simplex de Nelder y Mead.

El cuadro siguiente resume los M.O. no restringidos:

$$M.O.\,NO\,RESTRINGIDOS\begin{cases} UNIDIMENSIONALES\begin{cases} M.Brent.(Interp.Parabólica) \\ Sección\,áurea \\ Interpolación\,Cuadrática \\ M.Newton \end{cases} \\ MULTIDIMENSIONALES\begin{cases} M.DIRECTOS\begin{cases} Búsqueda\,Aleatoria \\ Búsqueda\,Uni-\text{var}iada \\ Búsqueda\,Patrón\,(Powell) \\ \textbf{DownHill (Nelder – Mead)} \end{cases} \\ M.C\,/\,GRADIENTE\begin{cases} Máxima\,Pendiente \\ Gradiente\,Conjugado \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Los métodos directos evalúan la función directamente, y por lo tanto no utilizan derivación. Los métodos indirectos o con gradiente utilizan derivadas de la función para hallar los extremos.

La decisión sobre el tipo de M.O. está relacionada a la dificultad de evaluar la función '*f*' (i.e. el costo computacional) y sus derivadas.

Los métodos directos son por lo general de convergencia mas lenta al principio, siendo su principal ventaja el que la misma está prácticamente asegurada.

Los métodos indirectos por otra parte son muchos más veloces y su desventaja estriba en que a veces es imposible lograr su convergencia.

4.3.6 Método Simplex de Nelder-Mead.

Se trata de un M.O. que permite encontrar el mínimo de una función multidimensional. Hace uso de una herramienta geométrica denominada 'simplex' de cualquier número de dimensiones.

Un *n-simplex* es un poliedro convexo de *n* dimensiones determinado por *n+1* vértices ($P_0, P_1, \ldots P_n$) linealmente independientes, cuyos puntos *x* están definidos por:

$$\vec{x} = \sum_{i=0}^{n} t_i \cdot P_i \qquad (4.29)$$

donde:

$0 \le t_i \le 1$ y $\sum_{i=0}^{n} t_i = 1$

El algoritmo simplex es iterativo y no usa derivadas; es lento al principio del proceso, pero sin embargo converge más rápidamente que otros métodos (que usan derivadas) en las etapas finales del mismo. En el caso empleado aquí para inversión 2D, cada simplex es un triángulo, y se forma de la siguiente forma:

Se eligen tres puntos de la función '*f* 'que conforman los vértices del simplex inicial. Se comparan los valores de la función en los mismos, se ordenan de mayor a menor, de acuerdo a los valores que adopta la función en aquellos. Como se trata de minimizar una función, el *peor* vértice *P* será el que corresponda al máximo de la función; el vértice *óptimo O* el del valor funcional mínimo y finalmente existirá uno intermedio, *bueno B* (Figura 4.14.a).

Se sustituye el vértice *P* por uno nuevo, formando un nuevo triángulo volviendo a iniciarse la búsqueda (Mathews & Fink, 2004; Press *et al*, 1992).

Durante el proceso se generan triángulos de forma y tamaños diferentes, en los que '*f*' va decreciendo hasta converger al valor mínimo.

La Figura 4.14.b presenta gráficamente el proceso simplex.

Existen cuatro tipos de procedimientos para construir los triángulos: reflexión, extensión, contracción y encogimiento. La función de librería **fminsearch** de matlab utiliza este método para hallar el mínimo de una función y es el que se utiliza en el desarrollo del algoritmo de inversión.

4.3.7 Descripción del Algoritmo Computacional para Resolver una Anomalía 2D

Se han estudiado hasta aquí todos los conceptos que a continuación se emplearán para desarrollar el algoritmo computacional de inversión. Se utilizará el método simplex para minimizar el perímetro de la función de contorno *L* y teniendo en cuenta no aquél sino ésta, que es el de la anomalía buscada. El centro de este perímetro corresponderá a la coordenada *xc, yc*.

Se llevó a cabo un primer ensayo del método variacional empleando un modelo teórico cuya información se representa en Figura 4.15. La Tabla asociada representa las coordenadas de los sensores y los tiempos de arribo de las ondas, lo que sirve de ingreso al programa.

Como primer resultado, el programa representa gráficamente los rayos que cortan la inclusión (Figura 4.16.a) y que van del emisor *i* al receptor *j*. Entonces en el siguiente paso se estiman las coordenadas del centro de la misma por medios inferenciales, indicando con el ratón de la PC el lugar considerado. Resulta sencillo apreciar que la anomalía podría encontrarse a una distancia $x = 0.5\ m.$ desde el origen (esquina inferior izquierda).

Este constituye el dato de partida (*xcentro(1)*). A partir del mismo el programa calcula los $P_{ij}^{\langle in \rangle}$ y luego el algoritmo de Nelder Mead calcula el contorno *C* de mínima longitud. Luego de finalizado este proceso, los puntos obtenidos se interpolan y se representan de tres formas distintas:

i) Representando las trayectorias de los rayos en el interior de la anomalía (Figura 4.16.b)

ii) Representando el contorno de la anomalía (Figura 4.16.c)

iii) Aproximando la nube de puntos solución con una elipse (Figura 4.16.d-e)

La totalidad del código fuente se implementó en plataforma Matlab, y se describe a continuación.

<u>Descripción resumida del algoritmo **solver_variacional.m**</u>

```
>> Ingresar Datos
>> llamar rutina ingreso datos (forma: Tabla 4.1)
>> Ordenar transductores.
[xss,yss,xrr,yrr,tss]=ordenar_transductores_g(xs,ys,xr,yr,tmeas,ns,nr);
% rutina para transformar coordenadas tabuladas (e.g. Tabla 4.1) de transductores en t(i,j); rayo que parte de transductor 'i' y llega a transductor 'j'
>> Calcular V1 y Dij (distancia recorrida en el medio base (sin anomalía)
 [V1,dt,thost,inclusion]=calculo_V_d_g(xs,ys,xr,yr,tmeas); % llamar rutina para calcular V1, tiempos recorridos en el host. y el tipo de contraste de velocidades (inclusion)
% dt=tmeas – thost; diferencia entre tiempo medido y teórico sin anomalía
% a continuación ingresar V2, conociendo el contraste entre los tiempos de viaje teóricos y reales.
>> Determinar contraste de velocidades
```

```
if inclusion==-1;
   clc;disp('Rayos no tocan anomalia')
   return
elseif inclusion==1;
   clc;disp('Anomalia de mayor velocidad')
   V1, V2=input('Ingrese V2: ');
else
   clc;disp('Anomalia de menor velocidad')
   V1, V2=input('Ingrese V2: ');
end
% Ahora se calcula las dij dentro de la anomalía y eliminar outliers.
>> dij=dt*(V1*V2)/(V1-V2); %dij dentro de la anomalia
>> Determinar los rayos más significativos que atraviesan la anomalía (filtrar dt)
>> Con el nuevo dt calcular los dij
>> dij=dt*(V1*V2)/(V1-V2)
>> Representar gráficamente los rayos que tocan la inclusión (Figura 4.16-a).
% Ingresar xc, yc. centro de la anomalía inferida.
>> [xcentro]=ginput            % ingresar con el ratón coordenada inferida del centro de inclusion.
>> Determinar coordenadas de arranque del algoritmo de minimización (xin,yin,xout,yout) a partir
de xc, yc.
>> calcular la longitud del contorno de las coordenadas de arranque (‘inicial’)
% Con los puntos de arranque llamar rutina para minimizar (utiliza el algoritmo de Nelder Mead
(fminsearch, matlab)
>> c=fminsearch(‘I_min_g’,inicial,options)
% rutina para minimizar el funcional ‘I_min_g’ (rutina que calcula longitud del contorno)
% hallará la longitud de contorno mínima y los puntos del contorno
% el dato ‘inicial’ se modificará hasta hallar el óptimo que se cumpla en ‘options’ (número % de
iteraciones, error, etc.)
>> Graficar
```

4.4 Aplicación Práctica del Método.

4.4.1 Metodología

A fin de comprobar el funcionamiento adecuado del método propuesto se realizaron dos pruebas. En la primera, y a falta de datos experimentales, se desarrolló un algoritmo en Matlab, a fin de generar datos *'predichos'* producidos a partir de modelos teóricos conocidos. Esto permitió probar el método con casos en los que se ubicaron anomalías de diferente forma y posición, con diferentes contrastes de velocidades.

El algoritmo para generar datos se describe en Anexo C. Con el mismo se generaron los modelos A y B con la configuración cross-hole.

Luego de analizar el funcionamiento del programa con los modelos de datos predichos, se probó el mismo con datos reales, los que adolecen de errores de diversa naturaleza (medición, etc.). Ver *sección 4.4.3.*

4.4.2 Inversión a partir de Modelos Teóricos.

Las Figuras 4.2 y 4.3 ya vistas representan dos modelos generados con el programa diseñado para tal fin para las configuraciones cross-hole, con número constante de pares emisor receptor (7) y dos ubicaciones distintas de la anomalía. Las correspondientes Tablas 4.1 y 4.2 son las que se obtendrían en caso de medir realmente los datos, y que normalmente se crea en una planilla electrónica de cálculo y se exporta en ASCII y sirven de ingreso al algoritmo matlab *solver_variacional.m* descrito en *sección 4.3.7* y las Figuras 4.17.a-b presentan los resultados de la inversión.

Finalmente la Tabla 4.3 resume los resultados de la inversión, comparándolos con los demás algoritmos empleados en el capítulo (ART, SIRT, MART y LOGICA DIFUSA).

Se puede apreciar, dentro del marco de algoritmos iterativos estudiados, que la resolución del algoritmo propuesto fundado en el cálculo variacional es superior, tanto en posición como en determinación de las velocidades y forma de las anomalías. Esto se nota particularmente cuando la forma se aleja de la circular.

Esto se debe a que ART, y demás algoritmos trabajan con pixeles, y la resolución del método dependerá del número considerado de aquéllos. Por ello para poder obtener una resolución que permita modelar con cierta precisión tanto el círculo como la elipse, la densidad de los mismos deberá ser muy grande; por ejemplo 4 veces mayor (21x21=441 pixeles). El número de ecuaciones producirá un gasto de recursos computacionales muy grande.

El principal problema del algoritmo variacional estriba en la velocidad de convergencia; muy lenta al principio mejorando al final del proceso.

Por último se comete un error en el cálculo del ángulo de la elipse de ajuste, aunque siempre del mismo signo, por lo que se puede estudiar algún coeficiente de corrección.

4.4.3 Inversión a partir de datos experimentales.

Finalmente se demostró la eficiencia del algoritmo computacional resolviendo una situación real Los datos fueron obtenidos en el laboratorio mediante el empleo de ondas acústicas en aire. La Figura 4.18 representa esquemáticamente la instalación real completa y los parámetros del experimento (Santamarina & Reed, 1994; Santamarina & Fratta, 1998).

El objetivo fue determinar 5 incógnitas con el programa *solver_variacional.m*:

V_{inc} (*V2*) r_{inc}; x_{inc}.; y_{inc} y V_{base} (*V1*); donde el sufijo '*inc*' significa '*inclusión*'.

Como se representa en Figura 4.18, el caso bajo estudio involucra una anomalía circular 2D (balón de helio de radio = 0.23 m.) inserta en un dominio cuadrado con idénticas medidas que los modelos anteriores considerados. Los 7 emisores se colocaron equiespaciados en el borde izquierdo del dominio y los 7 receptores en forma similar en el derecho. Se registraron 49 primeros arribos producto de la combinación de *7s x 7r*.

La metodología para invertir estos datos ya fué explicada (*sección 4.3.7*) por lo que se presentan los resultados, Figura 4.19.

La Figura 4.19-a representa los rayos que atraviesan la anomalía, donde se puede, a priori, inferir aproximadamente las coordenadas *xinc (xc), yinc (yc).*

La Figura 4.19 b-c-d muestra los resultados de la inversión de tres formas posibles: se observan en el primer caso los rayos que atraviesan la inclusión con sus respectivas longitudes ajustadas; en el segundo la aproximación del mismo con una elipse y por último el contorno más probable de la anomalía hallada.

Finalmente, la Figura 4.19.e muestra un detalle de las coordenadas x_{inc},y_{inc} calculadas y una aproximación del radio equivalente de la anomalía (promedio de los semiejes de la elipse) r_{inc}.

El programa calculó la V_{base} considerando que la trayectoria del rayo (considerado para el cálculo) entre la fuente y el receptor *no* intersecta la inclusión.

4.6 Conclusiones

Se invirtieron los Modelos A y B con algoritmos iterativos clásicos, tales como ART, SIRT MART y LÓGICA DIFUSA, que permitieron observar entre ellos lo siguiente:

El algoritmo que mejor define la velocidad de la inclusión es el SIRT; mientras que ART resuelve mejor la velocidad *V1* (Tabla 4.3).

MART resultó muy inestable oscilando la solución alrededor de un valor final que de todas formas tampoco es el más preciso.

El método por LOGICA DIFUSA solo permite calcular la posición con exactitud que depende, como los demás, del grillado de pixeles. Por su sencillez se le puede utilizar como técnica de pre-procesamiento.

La Tabla 4.3 presenta los resultados globales para cada uno de los parámetros considerados. El hecho de cometer un error por defecto en el cálculo de las velocidades *V2* provocará un error por exceso en el cálculo de los radios equivalentes.

- Se planteó y resolvió un nuevo y simple método para delimitar inclusiones homogéneas en un medio base de la misma naturaleza. El procedimiento permite modelar anomalías de contrastes tanto negativo como positivo de velocidades con gran resolución. Se aplicó inicialmente en forma exitosa el método en dos casos prácticos: uno con datos simulados (con programa hecho a tal fin) y el segundo con datos reales.

- Aplicado el método variacional con los Modelos A y B se observó en todos los casos un mejor ajuste de todos los parámetros buscados (compárese Tabla 4.3). Además la ventaja del método se incrementa cuando se trata de anomalías irregulares donde el proceso permite modelarlas como elipses, lo que posibilita determinar mejor su forma e inclinación. Esto es muy importante, por ejemplo, cuando se estudian controles estructurales en geología o se modelan yacimientos vetiformes en minería.

- La desventaja que posee el método radica en el costo computacional, mayor en todos los casos a los demás mencionados. Además la velocidad de la inclusión (V_{inc}) debe ser un dato proporcionado a priori.

- Con el método variacional es posible reconstruir la forma de la inclusión con aceptable precisión; dificultad inherente a otros métodos de inversión con la configuración cross-hole, debido a la falta de pares emisor-receptor en la dirección normal al eje *y*. Se conoce que la falta de emisores y/o receptores en la dirección *x* disminuye la resolución (a este respecto consultar Santamarina & Reed, 1994). Por otra parte la matriz de contenido de información del sistema es irregular (se analizará esto en el próximo capítulo).

- Inherentemente la configuración cross-hole no es la óptima para modelar anomalías en forma precisa. Es imprescindible para ello ubicar emisores y receptores en varias direcciones. Ello mejorará la condición de las matrices al asegurar una máxima diferencia angular entre rayos sucesivos (es decir disminuir el paralelismo lo más posible).

- La mayor diferencia entre los valores calculados y los reales se comete en el caso de los ángulos de inclinación, siendo del 26% por exceso. Cabe destacar que para un contraste positivo de velocidades se mantendrá el signo del error del ángulo.

- Por último debido a que se utiliza la asunción de rayo recto los errores que se cometerán en los tamaños de las anomalías crecerán a medida que aumente el contraste de velocidades *V1* y *V2*.

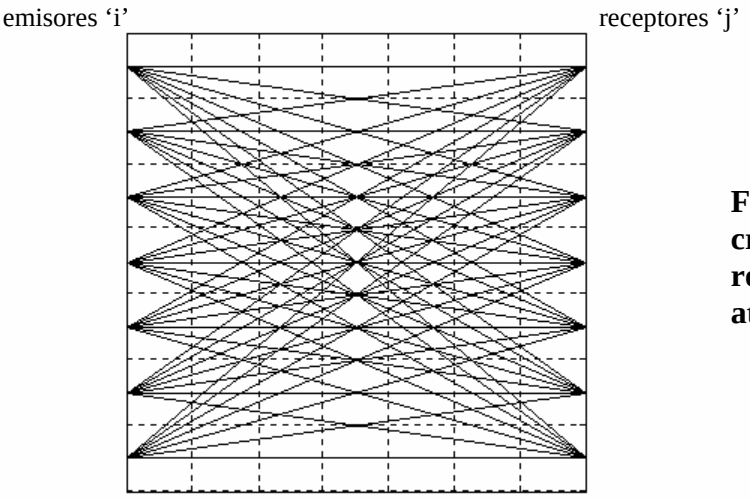


Figura 4.1. Configuración cross-hole. 7 emisores y 7 receptores. Rayos que atraviesan el medio.

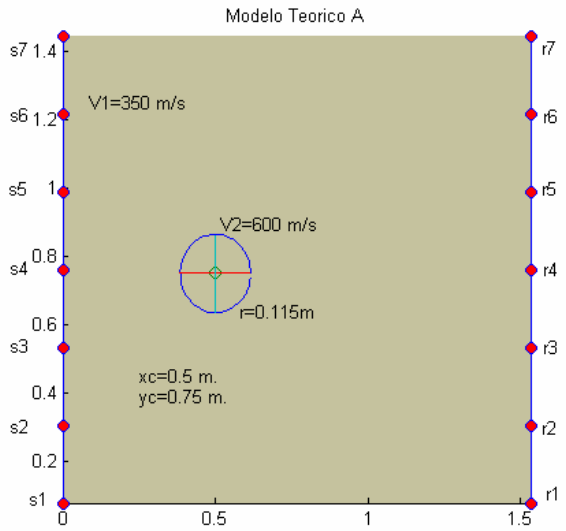


Figura 4.2 Modelo A (Teórico) Geometría y tiempos de arribo en Tabla 4.1.

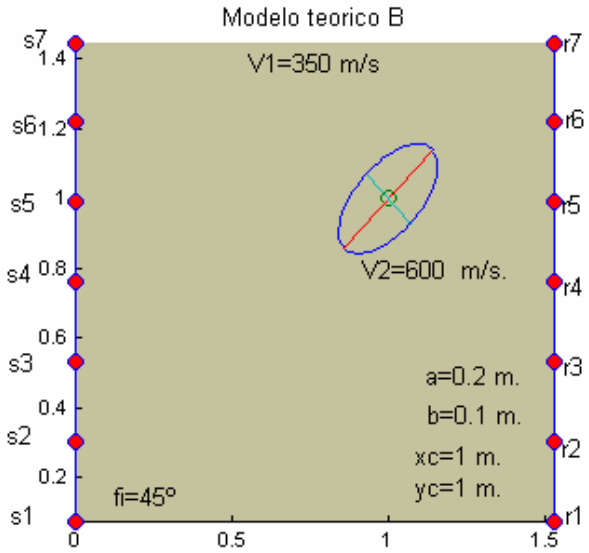
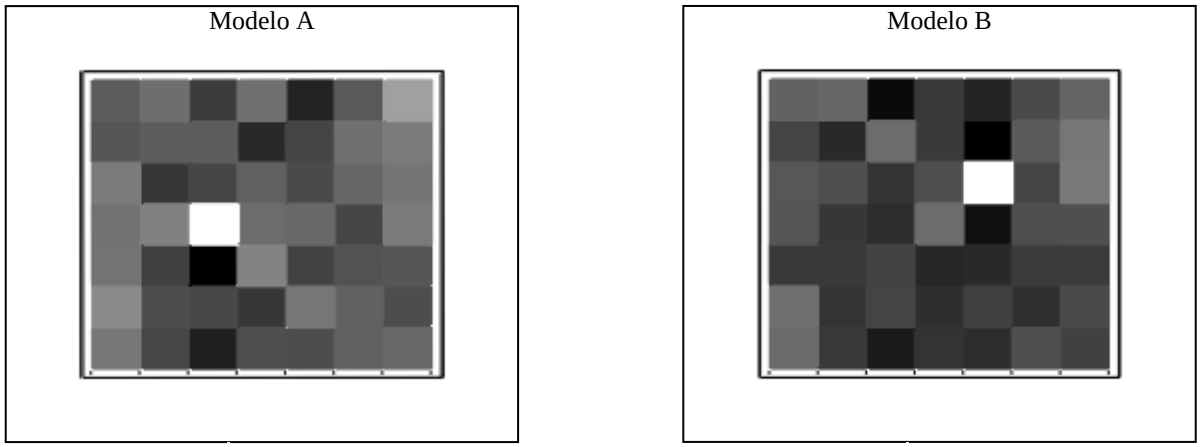


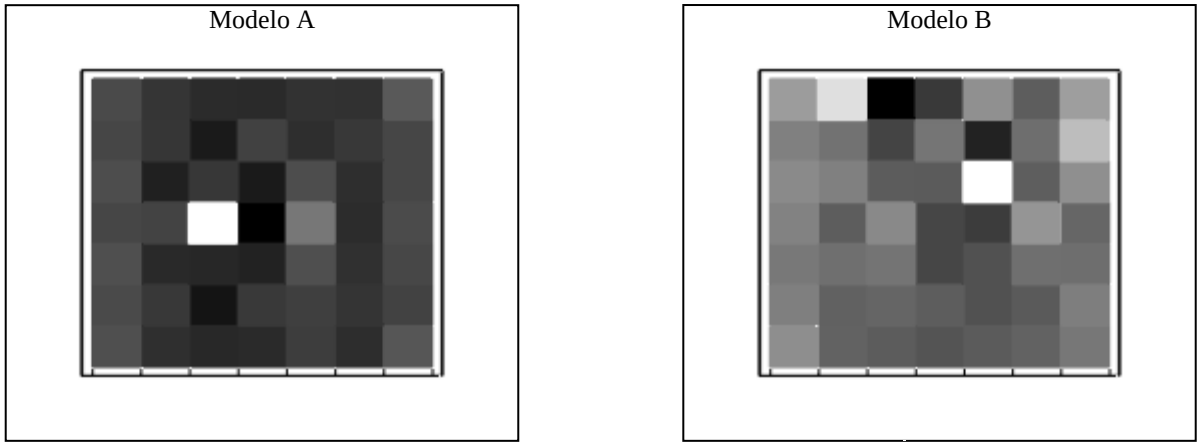
Figura 4.3 Modelo B (Teórico) Geometría y tiempos de arribo en Tabla 4.2.



ΨART stdev $(\Psi\text{ART}) = 19.466$

ΨART stdev $(\Psi\text{ART}) = 29.401$

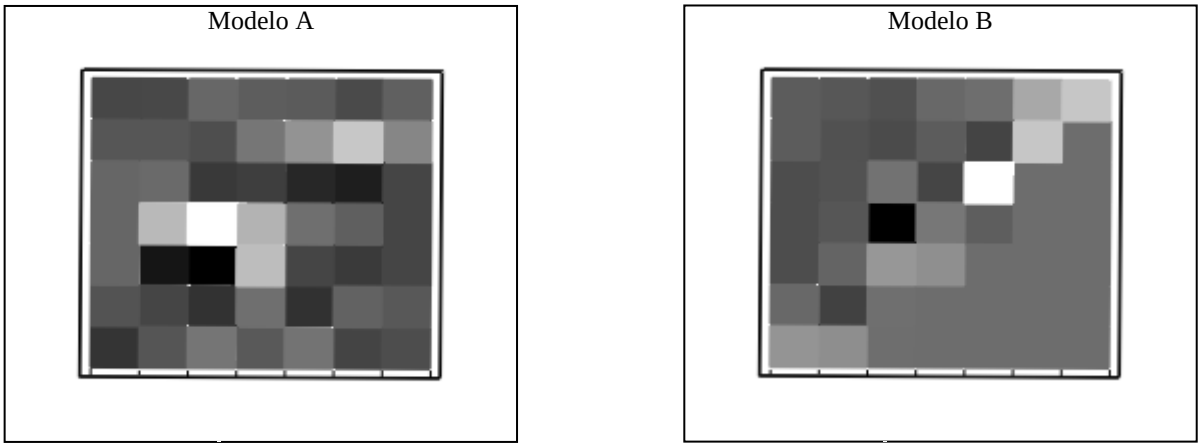
Figura 4.4. Resultados de Inversión. ART. stdev: desviación estándar de valores de velocidad.



ΨSIRT stdev $(\Psi\text{SIRT}) = 36.033$

ΨSIRT stdev $(\Psi\text{SIRT}) = 43.064$

Figura 4.5. Resultados de Inversión. SIRT.



ΨMART stdev $(\Psi\text{MART}) = 29.35$

ΨMART stdev $(\Psi\text{MART}) = 17.556$

Figura 4.6. Resultados de Inversión. MART.

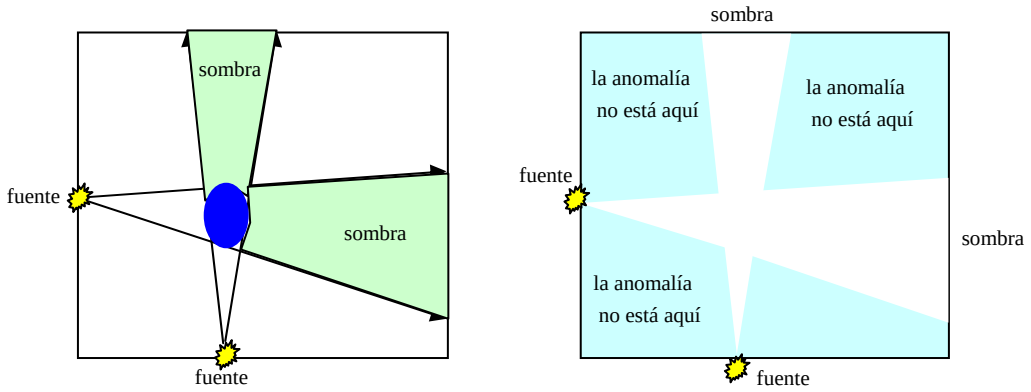


Figura 4.7. Lógica Difusa. (a) Cono de sombra. (b) Se retro proyecta la sombra (intersecta con el resto del dominio) para saber donde NO puede estar la inclusión (Santamarina *et al*, 2001)

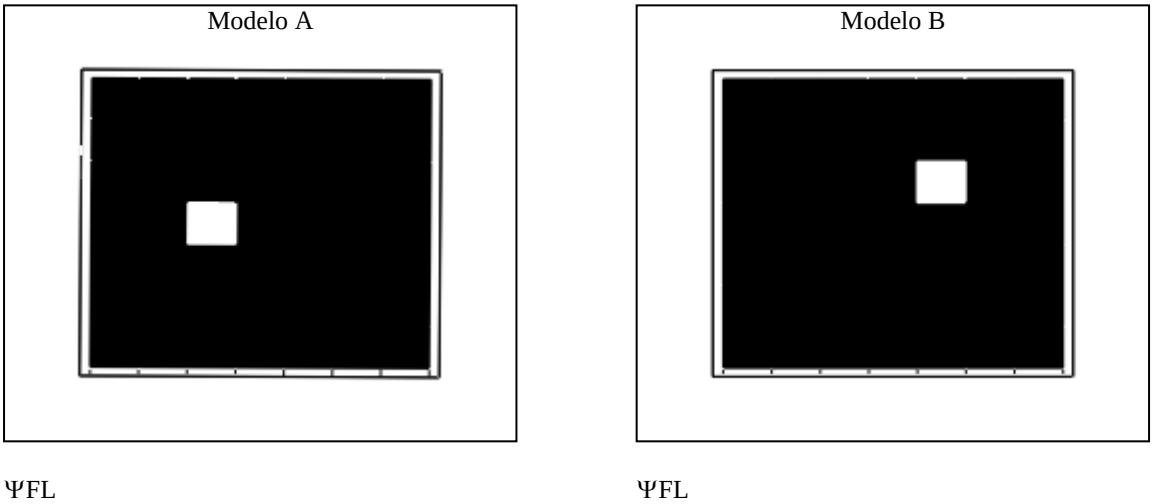


Figura 4.8. Resultados de Inversión. Lógica Difusa.

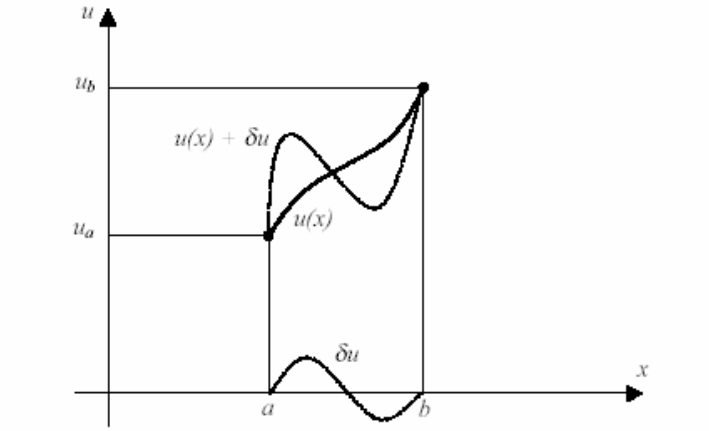


Figura 4.9. Nociones de Cálculo Variacional (fuente: Jouglard, 2000)

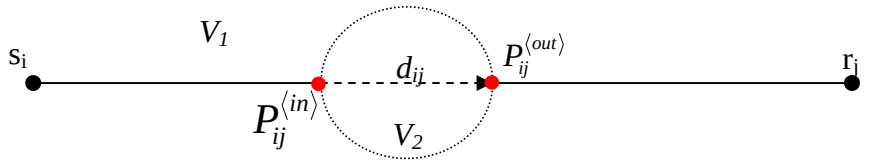


Figura 4.10. Rayo ij-ésimo que atraviesa la anomalía. Puntos de entrada y salida del mismo.

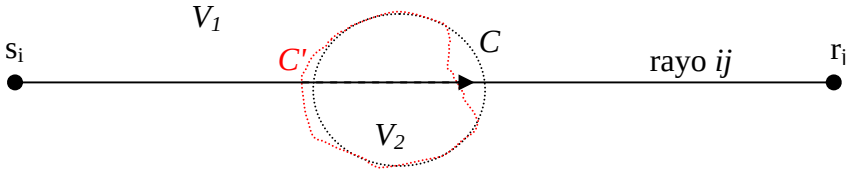


Figura 4.11. Modificación de la longitud del contorno de la anomalía sujeto a variación δy

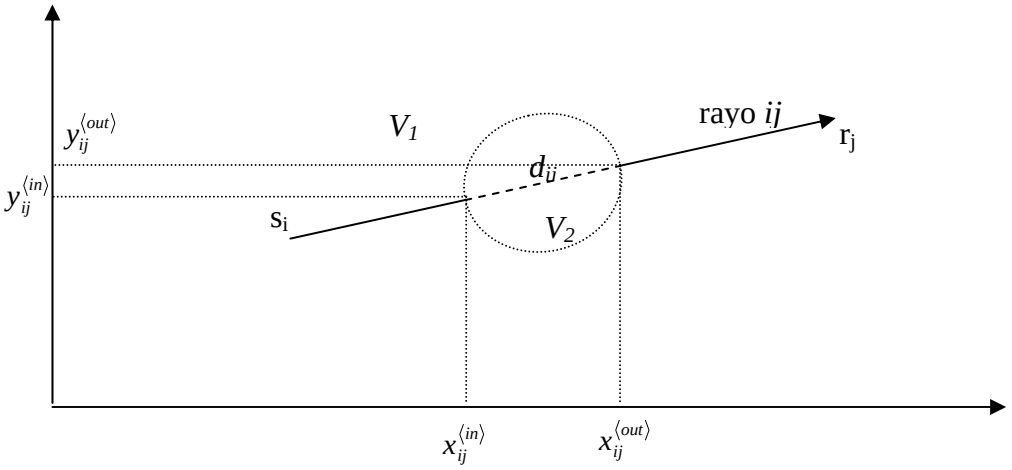


Figura 4.12. Coordenadas $x_{ij}^{<in>}$, $x_{ij}^{<out>}$, $y_{ij}^{<in>}$ y $y_{ij}^{<out>}$. Dependen las demás de $x_{ij}^{<in>}$

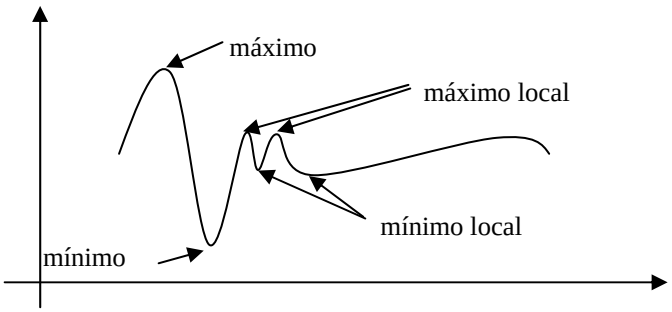
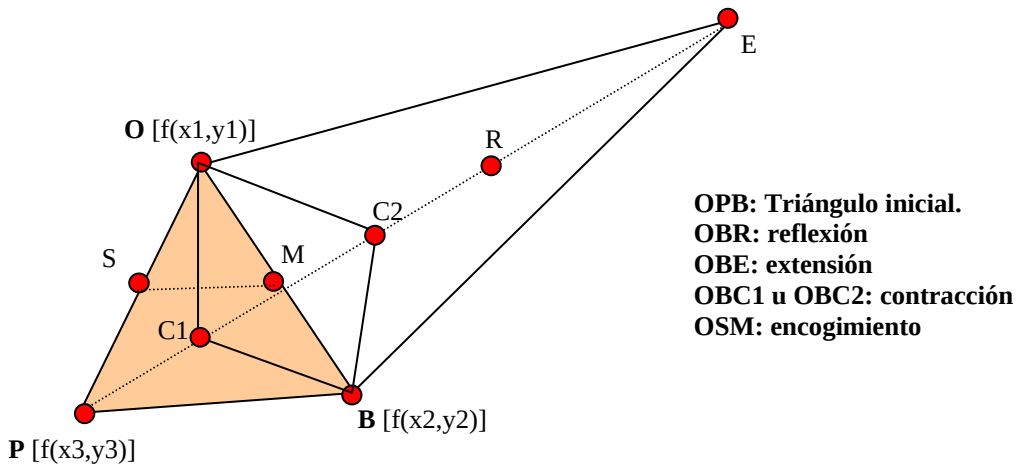
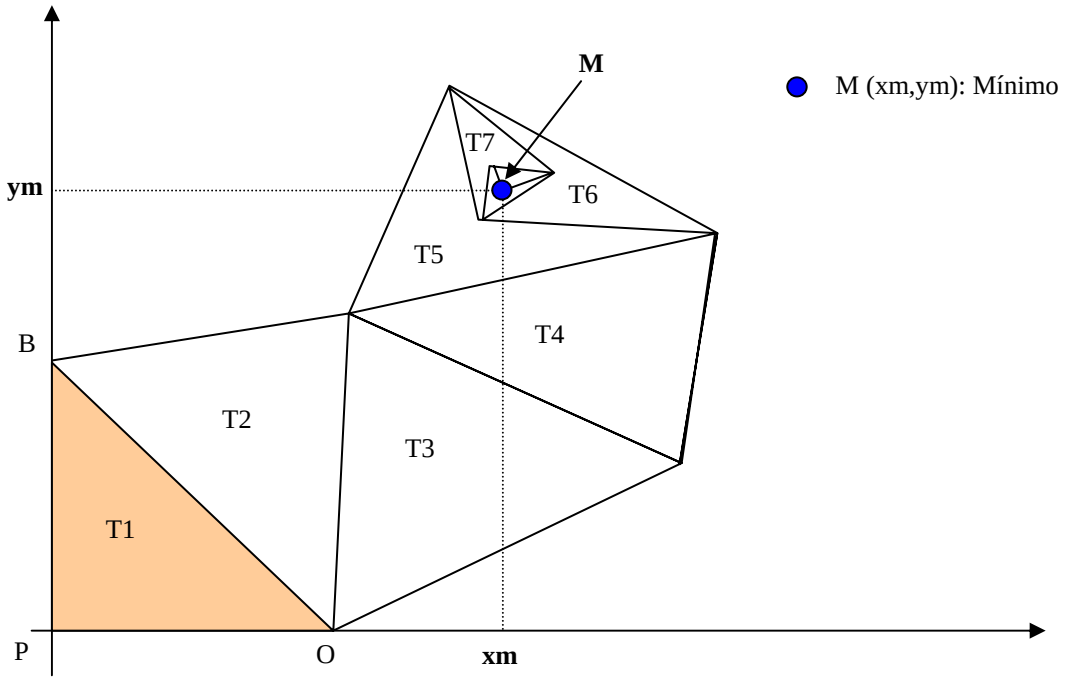


Figura 4.13. Optimización de funciones. Máximos, mínimos; locales y globales. Función Unidimensional.



(a)



(b)

Figura 4.14. Método de Nelder-Mead. (a) simplex inicial (triángulo OBP) y los cuatro movimientos posibles. (b) Esquema de convergencia hacia el mínimo M a partir del triángulo de partida.

Inclusión de Baja Velocidad

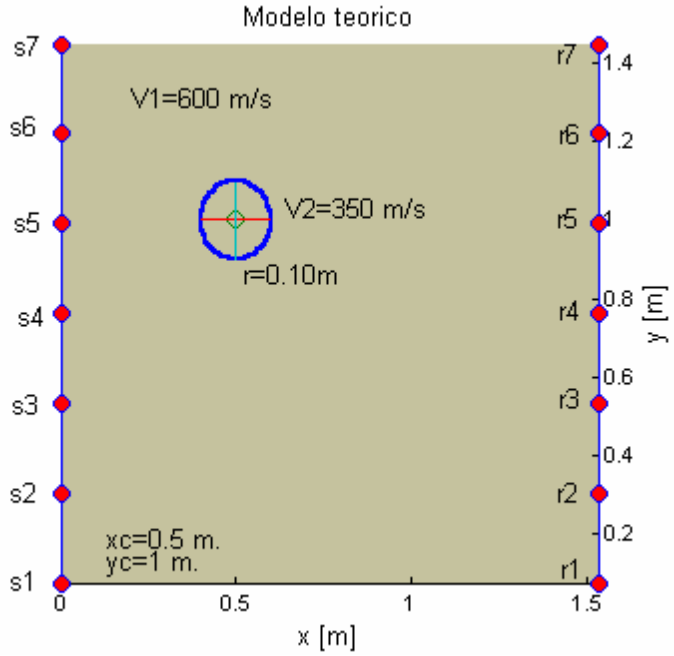


TABLA Figura 4.15. Datos Predichos. Modelo Ejemplo.

xs [m]	ys [m]	xr [m]	yr [m]	tmeas [seg]	xs [m]	ys [m]	xr [m]	yr [m]	tmeas [seg]
0.00	0.08	1.53	0.08	0.002553	0.00	0.76	1.53	1.45	0.003033
0.00	0.08	1.53	0.30	0.002581	0.00	0.99	1.53	0.08	0.002973
0.00	0.08	1.53	0.53	0.002664	0.00	0.99	1.53	0.30	0.002797
0.00	0.08	1.53	0.76	0.002797	0.00	0.99	1.53	0.53	0.002664
0.00	0.08	1.53	0.99	0.002973	0.00	0.99	1.53	0.76	0.002713
0.00	0.08	1.53	1.22	0.003185	0.00	0.99	1.53	0.99	0.002790
0.00	0.08	1.53	1.45	0.003427	0.00	0.99	1.53	1.22	0.002763
0.00	0.30	1.53	0.08	0.002581	0.00	0.99	1.53	1.45	0.002664
0.00	0.30	1.53	0.30	0.002553	0.00	1.22	1.53	0.08	0.003185
0.00	0.30	1.53	0.53	0.002581	0.00	1.22	1.53	0.30	0.003147
0.00	0.30	1.53	0.76	0.002664	0.00	1.22	1.53	0.53	0.003035
0.00	0.30	1.53	0.99	0.002797	0.00	1.22	1.53	0.76	0.002841
0.00	0.30	1.53	1.22	0.002973	0.00	1.22	1.53	0.99	0.002581
0.00	0.30	1.53	1.45	0.003185	0.00	1.22	1.53	1.22	0.002553
0.00	0.53	1.53	0.08	0.002664	0.00	1.22	1.53	1.45	0.002581
0.00	0.53	1.53	0.30	0.002581	0.00	1.45	1.53	0.08	0.003665
0.00	0.53	1.53	0.53	0.002553	0.00	1.45	1.53	0.30	0.003376
0.00	0.53	1.53	0.76	0.002581	0.00	1.45	1.53	0.53	0.002973
0.00	0.53	1.53	0.99	0.002664	0.00	1.45	1.53	0.76	0.002797
0.00	0.53	1.53	1.22	0.002797	0.00	1.45	1.53	0.99	0.002664
0.00	0.53	1.53	1.45	0.002973	0.00	1.45	1.53	1.22	0.002581
0.00	0.76	1.53	0.08	0.002797	0.00	1.45	1.53	1.45	0.002553
0.00	0.76	1.53	0.30	0.002664					
0.00	0.76	1.53	0.53	0.002581					
0.00	0.76	1.53	0.76	0.002553					
0.00	0.76	1.53	0.99	0.002581					
0.00	0.76	1.53	1.22	0.002789					

Figura 4.15. Modelo Teórico y correspondiente Tabla de datos predichos. La misma sirve de entrada como primera validación del método variacional.

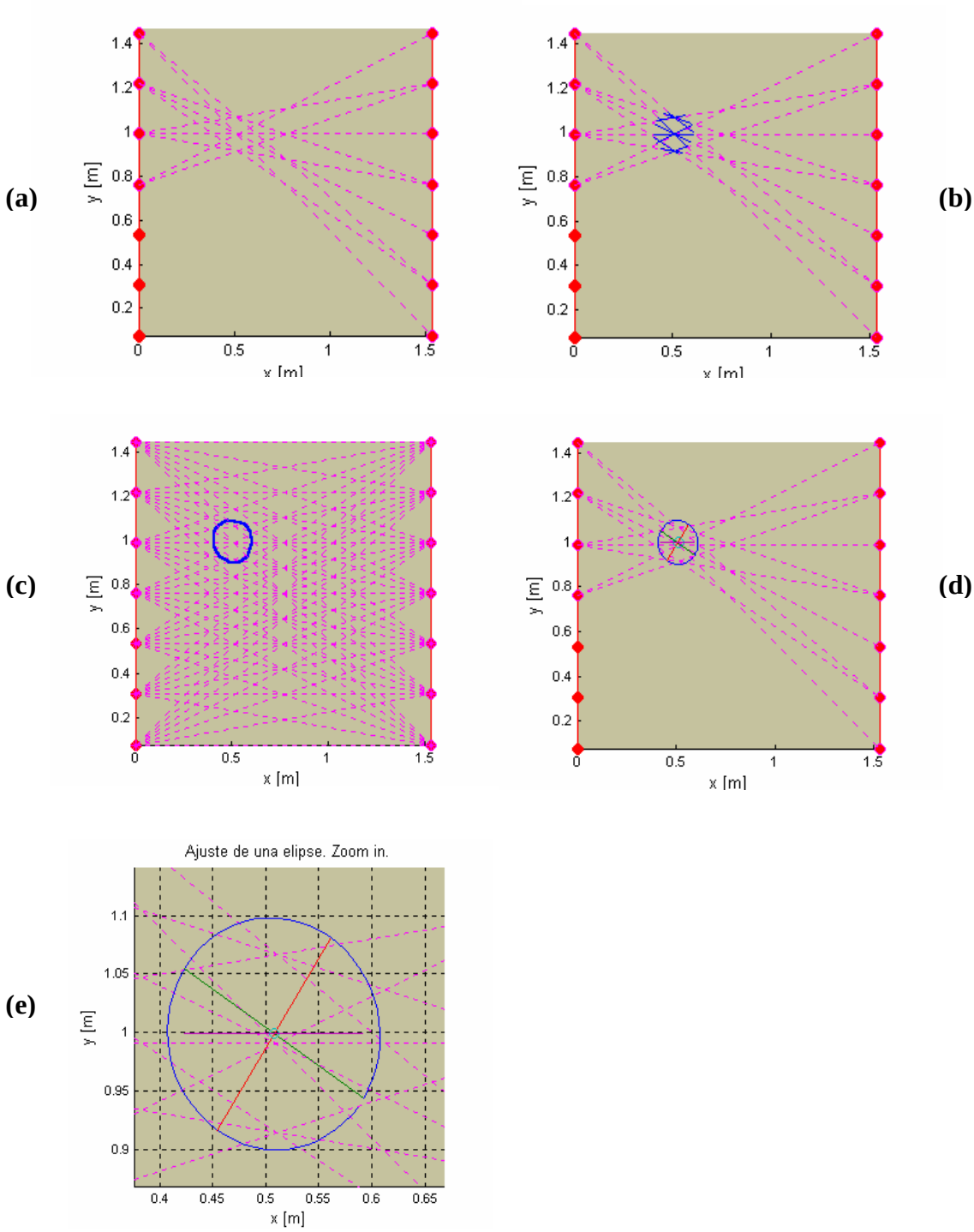
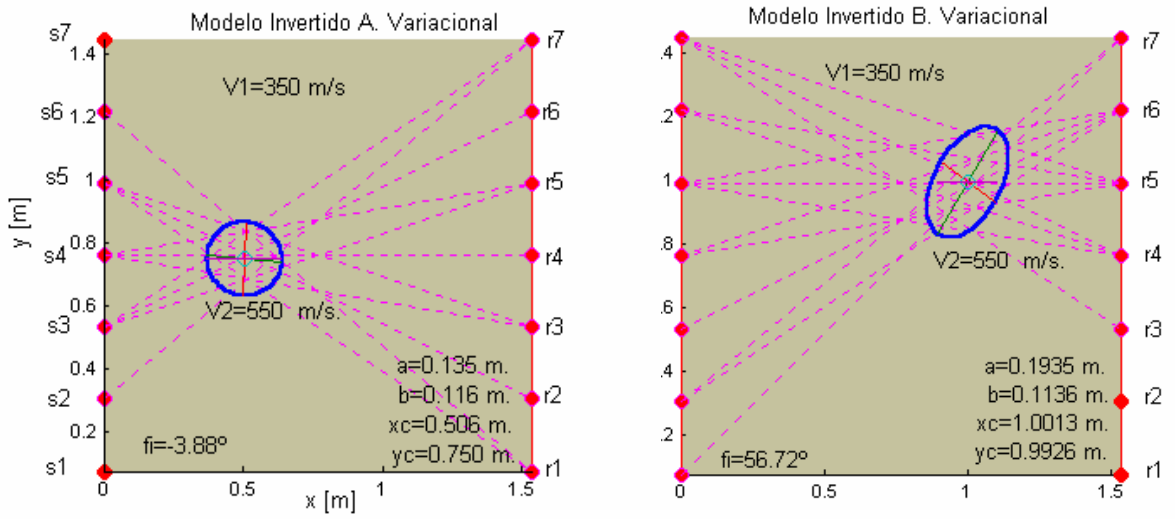


Figura 4.16. Resultados de la Inversión Variacional (a) Rayos que atraviesan la anomalía. (b) Luego de la inversión, distancia recorrida por los rayos dentro de la anomalía. (c) Contorno de la anomalía por todos los $P_{ij}^{<in>}$ y $P_{ij}^{<out>}$ finales. (d) Ajuste con una elipse. (e) Detalle de la misma con las coordenadas xc yc.



(a) **(b)**

Figura 4.17. Método de inversión variacional. Resultados de la inversión de los Modelos: (a) Modelo A; (b) Modelo B. <u>Nota</u>: V2: información adicional.

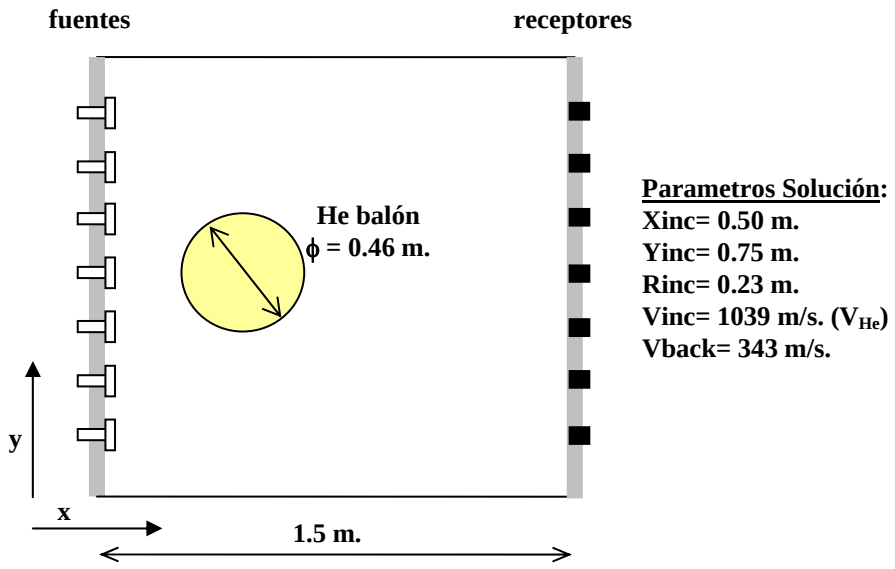
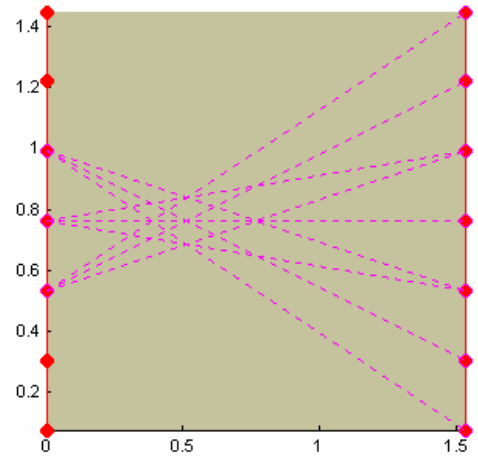
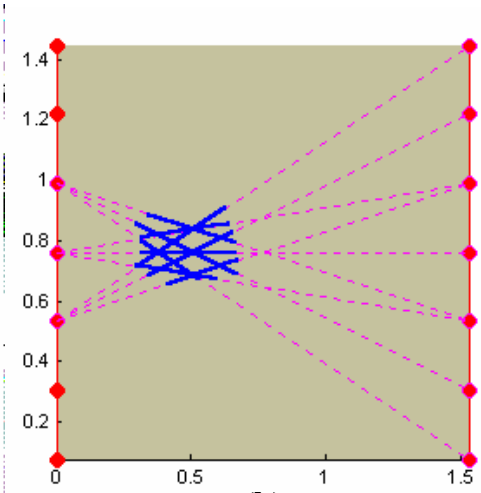


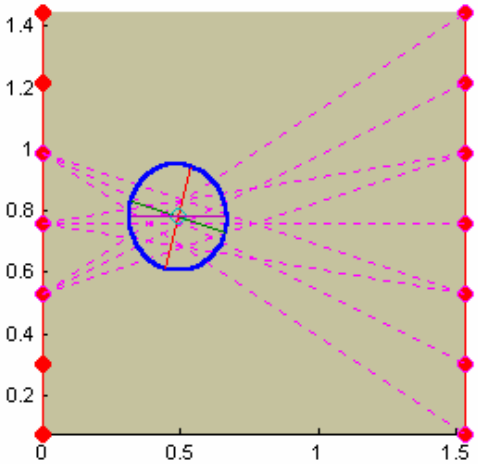
Figura 4.18. Desarrollo experimental. Balón de He inserto en aire. Emisores a la izquierda y receptores a la derecha. Configuración cross-hole. (*gentileza: J.C. Santamarina*)



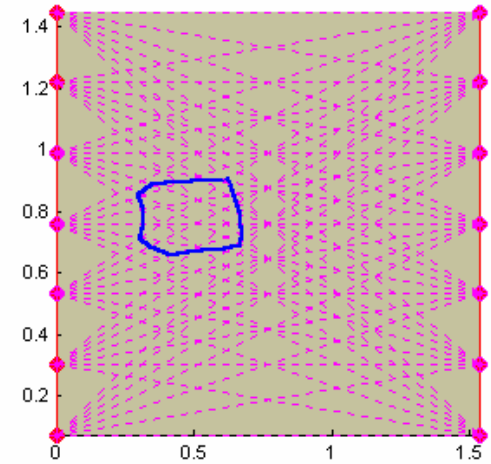
(a)



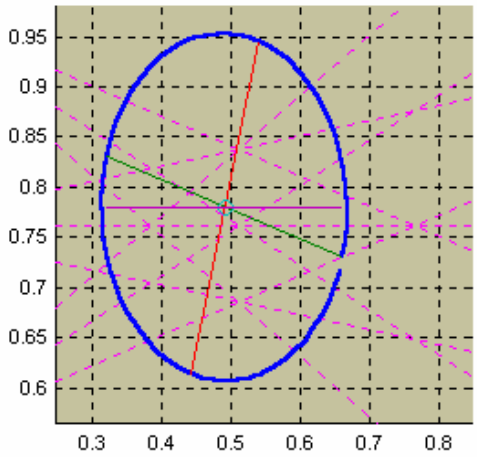
(b)



(c)



(d)



(e)

RESULTADOS

$\mathbf{r_{eq.inc}}$= 0.18 m.
$\mathbf{x_c}$= 0.4916 m.
$\mathbf{y_c}$= 0.7803 m.
$\mathbf{V_{inc}}$= 451.3 m/s (V2) (dato)
$\mathbf{V_{hosp}}$= 349.7 m/s (V1)

Figura 4.19. Inversión de Datos Experimentales. Método de Inversión Variacional. Inclusión: Globo de Helio inserto en aire. (a) Rayos que atraviesan el globo. (b) Rayos que lo atraviesan con sus longitudes correspondientes. (c) Ajuste con una elipse. (d) Contorno solución. (e) Detalle de coordenadas de elipse.

Tabla 4.1. Geometría y tiempos de viaje teóricos. Modelo A.

xs [m]	ys [m]	xr [m]	yr [m]	tmeas [seg]	xs [m]	ys [m]	xr [m]	yr [m]	tmeas [seg]
0.00	0.08	1.53	0.08	0.00438	0.00	0.76	1.53	1.45	0.00479
0.00	0.08	1.53	0.30	0.00442	0.00	0.99	1.53	0.08	0.00485
0.00	0.08	1.53	0.53	0.00457	0.00	0.99	1.53	0.30	0.00452
0.00	0.08	1.53	0.76	0.00479	0.00	0.99	1.53	0.53	0.00439
0.00	0.08	1.53	0.99	0.00510	0.00	0.99	1.53	0.76	0.00442
0.00	0.08	1.53	1.22	0.00546	0.00	0.99	1.53	0.99	0.00438
0.00	0.08	1.53	1.45	0.00587	0.00	0.99	1.53	1.22	0.00442
0.00	0.30	1.53	0.08	0.00442	0.00	0.99	1.53	1.45	0.00457
0.00	0.30	1.53	0.30	0.00438	0.00	1.22	1.53	0.08	0.00526
0.00	0.30	1.53	0.53	0.00442	0.00	1.22	1.53	0.30	0.00510
0.00	0.30	1.53	0.76	0.00457	0.00	1.22	1.53	0.53	0.00479
0.00	0.30	1.53	0.99	0.00479	0.00	1.22	1.53	0.76	0.00457
0.00	0.30	1.53	1.22	0.00510	0.00	1.22	1.53	0.99	0.00442
0.00	0.30	1.53	1.45	0.00522	0.00	1.22	1.53	1.22	0.00438
0.00	0.53	1.53	0.08	0.00457	0.00	1.22	1.53	1.45	0.00442
0.00	0.53	1.53	0.30	0.00442	0.00	1.45	1.53	0.08	0.00587
0.00	0.53	1.53	0.53	0.00438	0.00	1.45	1.53	0.30	0.00546
0.00	0.53	1.53	0.76	0.00442	0.00	1.45	1.53	0.53	0.00510
0.00	0.53	1.53	0.99	0.00434	0.00	1.45	1.53	0.76	0.00479
0.00	0.53	1.53	1.22	0.00452	0.00	1.45	1.53	0.99	0.00457
0.00	0.53	1.53	1.45	0.00488	0.00	1.45	1.53	1.22	0.00442
0.00	0.76	1.53	0.08	0.00479	0.00	1.45	1.53	1.45	0.00438
0.00	0.76	1.53	0.30	0.00457					
0.00	0.76	1.53	0.53	0.00419					
0.00	0.76	1.53	0.76	0.00410					
0.00	0.76	1.53	0.99	0.00424					
0.00	0.76	1.53	1.22	0.00457					

Tabla 4.2. Geometría y tiempos de viaje teóricos. Modelo B.

xs [m]	ys [m]	xr [m]	yr [m]	tmeas [seg]	xs [m]	ys [m]	xr [m]	yr [m]	tmeas [seg]
0.00	0.08	1.53	0.08	0.004376	0.00	0.76	1.53	1.45	0.004795
0.00	0.08	1.53	0.30	0.004425	0.00	0.99	1.53	0.08	0.005097
0.00	0.08	1.53	0.53	0.004567	0.00	0.99	1.53	0.30	0.004795
0.00	0.08	1.53	0.76	0.004795	0.00	0.99	1.53	0.53	0.004567
0.00	0.08	1.53	0.99	0.005097	0.00	0.99	1.53	0.76	0.004313
0.00	0.08	1.53	1.22	0.005460	0.00	0.99	1.53	0.99	0.004075
0.00	0.08	1.53	1.45	0.005411	0.00	0.99	1.53	1.22	0.004335
0.00	0.30	1.53	0.08	0.004425	0.00	0.99	1.53	1.45	0.004567
0.00	0.30	1.53	0.30	0.004376	0.00	1.22	1.53	0.08	0.005460
0.00	0.30	1.53	0.53	0.004425	0.00	1.22	1.53	0.30	0.005097
0.00	0.30	1.53	0.76	0.004567	0.00	1.22	1.53	0.53	0.004795
0.00	0.30	1.53	0.99	0.004795	0.00	1.22	1.53	0.76	0.004329
0.00	0.30	1.53	1.22	0.004820	0.00	1.22	1.53	0.99	0.004170
0.00	0.30	1.53	1.45	0.005036	0.00	1.22	1.53	1.22	0.004376
0.00	0.53	1.53	0.08	0.004567	0.00	1.22	1.53	1.45	0.004425
0.00	0.53	1.53	0.30	0.004425	0.00	1.45	1.53	0.08	0.005874
0.00	0.53	1.53	0.53	0.004376	0.00	1.45	1.53	0.30	0.005460
0.00	0.53	1.53	0.76	0.004425	0.00	1.45	1.53	0.53	0.004913
0.00	0.53	1.53	0.99	0.004567	0.00	1.45	1.53	0.76	0.004544
0.00	0.53	1.53	1.22	0.004394	0.00	1.45	1.53	0.99	0.004405
0.00	0.53	1.53	1.45	0.005097	0.00	1.45	1.53	1.22	0.004425
0.00	0.76	1.53	0.08	0.004795	0.00	1.45	1.53	1.45	0.004376
0.00	0.76	1.53	0.30	0.004567					
0.00	0.76	1.53	0.53	0.004425					
0.00	0.76	1.53	0.76	0.004376					
0.00	0.76	1.53	0.99	0.004162					
0.00	0.76	1.53	1.22	0.004238					

Tabla 4.3 Resultados Globales de la Inversión de los Modelos A y B.												
	Valores correctos		**Variacional**		**ART**		**SIRT**		**MART**		**FUZZY LOGIC**	
Par.	**Modelo A**	**Modelo B**	**Mod. A**	**Mod. B**	**Mod. A**	**Mod. B**	**Mod. A**	**Mod. B**	**Mod. A**	**Mod. B**	**Mod. A**	**Mod. B**
V1 [m/s]	*350*	*350*	350	350	350.6	353.6	355.1	358.4	359.25	357	350.26	350.25
V2 [m/s]	*600*	*600*	550(*)	550(*)	433	496	557.2	505.5	605.8	423.8	363.56	363.11
xc [m]	*0.5*	*1*	0.506	1.0013	0.547	0.986	0.547	0.986	0.547	0.986	0.547	0.986
yc [m]	*0.75*	*1*	0.750	0.9926	0.686	0.882	0.686	0.882	0.686	0.882	0.686	0.882
r_{eq} ***[m]***	*0.115*	-----	0.1255	------	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207	0.207
a [m]	------	*0.2*	0.135	0.1935	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
b [m]	------	*0.1*	0.116	0.1136	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
f [º]	------	*45*	-3.88	56.72	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

(*) *V2* es dato adicional.

CAPITULO 5

INVERSIÓN: MÉTODO BASADO EN EL CONTENIDO DE INFORMACIÓN.

5.1 Introducción.

Generalmente a fin de modelar una inclusión a partir de los métodos matriciales de inversión en tomografía por tiempo de viaje, se lleva a cabo una discretización del espacio (dominio Ω) que sitúa en su contorno Γ tanto los emisores como los receptores (Fig. 5.1). Dicha discretización suele estar conformada por un modelo uniforme de píxeles; es decir un cierto número de ellos del mismo tamaño, cuadrados o casi. La matriz formada por cada una de las distancias recorridas por los rayos que atraviesan Ω en todos los pixeles se denomina *matriz de distancias de viaje* **S**, de dimensión *M* rayos (número de mediciones, vector $\mathbf{y}^{<dato>}$) por *N* parámetros incógnita (velocidad o lentitud en c/u de los píxeles, $\mathbf{x}^{<est>}$).

Además si se considera la longitud total recorrida por *todos los rayos* que lo atraviesan en *cada uno* de los elementos y se les atribuye una tonalidad o color correspondiente, se conformará la *matriz de contenido de información* (**mic**) para el dispositivo particular de tomografía considerado en Ω, en este trabajo el cross-hole.

Multiplicando **S** por el vector de parámetros dará por resultado el vector de datos observacionales **y** (ecuación 4.4). Por otra parte, y en caso de ser posible, la inversión de la matriz de distancias de viaje $\mathbf{S}^{-1}$ multiplicada por **y** permitiría obtener directamente los parámetros buscados **x** (ecuación 4.7), que estará constituido por los valores de velocidad o lentitud de cada pixel (generalmente se trabajará con las primeras).

El problema entonces consistirá en determinar la velocidad en cada elemento y representarlos luego gráficamente en su correspondiente posición dentro de Ω, a través de software desarrollado para tal fin. Las variaciones en los tonos revelarán entonces la inclusión en caso de su existencia. Esto que parece tan sencillo desafortunadamente no lo es.

Por una parte casi siempre es imposible la inversión directa de **S** debido a que suele ser singular. Para resolver esto se recurre a la pseudoinversa (*sección 5.5.2*). En otras condiciones es difícil o imposible que los datos converjan a una solución. Además en muchas ocasiones aunque exista la misma, se generarán inconsistencias en las imágenes resultantes. Se analizará si parte de estos inconvenientes se deben a la falta de uniformidad en la distribución del contenido de información en la matriz **S**. (ver Figura 5.2).

Dentro de este contexto, se define al contenido de información como la longitud total recorrida por *todos* los rayos a lo largo de *cada* píxel (i.e. suma de las longitudes de rayos en cada pixel atravesado por ellos).

A medida que se incremente el número de píxeles aumentará la resolución, pero al precio de aumentar la sub-determinación del sistema de ecuaciones resultante (mediciones M inferiores al número de incógnitas N).

Este capítulo tiene por objetivo principal estudiar la uniformidad del contenido de información de las matrices **S**. Se pueden formular dos preguntas:

Si la información que posee cada píxel en la configuración cross-hole es diferente, ¿Por qué considerar píxeles cuadrados y no de tamaños distintos entre sí, de tal forma que cada uno de los nuevos (que en este caso se pueden denominar ipixeles *ip* i.e. *irregular píxel*) posea igual cantidad de información?

En caso de lograr **S** con la nueva distribución de ipixels; ¿Cuál de las dos ofrece los mejores resultados en el esquema de inversión?

5.2 Metodología

El procedimiento se dividió en tres partes:

Se construyeron matrices de contenido de información (**micSr**) y matrices de distancias de viaje (**Sr**) para varias densidades de pixels *regulares* (i.e. del mismo tamaño), distribuidos en forma uniforme con programas trazadores de rayos (rectos).

Luego se repitió el proceso generando matrices **micSi** de pixeles irregulares construidas *a partir de previas de alta densidad regulares*, agrupando de tal forma los elementos a fin de obtener idéntico contenido de información en todos ellos.

Finalmente se generaron nuevas matrices de distancias **Si** a partir de las anteriores **micSi**, denotando siempre como "ipixel" aquellos pixeles rectangulares con diferentes tamaños relativos, dependiendo del contenido de información respectivo, que se mantiene aproximadamente constante.

Se estudió y discutió el condicionamiento de todas las matrices. Además, a fin de analizar la convergencia de **Sr** y **Si**, se aplicaron cinco métodos de inversión: Inversión por Mínima Longitud del vector incógnitas (MLS); Mínimos Cuadrados (LS); Mínimos Cuadrados Amortiguados (DLS); Mínimos Cuadrados Regularizados (RLS) y finalmente Inversión por Descomposición de Valores Singulares (SVD). Además se aplicó el criterio de Ockham para reducir incógnitas (agregando

información adicional al sistema). Todos los esquemas de inversión se aplicaron con el Modelo A del capítulo 4.

5.3 Cobertura Espacial y Matriz de Contenido de Información.

Como se mencionó, el tamaño de **S** es *M* filas (número de mediciones) por *N* columnas (número de valores desconocidos de lentitudes/velocidades). La suma de cada columna individual de **S** representa la distancia recorrida por los rayos en *un* pixel. Aplicando esta suma a las *N* columnas de **S** permite obtener un vector *1xN* que vuelto a acomodar en *m* pixeles horizontales y *n* verticales da por resultado la matriz de contenido de información (**mic**).

Dos ejemplos de **mic** se muestran en Figura 5.2 a-b. La zonas oscuras indican bajos valores de **ic** (i.e. la cobertura espacial no es uniforme). *Esto significa que la información acumulada para resolver la velocidad en ese lugar es inferior a aquellas zonas más claras*. En otras palabras el grado de precisión para la evaluación de los valores en los pixeles no será uniforme. Como una mayor cantidad de rayos atravesando un pixel resulta en más información sobre el mismo, la zona clara del centro de la matriz **mic** para la configuración cross-hole será la de mayor resolución.

Pero ¿Qué ocurrirá cuando la inclusión buscada se sitúe lejos de las zonas claras? Quizás si se recalculan los tamaños relativos de los pixeles de tal forma que se obtenga una **mic** uniforme, los resultados serán mejores (Figura 5.3).

5.4 Descomposición en Valores Singulares y Número de Condición.

Si existe un contraste muy grande entre los valores numéricos de los elementos dentro de una matriz, es posible que el rango calculado de la misma de por resultado un número erróneo de filas linealmente independientes. Debido a esto, el número de condición κ de una matriz es una mejor opción para estudiar su cercanía a la singularidad que el rango (Strang, 1980; Santamarina, 1998, *op.cit.*).

El factor 'κ' se define como el cociente entre los valores singulares con máximo y mínimo valor absoluto:

$$\kappa = \frac{\max|\lambda_i|}{\min|\lambda_i|} \tag{5.1}$$

Se dice que una matriz es mal condicionada si su κ es grande. Geométricamente el máximo y el mínimo valor singular representa los ejes principales de una elipse (Branham, 1990). Si el cociente

es la unidad la correlación es nula (independiente), y si es muy grande la correlación es casi perfecta (dependiente) y por lo tanto mal condicionada.

Una mala condición significa en otras palabras que el número de filas o columnas linealmente dependientes tiende a incrementarse; *es decir que el número de mediciones inútiles (o repetidas) aumenta*.

Los valores singulares dan una indicación acerca de la confiabilidad y la relación entre las mediciones del fenómeno. Valores singulares pequeños sugieren información limitada sobre el parámetro.

La Tabla 5.1 muestra los valores de κ y rango para varias densidades de matrices **mic**, tanto para pixeles uniformes como irregulares. Se aprecia de inmediato que el hecho de uniformar la información mejora la condición de las mismas, i.e. aumenta el número de ecuaciones independientes entre sí (rango).

Por otra parte la Figura 5.4 representa los valores singulares para las mismas matrices. En todos los casos el número de aquéllos es mayor en las **mic** de ipixels, indicando que es posible extraer mayor información de los datos (Prada *et al*, 2000).

La Tabla 5.2 y Figura 5.5 presenta resultados similares a la anterior pero en el caso de matrices de distancia de viaje **S**. El rasgo más notorio es que los valores singulares para las matrices de ipixeles poseen menor dispersión que los otros; por ende los números de condición asociados serán menores (excepto para densidades pequeñas i.e. 7 y 15 pixeles). El mejorar la condición implica mejorar el proceso de inversión, que incidirá en su capacidad para resolver inclusiones según se estudiará luego.

Limitaciones Propias del Método Cross Hole.

Menke (1989) demostró que la resolución de la configuración geométrica cross-hole es menor en la dirección normal respecto a la de ubicación de los transductores. Se puede explicar este fenómeno de diversas formas. Por un lado la distribución de información no es uniforme, con concentración de rayos en el sector medio (Figura 5.2). El hecho de aumentar el número de sensores en esas dos únicas direcciones no mejora el problema ya que los rayos tenderán al paralelismo, incrementando por ello la condición de la matriz **S** asociada. Además el acercar demasiado los transductores duplica información si se cae dentro de la elipse de Fresnel (sección 6.3). Por último, la angularidad relativa entre los mismos tiende a ser pequeña lo cual también produce mala condición.

Una forma de mejorar este problema es incrementar los ángulos entre sensores, lo que se consigue aumentando la extensión (profundidad) de las líneas de emisión y recepción; con el fin de conseguir rayos de alto ángulo.

La otra (que se puede combinar con la primera) es obtener una distribución más uniforme de información, colocando sensores entre las líneas de emisión/recepción.

Las implicancias anteriores permiten concluir que la configuración geométrica cross-hole constituye un problema "mal planteado" (*ill posed*) desde el punto de vista geométrico, para resolver problemas de inversión.

Branham (2006; *comunicación personal*) menciona, citando un trabajo suyo anterior (Branham, 2003): "Generalmente los problemas mal condicionados exhiben un espectro de valores singulares donde existe una brecha clara entre los valores significativos y los no significativos, que constituyen mayormente ruido. Descartando los valores pequeños se mejora la condición y por ende la convergencia a un resultado. Con problemas mal planteados, que pueden ser mal condicionados también, el espectro de valores singulares es continuo y poco se logra descartando valores pequeños". Esto es precisamente lo que ocurre con la configuración cross-hole (ver Figura 5.5).

En definitiva, la configuración cross-hole no es la óptima para obtener resultados de inversión precisos. Sin embargo se seleccionó la misma por la gran aplicación actual en problemas prácticos (e.g. testificación geofísica en exploración minera, geotécnica e hidrogeológica).

5.5 Métodos Inversos. Segunda Parte.

5.5.1 Introducción

Se han mencionado en el capítulo 4 algunas características de los métodos de inversión; sistemas lineales y no lineales; subdeterminados y sobredeterminados. Finalmente los sistemas consistentes e inconsistentes. También se estudiaron las formas de representación del vector de parámetros incógnita **x**. Por último se abordó la inversión a partir de métodos iterativos que demostraron ser eficaces (además del nuevo método variacional propuesto).

En este sección se trabajará con métodos matriciales directos, es decir que no conllevan procesos iterativos de aproximación sucesiva al vector dato **y**; en otras palabras involucran resolución directa de sistemas de ecuaciones lineales. Tienen la ventaja por ello de ser mucho más veloces.

Por último cabe destacar que todos los algoritmos abordados en este trabajo se sitúan en la categoría de *métodos determinísticos de inversión*; para diferenciarlos de aquellos denominados *probabilísticos*, aplicados fundamentalmente en los métodos potenciales (e.g. gravimetría y magnetometría) (Patella, 1997a; Patella, 1997b; Tarantola, 1987).

5.5.2. La Matriz Inversa Generalizada

En general la matriz $\mathbf{S}^{-1}$ no puede ser calculada, y se suele utilizar una pseudoinversa $\mathbf{S}^{-g}$, que posee las siguientes propiedades (Penrose, 1955):

$$\begin{aligned}
&\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}^{-g}\cdot\mathbf{S}=\mathbf{S}\\
&\mathbf{S}^{-g}\cdot\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}^{-g}=\mathbf{S}^{-g}\\
&\left(\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}^{-g}\right)^{\mathbf{T}}=\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}^{-g}\\
&\left(\mathbf{S}^{-g}\cdot\mathbf{S}\right)^{\mathbf{T}}=\mathbf{S}^{-g}\cdot\mathbf{S}
\end{aligned} \tag{5.2}$$

luego el sistema de ecuaciones lineales se arma de la siguiente forma:

$$\mathbf{x}^{<\mathbf{est}>}=\mathbf{S}^{-g}\cdot\mathbf{y}^{<\mathbf{dato}>} \tag{5.3}$$

Observando las dimensiones de las matrices y vectores involucrados en la ecuación 5.3 ($\mathbf{y}_{\mathbf{Mx1}}$; $\mathbf{x}_{\mathbf{Nx1}}$) se observa que $\mathbf{S}^{-g}$ será de tamaño *NxM*, no tratándose por ende de una inversa en el sentido clásico (cuadrada). Además el producto de una matriz por su inversa o viceversa es la matriz unidad, lo que no necesariamente sucederá con $\mathbf{S}.\mathbf{S}^{-g}$ o $\mathbf{S}^{-g}.\mathbf{S}$.

Cada método de inversión poseerá su inversa generalizada, según se verá posteriormente.

5.5.3. Grado de Resolución en los Datos y en el Modelo.

En el proceso de inversión están involucrados tanto datos observacionales (que por su misma naturaleza poseen errores), como consideraciones físicas y geométricas del problema; todas agrupadas en la matriz **S**. Como por lo general se hacen simplificaciones en el modelo se generarán errores en el mismo, que podrán ser grandes o no, hasta el punto de imposibilitar una adecuada solución. Por ejemplo linearizar un problema que por su naturaleza no es factible de llevar a cabo.

A partir del concepto de matriz inversa generalizada ($\mathbf{S}^{-g}$), es posible combinarla con la normal **S** y estimar el error en los datos o bien en el modelo con las siguientes expresiones (Menke, 1989; Golub & Van Loan, 1989; Lawson & Hanson, 1974):

$\mathbf{D}=\mathbf{S}\cdot\mathbf{S}^{-g}$ (a) (Matriz *MxM* de resolución de datos) (5.4)

$\mathbf{M}=\mathbf{S}^{-g}\cdot\mathbf{S}$ (b) (Matriz *NxN* de resolución del modelo)

El alejamiento de estos productos de la matriz unitaria permitirá estimar los errores cometidos en cada uno de los casos.

Por último, cada método de inversión que se verá en la sección siguiente diferirán en el énfasis en **M** o en **D**.

5.5.4 Inversión Matricial Directa (solución de SL de ecuaciones)

Los elementos de **S** se calculan identificando la intersección de cada rayo con los bordes de cada pixel y calculando la longitud respectiva con la ayuda de programas trazadores de rayos (asumiendo teoría de propagación de rayos). La Figura 5.1 muestra la relación entre los pixeles (7x7=49) y los pares emisor-receptor para la configuración cross-hole.

En este capítulo, así como en el resto del trabajo, se continuará considerando siete pares de emisores-receptores, con un total de 49 rayos. Cabe recordar que el número de columnas de **S** corresponderá al número de parámetros incógnita (i.e. el número de pixeles).

A continuación se aplicarán varios métodos de inversión matriciales, con el Modelo A del capítulo anterior. Se resolverá para varias situaciones; primero con matrices de baja densidad de pixeles regulares y luego con una mayor densidad de elementos del mismo tipo. Posteriormente se analizará un criterio para reducir incógnitas y se verá qué sucede.

Por último se aplicarán los pasos descritos pero a ipixeles con el mismo contenido unitario de información; considerando también el caso en que es posible añadir información adicional (eng: *additional guess*) al sistema (Lee, 2003).

Inversión por Mínima Longitud del vector incógnitas.(MLS)

Según se explicó los sistemas lineales pueden ser sub; igual o bien sobredeterminados. Por lo general en las situaciones reales son del último tipo, es decir mayor número de mediciones que parámetros incógnitas a determinar.

Pero en el caso de los pixeles por ejemplo, al aumentar la resolución se incrementará el número de incógnitas y con ello el sistema se transformará en sub-determinado. La solución más común es agregar condiciones al sistema para transformarlo en sobredeterminado. No será el caso que se planteará en esta sección, donde se aplicará directamente la inversión, por lo que el problema que se presenta radica en que se tendrán infinitas soluciones que hagan nulo el vector de error $\mathbf{e} = \mathbf{y}^{<\text{dato}>} - \mathbf{S} \cdot \mathbf{x}^{<\text{est}>}$.

Para resolver esto se suele determinar la mínima longitud del vector de parámetros solución ($\mathbf{x}^{<est>}$) que satisface la condición $\mathbf{y}^{<dato>}=\mathbf{S}.\mathbf{x}^{<est>}$.

Santamarina & Fratta (1998) a partir de multiplicadores de Lagrange y minimizando la función objetiva:

$$\mathbf{\Gamma(x)} = \left(\mathbf{x}^{<est>}\right)^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{x}^{<est>} + \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{T}} \cdot \left(\mathbf{y}^{<dato>} - \mathbf{S} \cdot \mathbf{x}^{<est>}\right) \tag{5.5}$$

llegaron a la expresión solución para invertir por este método:

$$\mathbf{x}^{<est>} = \mathbf{S}^{\mathbf{T}} \cdot \left(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^{\mathbf{T}}\right)^{-1} \cdot \mathbf{y}^{<dato>} \tag{5.6}$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^{-g} &= \mathbf{S}^{\mathbf{T}} \cdot \left(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^{\mathbf{T}}\right)^{-1} && \textit{inversa generalizada} \\ \mathbf{D}_{\mathbf{MLS}} &= \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^{\mathbf{T}} \cdot \left(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^{\mathbf{T}}\right)^{-1} && \textit{error en datos} \\ \mathbf{M}_{\mathbf{MLS}} &= \mathbf{S}^{\mathbf{T}} \cdot \left(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^{\mathbf{T}}\right)^{-1} \cdot \mathbf{S} && \textit{error en el modelo} \end{aligned} \tag{5.7}$$

El método descrito posee error nulo en los datos, pero no así en el modelo. Las expresiones que se emplearán para evaluar los errores en **D** y **M** serán:

$$\begin{aligned} errorD &= \|\mathbf{I} - \mathbf{D}\| \\ errorM &= \|\mathbf{I} - \mathbf{M}\| \end{aligned} \tag{5.8}$$

donde: **I**: matriz unidad; $\| \ \|$: norma 2.

Por último y en caso de incorporar información adicional al sistema, la ecuación 5.6 se modificará (Santamarina, *op cit.*):

$$\mathbf{x}^{<est>} = \mathbf{x0} + \mathbf{S}^{\mathbf{T}} \cdot \left(\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^{\mathbf{T}}\right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{y}^{<dato>} - \mathbf{S} \cdot \mathbf{x0}\right) \tag{5.9}$$

Donde **x0** es el vector de valores iniciales estimados; en nuestro caso velocidades iniciales (e.g. velocidad del medio base). Este procedimiento mejora la convergencia a una solución.

El algoritmo base para calcular la inversa por mínima longitud del vector incógnitas es:

```
% S en todos los casos es la matriz geométrica de distancias de viaje

% Dimensión MxN

% M: Número de rayos

% N: Nro total de pixeles en el dominio.

% Contiene el modelo físico.
```

```
% se genera con un programa trazador de rayos.

Sgen1=S'*inv(S*S');                    % pseudoinversa

xest=x0+Sgen1*(tmedido-S*x0);          % inversión (con vector de parámetros iniciales x0(Nx1))

xest=xest(:);
```

Inversión por Mínimos Cuadrados (LS). Criterio de Ockham para reducir incógnitas.

Este método difiere conceptualmente del anterior en que se basa en minimizar la longitud del vector de resíduos $\mathbf{e} = \mathbf{y}^{<dato>} - \mathbf{S} \cdot \mathbf{x}^{<est>}$ (o lo que es lo mismo su norma). Es decir:

$$\mathbf{e}^{\mathbf{T}}.\mathbf{e} = \left(\mathbf{y}^{<dato>} - \mathbf{S} \cdot \mathbf{x}^{<est>}\right)^{\mathbf{T}}.\left(\mathbf{y}^{<dato>} - \mathbf{S} \cdot \mathbf{x}^{<est>}\right) = \mathit{minimo} \qquad (5.10)$$

Esto significa que el método parte de conocer de antemano que no existe solución exacta para el sistema de ecuaciones (inconsistente). Además el método falla para sistemas con infinitas soluciones (i.e. subdeterminados) debido a que el sistema matricial será singular. Para llegar a la expresión que permite encontrar el vector de incógnitas $\mathbf{x}^{<est>}$ se deriva la ecuación 5.10 respecto del vector de parámetros **x** y se iguala a cero, despejando luego el mismo:

$$\mathbf{x}^{<est>} = \underbrace{\left(\mathbf{S}^{\mathbf{T}}.\mathbf{S}\right)^{-1}.\mathbf{S}^{\mathbf{T}}}_{\mathbf{S}^{-g}}.\mathbf{y}^{<dato>} \qquad (5.11)$$

Finalmente y como en el caso anterior, es posible añadir información adicional al sistema (**x0**), con lo que se obtiene:

$$\mathbf{x}^{<est>} = \mathbf{x0} + \left(\mathbf{S}^{\mathbf{T}}.\mathbf{S}\right)^{-1}.\mathbf{S}^{\mathbf{T}}\left(\mathbf{y}^{<dato>} - \mathbf{S}.\mathbf{x0}\right) \qquad (5.12)$$

En este caso el vector **x0** está conformado por valores iniciales de velocidades; por ejemplo velocidad normal del dominio Ω en ausencia de anomalías (*Vbase*).

Reducción de Número de Incógnitas. Criterio de Ockham.

Para poder utilizar mínimos cuadrados en este trabajo es imprescindible reducir el número de incógnitas. Resulta obvio que no tiene sentido calcular la velocidad en todos los pixeles cuando se trata de localizar una inclusión homogénea en un medio del mismo tipo.

Esto se puede hacer de dos formas: la primera disminuyendo la cantidad de pixeles, lo que produce una imagen muy tosca y sin resolución. La siguiente es suponer *a priori* que las variaciones de velocidad de un pixel a otro no son bruscas y pueden responder a una ecuación, que puede ser una cónica (e.g.elipse) o series trigonométricas (Santamarina *et al*, 1998), transformando en primera

instancia la representación a paramétrica. Se resuelve en este dominio y luego se vuelve a transformar a pixeles (o ipixeles).

Hay que tener mucho cuidado en seleccionar la función adecuada, ya que si es muy global no detectará la anomalía y si es demasiado local los ruidos generados imposibilitarán filtrar la inclusión.

Analíticamente:

$$s(x,y) = a + bx + cy + dxy + ex^2 + fy^2 \qquad \text{cónica (elipse)} \tag{5.13}$$

Entonces, el vector de parámetros puede ser escrito como:

$$\mathbf{x}^{<est>} = \mathbf{F.x1}^{<est>} \tag{5.14}$$

$$\mathbf{y}^{<dato>}{}_{Mx1} = \underbrace{\begin{bmatrix} S_{11} & \dots & S_{1k} & \dots & S_{1N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{i1} & \dots & h_{ik} & \dots & S_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{M1} & \dots & S_{Mk} & \dots & S_{MN} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}_{MxN}} * \underbrace{\begin{bmatrix} a + bx_1 + cy_1 + dx_1y_1 + ex_1^2 + fy_1^2 \\ \dots\dots\dots\dots \\ a + bx_k + cy_k + dx_ky_k + ex_k^2 + fy_k^2 \\ \dots\dots\dots\dots \\ a + bx_N + cy_N + dx_Ny_N + ex_N^2 + fy_N^2 \end{bmatrix}}_{(\mathbf{F.x1}^{<est>})_{Nx1}} \tag{5.15}$$

descomponiendo el segundo término de la derecha:

$$\mathbf{y}^{<dato>}{}_{Mx1} = \underbrace{\underbrace{\begin{bmatrix} S_{11} & \dots & S_{1k} & \dots & S_{1N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{i1} & \dots & S_{ik} & \dots & S_{iN} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{M1} & \dots & S_{Mk} & \dots & S_{MN} \end{bmatrix}}_{\mathbf{S}_{MxN}} * \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1y_1 & x_1^2 & y_1^2 \\ & & \dots\dots\dots\dots & & & \\ 1 & xk & y_k & x_ky_k & x_k^2 & y_k^2 \\ & & \dots\dots\dots\dots & & & \\ 1 & x_N & y_N & x_Ny_N & x_N^2 & y_N^2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{F}_{\cdot Nx6}}}_{\mathbf{S'}_{MX6}} . \underbrace{\begin{Bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{Bmatrix}}_{\mathbf{x1}^{<est>}} \tag{5.15}$$

y la ecuación anterior se transforma a:

$$\mathbf{y}^{<dato>} = \mathbf{S'.x}1^{<est>} \tag{5.16}$$

donde **F** es la matriz que representa la cónica y contiene las coordenadas de los centros de todos los *N* pixeles y $\mathbf{x1}^{<est>}$ es el vector de las incógnitas *a,b,..f* de la función hipotética y deberán ser luego pre-multiplicadas por **F** a fin de recuperar el vector $\mathbf{x}^{<est>}$ con los *N* valores de velocidad.

En definitiva el desarrollo anterior implica la posibilidad de trabajar con gran densidad de pixeles mejorando con esto la resolución de las imágenes.

La forma práctica de implementar la reducción de incógnitas es como sigue: de (5.13) se forma la matriz de coordenadas de los centros del total de pixeles del dominio. Considerando una elipse como función:

$$F^{<i>} = \begin{Bmatrix} 1 \\ x_i \\ y_i \\ x_i.y_i \\ x_i^2 \\ y_i^2 \end{Bmatrix}_{6xN} \qquad i = 1...N \tag{5.17}$$

Luego se transpone **F** para obtener el sistema *Nx6* y se forma la matriz **S1**:

$$\mathbf{S1}_{\mathbf{Mx6}} = \mathbf{S}_{\mathbf{MxN}}.\mathbf{F}^{\mathbf{T}}{}_{\mathbf{Nx6}} \tag{5.18}$$

y se aplica la expresión 5.11 modificada para resolver por mínimos cuadrados:

$$\mathbf{x1}^{<\mathbf{est}>} = \left(\mathbf{S1}^{\mathbf{T}}.\mathbf{S1}\right)^{-1}.\mathbf{S1}^{\mathbf{T}}.\mathbf{y}^{<\mathbf{dato}>} \qquad (6x6)(6xM)(Mx1) = (6x1) = Dim\left(x1^{<est>}\right) \tag{5.19}$$

Luego de resolver ecuación 5.19 se antitransforma nuevamente para restaurar el vector con *N* parámetros original, y se representa gráficamente.

$$\mathbf{x}^{<\mathbf{est}>} = \mathbf{F.x1}^{<\mathbf{est}>} \tag{5.20}$$

El algoritmo base para calcular la inversa por mínimos cuadrados amortiguados con reducción de incógnitas es:

```
% ALGORITMO 1.
MM=nh;                  % nro de pixeles horizontales/verticales
NN=nh;
% A continuación construir matriz F (series trigonométricas, basado en: Santamarina, op.cit)
for i=1:MM
    for k=1:NN
        F(i+(k-1)*MM,1)=cos(0*(2*pi/MM)*(i-1+0.5))*cos(0*(2*pi/NN)*(k-1+0.5));
        F(i+(k-1)*MM,2)=cos(1*(2*pi/MM)*(i-1+0.5))*cos(0*(2*pi/NN)*(k-1+0.5));
        F(i+(k-1)*MM,3)=sin(1*(2*pi/MM)*(i-1+0.5))*cos(0*(2*pi/NN)*(k-1+0.5));
        F(i+(k-1)*MM,4)=cos(0*(2*pi/MM)*(i-1+0.5))*cos(1*(2*pi/NN)*(k-1+0.5));
        F(i+(k-1)*MM,5)=cos(0*(2*pi/MM)*(i-1+0.5))*sin(1*(2*pi/NN)*(k-1+0.5));
        F(i+(k-1)*MM,6)=cos(1*(2*pi/MM)*(i-1+0.5))*cos(1*(2*pi/NN)*(k-1+0.5));
        F(i+(k-1)*MM,7)=cos(1*(2*pi/MM)*(i-1+0.5))*sin(1*(2*pi/NN)*(k-1+0.5));
```

```
        F(i+(k-1)*MM,8)=sin(1*(2*pi/MM)*(i-1+0.5))*cos(1*(2*pi/NN)*(k-1+0.5));
        F(i+(k-1)*MM,9)=sin(1*(2*pi/MM)*(i-1+0.5))*sin(1*(2*pi/NN)*(k-1+0.5));
    end
end
S=S*F; % transformar la matriz de distancias MxN a Mx9 y se opera normalmente
%  de aqui en adelante
Sgen1=inv(S'*S)*S';          % pseudoinversa  9xM
xest1=Sgen1*ydato;           % aplicar mínimos cuadrados (dim vector xest1=9x1)
S=S*F';                      % reestablecer matriz S original MxN
xest=F*xest1; % reestablecer el vector de velocidad/slowness con N incognitas
xest=xest(:);
```

Inversión por Mínimos Cuadrados Amortiguados (DLS)

Entre los métodos que se basan en minimizar la longitud del vector $\mathbf{x}^{<est>}$ (subdeterminados, MLS); y aquellos donde se hace lo propio con **e** (sobrederminados, LSS); existirán situaciones intermedias.

Por ejemplo, en los dispositivos cross-hole la cantidad de información varía en los diferentes pixeles, ello produce superabundancia de información en la zona central (sobredeterminado, LSS) y déficit en las alejadas (subdeterminado, MLS).

Se trataría entonces de un sistema mixto-determinado (eng. *mix-determined*).

A partir de ello el algoritmo para resolver por mínimos cuadrados amortiguados es una combinación de aquellos, resultando en:

$$\mathbf{x}^{<est>} = \underbrace{\left(\mathbf{S}^{T}.\mathbf{S} + \boldsymbol{\eta}^{2}.\mathbf{I}\right)^{-1}.\mathbf{S}^{T}}_{\mathbf{S}^{-g}}.\mathbf{y}^{<dato>} \tag{5.21}$$

$$\mathbf{x}^{<est>} = \mathbf{x0} + \underbrace{\left(\mathbf{S}^{T}.\mathbf{S} + \boldsymbol{\eta}^{2}.\mathbf{I}\right)^{-1}.\mathbf{S}^{T}}_{\mathbf{S}^{-g}}.\left(\mathbf{y}^{<dato>} - \mathbf{S}.\mathbf{x0}\right) \qquad c/\,vector\ \ adicional \tag{5.22}$$

Si η=0, se transforma en mínimos cuadrados.

Es decir, a medida que se incrementa η el sistema tiende a la subdeterminación, lo que equivale a decir que se atenúan las componentes ruidosas de alta frecuencia.

Las matrices **D** y **M** se calculan con la ecuación 5.4 a-b.-

El algoritmo base para calcular la inversa por mínimos cuadrados amortiguados es:

```
eta=input('Ingrese factor de amortiguación (η): ');
unitaria=eye(nh*nh);            % nh: nro de pixeles horizontales/verticales
Sgen1=inv(S'*S+eta^2*unitaria)*S'; % pseudoinversa
xest=Sgen1*ydato;               % inversión
xest=xest(:);
```

Inversión por Mínimos Cuadrados Regularizados (RLS).

Se trata de un procedimiento de inversión que incluye información del sistema capturada en la matriz de regularización **R**; por lo general implica suponer que los valores del vector de parámetros buscado $\mathbf{x}^{<est>}$ no varía abruptamente de una posición a la contigua dentro de Ω.

La expresiones para el vector de velocidades es (basado en Menke (1989), Tarantola (1987):

$$\mathbf{x}^{<est>} = (\mathbf{S}^{T}.\mathbf{S} + \boldsymbol{\lambda}.\mathbf{R}^{T}.\mathbf{R})^{-1}.\mathbf{S}^{T}.\mathbf{y}^{<dato>} \qquad s/i \qquad (5.23)$$

$$\mathbf{x}^{<est>} = \mathbf{x0} + (\mathbf{S}^{T}.\mathbf{S} + \boldsymbol{\lambda}.\mathbf{R}^{T}.\mathbf{R})^{-1}.\mathbf{S}^{T}.\left(\mathbf{y}^{<dato>} - \mathbf{S}.\mathbf{x0}\right) \qquad c/i, \qquad (5.24)$$

donde λ es un parámetro constante que indica el grado de participación de la información adicional en el proceso de inversión.

Press *et al* (1992) establecieron que donde la variación *local* puede ser inferida por medio de una línea recta (cual es la situación aquí), la matriz **R** se construirá minimizando la derivada de segundo orden (i.e. regulador laplaciano). Nótese que la dimensión de **R** es *NxN*, la cual representa un obstáculo cuando se trabaja con un número elevado de pixeles, disminuyendo la eficiencia del algoritmo debido a la gran cantidad de operaciones.

El proceso consiste en construir **R** y luego invertir utilizando varios λ para estimar cuál es el óptimo para el problema planteado.

El algoritmo base para calcular la inversa por regularización es:

```
lambda=input('Ingrese factor de regularizacion (λ): ');          % opción para optimizar 'λ'
 % cargar matriz de regularizacion
switch nh       % nh: nro de pixeles horizontales/verticales
```

```
case 7          % 7x7 pixels/ipixels
reg=load('MA_reg_7x7.dat');          % leer archivo de regularización (R)
case 15
reg=load('MA_reg_15x15.dat');
case 21
reg=load('MA_reg_21x21.dat');
case 29
reg=load('MA_reg_29x29.dat');
otherwise
return
end
Sgen1=inv(S'*S+lambda*reg'*reg)*S';        % formar S^-g
xest=Sgen1*ydato;xest=xest(:);        % inversión
```

Por último en Santamarina (1998) figura el procedimiento de cálculo de *R*.-

Inversión por Descomposición de Valores Singulares (SVD)

Cualquier matriz $\mathbf{S}_{MxN}$ puede descomponerse en tres:

$$\mathbf{S} = \mathbf{U.A.V^T} \tag{5.25}$$

Donde $\mathbf{U}_{MxM}$ describe el espacio de los datos y está conformada por vectores ortogonales; $\mathbf{A}_{MxN}$ diagonal, contiene los valores singulares en la diagonal principal; y $\mathbf{V^T}_{NxN}$ describe el espacio del modelo, y es ortonormal ($\mathbf{V.V^T=V^T.V=I}$).

Se puede decir que la matriz **A** de valores singulares λ_i *relaciona* el espacio de los datos con el del modelo.

Por un proceso de inversión simple que no se detallará aqui (ver Menke, 1989), la expresión:

$$\mathbf{y}^{<dato>} = \mathbf{S.x}^{<est>} = \mathbf{U.A.V^T.x}^{<est>} \tag{5.26}$$

se transforma a:

$$\mathbf{x}^{<est>} = \underbrace{\mathbf{V.A^{-1}.U^T}}_{\mathbf{S^{-g}}}\mathbf{.y}^{<dato>} \tag{5.27}$$

Si se representa gráficamente los λ_i, se verificará que existirán *p* valores diferentes de los mismos que permitirán optimizar el condicionamiento de $\mathbf{S^{-g}}$ (ecuación 5.27).

A fin de no extender demasiado, se indicará directamente la expresión para hallar la inversa generalizada a partir de la descomposición de valores singulares, teniendo en cuenta los '*p*' valores. Para mayor información ver (Golub & Van Loan, 1989; Menke, 1989; Santamarina & Fratta, 1998)

$$\mathbf{x}^{<est>} = \underbrace{\mathbf{V}.\mathbf{A}^{-1}.\mathbf{U}^{T}}_{\mathbf{S}^{-g}}.\mathbf{y}^{<dato>} \qquad \mathbf{V}_{Nxp} \quad \mathbf{A}_{pxp} \quad \mathbf{U}^{T}{}_{pxM} \qquad p \leq M, N \tag{5.28}$$

El algoritmo base para calcular la inversa por SVD es:

```
[U,A,V]=svd(S);
p=input('Ingrese Orden de la Descomposicion [p <= min(M,N)] : ');
U=U(:,1:p); % M x p
A=A(1:p,1:p); % p x p
V=V(:,1:p); % N x p
Sgen1=V*inv(A)*U'; % pseudoinversa
xest=Sgen1*ydato;     % inversión
xest=xest(:);
```

Algoritmos para resolver la Inversión en Todos los Casos.

La finalidad de este trabajo no es la de desarrollar programas; sino que éstos sirven de apoyo al trabajo propuesto. Sin embargo, sin ellos no es posible adelantar en el mismo, por lo que se considera necesario describirlos, para futuras tareas de investigación.

Para poder llevar a cabo la inversión, tanto con pixeles, como con ipixeles se elaboraron varios programas, utilizados en orden sucesivo:

1) TRAZADOR.m

Función: Generar matrices **Sr** (almacenados en archivos ASCII).

Descripción: Debido a que resulta imprescindible la construcción de matrices **S** para cualquier operación de inversión, se decidió incluir los fundamentos teóricos así como una descripción del programa desarrollado para generar las mismas.

Cabe destacar que existen versiones más simples para construir **S**, tales como considerar los pixeles como circulares (hallando el radio equivalente) y determinar si el rayo interseca o no el círculo. En caso positivo se asigna el valor 1 (tocado) de lo contrario 0 (no tocado) (Santamarina, *op.cit*). Se ha preferido generar una versión más exacta para construir **S**; máxime teniendo en cuenta que con una modificación del mismo se calcula luego las matrices **Si** de ipixeles.

La Figura 5.6 representa esquemáticamente la intersección del rayo genérico *i* con el pixel *k*, y las distancias y ángulos involucrados que sirven para justificar la ecuación que calcula la distancia *'d'* atravesada por el rayo dentro del pixel luego de determinar la intersección o no del mismo.

Luego de este proceso, se vuelve a repetir para el pixel contiguo, hasta considerar los *N*.

El parámetro elegido para identificar la intersección es la distancia vertical *z*. Si $z>0$ el rayo atraviesa el pixel; si $z<0$ la intersección es imaginaria (no atraviesa) y si $z=0$ toca el vértice del mismo (es decir $d=0$).

Luego se derivó la expresión general (algoritmo) para calcular *z*, para todas las direcciones posibles de incidencia de los rayos sobre el pixel:

$$z = (y2 - y1) - \frac{(y2 - y\max)}{2}\left(1 + \overbrace{signo(y2 - y\max)}^{+1;-1;0}\right) - \frac{(y\min - y1)}{2}(1 + signo(y\min - y1)) \qquad (5.29)$$

Se verá un ejemplo:

<u>*Caso A*</u> (ver Figura 5.6)

Este caso implica que z>0 (interseca)

$$z = (y2 - y1) - \frac{(y2 - y\max)}{2}(1 + (-1)) - \frac{(y\min - y1)}{2}(1 + (+1)) = y2 - y\min$$

Luego para calcular la distancia *'d'*:

$$d = \sqrt{xx^2 + (y2 - y\min)^2} = (y2 - y\min)\sqrt{\frac{xx^2}{(y2 - y\min)^2} + 1}$$

$$tg^2\alpha = \frac{(y2 - y\min)^2}{xx^2} \quad \Rightarrow \quad xx^2 = \frac{(y2 - y\min)^2}{tg^2\alpha}; \qquad \textit{reemplazando}$$

$$d = (y2 - y\min)\sqrt{\frac{(y2 - y\min)^2}{(y2 - y\min)^2 . tg^2\alpha} + 1} \qquad \textit{operando finalmente}:$$

$$d = (y2 - y\min)\frac{\sqrt{1 + tg^2\alpha}}{tg\alpha} \tag{5.30}$$

A continuación se presenta un listado del núcleo del programa para trazar rayos:

```
% kernel del trazador de rayos
% ns: nro emisores; nr: nro de receptores; nh: nro de pixeles horizontales(=verticales)
H=zeros(ns*nr,nh*nh); %nro de rayos x nro de pixeles totales
for i=1:ns
   for j=1:nr % Para todos los ns*nr rayos
    k=(i-1)*ns+j;  % numerar los rayos
    % barre todos los ij rayos
       for n=1:nh % para cada rayo barre todos los nh x nh pixeles.-
          for m=1:nh
                p=(n-1)*nh+m; % numerar los pixeles
         % Dx: separacion entre líneas de transductores/nro de pixels horizontales
         % Dy: longitud vertical del dominio / nro de pixeles verticales.
                xmin=(m-1)*Dx;
                xmax=m*Dx;
                ymin=(n-1)*Dy;
                ymax=n*Dy;
                x=[xmin xmax];          % coordenadas de los extremos de cada pixel.
                y=[ymin ymax];
                tanai=(yrr(j)-yss(i))/ancho; %pendiente 'm' de los rayos
                % ancho: separación entre línea de emisores y receptores
                % yss(i) xss(i) coordenadas x,y del emisor 'i'
```

```
                % yrr(j) xrr(j) coordenadas x,y del receptor 'j'
            yy=tanai*x+yss(i);        % y=m.x+b
            yy=sort(yy);
            y1=yy(1);
            y2=yy(2);
            if((y1>ymax)|(y2<=ymin));
              d=0; % el rayo no corta al rectangulo
            else
              z=(y2-y1)-(y2-ymax)*.5*(1+sign(y2-ymax))-(ymin-y1)*.5*(1+sign(ymin-y1));
              if (z==0)&(tanai==0);          %calculo 'd'
                d=Dx;
              else
                d=abs(z*sqrt(1+tanai*tanai)/tanai);
              end
            end
            S(k,p)=d;          % S(rayo, pixel)=distancia en interior
        end
      end
    end
end
```

El esquema general sería:

>> Leer planilla de datos de campo con coordenadas de los emisores, receptores y tiempos de viaje de los rayos dentro del dominio.

>> Calcular número de emisores, receptores, rayos, separación entre los mismos y datos generales de la configuración.

>> Kernel trazador de rayos y determinar **Sr**

>> grabar **Sr**

>> Formar **micSr**; grabar archivo y graficar.

2) HACER_IPIXELMIC_MATRIX.m

Función: Construye matrices de contenido de información para ipixeles (**micSi**) (almacenados en archivos ASCII). Al ser uniforme, el sombreado gráfico será del mismo tipo.

Descripción: A partir del archivo generado por el trazador de rayos, considerando una alta densidad (por ejemplo 225x225 elementos regulares) se construye la matriz de contenido de información para ipixeles, **micSi** siguiendo los pasos siguientes:

>> Ltotal=sum(sum(Si)) **%** Primero se calcula la longitud total recorrida por todos los rayos en el dominio.

>> Lipixel=Ltotal/número total de ipixeles % Luego se calcula el cociente entre la longitud total y el número de ipixeles que representa la longitud atravesada en cada uno (que deberá ser idéntica o casi en todos ellos). Se irán acumulando pixeles regulares hasta que la suma de los rayos que los atraviesan sea igual (o casi) a 'Lipixel'. A continuación el criterio de acumulación.

>> Lbanda=Ltotal/nro de ipixeles en una dirección % Longitud de la banda. Se trabajó entre los criterios posibles, con *bandas,* obteniéndose la *longitud de los rayos en una*. Existirán tantas bandas (de anchos desiguales) como número de ipixeles en una dirección.

>> Se acumulan longitudes de rayos para pixeles hasta cubrir el ancho de la banda (Lbanda); luego se incrementan los pixeles en dirección normal siguiendo dentro de la misma hasta que las longitudes acumuladas sean iguales a Lipixel. Las coordenadas de los extremos corresponden a las de UN ipixel.

Se procede luego a cubrir el próximo elemento dentro de la misma banda hasta alcanzar el último; momento en que se deberá pasar a la banda contigua, hasta cubrir el total.

Desde luego existirán ipixels de mayor o menor tamaño dependiendo del contenido intrínseco de información de los pixeles que los constituyen (que no es uniforme).

En resúmen los pixeles conforman elementos del mismo tamaño y desigual información; mientras que los ipixeles poseen igual información en diferente tamaño.

3) S_IPIX.m

Función: Construye matrices **Si** para ipixeles. (almacenados en archivos ASCII)

Con los archivos generados con el programa anterior S_ipix genera matrices de distancias de viaje **Si** para aplicarlas en los programas de inversión.

Descripción: Se lista la secuencia lógica del algoritmo.

>> Leer matriz **micSi** (contiene las coordenadas de los ipixeles).

>> Ejecutar kernel trazador de rayos.

>> Utilizar las coordenadas para formar cada elemento rectangular. Se evalúa la intersección o no y en caso afirmativo la longitud del rayo recorrida en él. Se pasa luego al otro elemento hasta cubrir el total.

>> Se graba **Si**.

4) INVERSION_MATRICIAL.m

Función: Calcula la inversión por los cinco métodos, para dispositivos cross hole, para pixeles o ipixeles; tanto con condiciones iniciales o no. Representa gráficamente todos los resultados.

Descripción: Primero se generaron con el algoritmo 1 todos las matrices **Sr y micSr**, hasta la máxima densidad considerada en este estudio (7x7; 15x15; 21x21 y 225x225 pixeles).

Luego, utilizando la matriz **Sr225** se construyeron (programas 2 y 3) las correspondientes **micSi** y **Si** para las densidades mencionadas (excepto por supuesto 225x225).

Los archivos generados sirven de ingreso cuando se solicite, al programa 4, cuyos bloques de inversión se han listado al final de la descripción de cada método.

5.6 Resultados.

Se ejecutaron los cinco métodos de inversión descritos con la secuencia expuesta desarrollada en plataforma matlab y se presentaron los resultados en planillas matemáticas en la plataforma mathcad. En todos los casos se utilizó el Modelo A *teórico* desarrollado en el capítulo 4 con simulador (Anexo C). Algunos resultados se describen en Figuras 5.7 a 5.11. El análisis completo en PM 5.1 a 5.5

La Figura 5.7 (ver también PM 5.1, Anexo A) representa la inversión por el método de mínima longitud del vector solución (MLS). Se verificó que, sin información adicional *ia*, el mismo no converge utilizando *pr*, pero sí para *ip* (Figura 5.7 a-b). Fundamentalmente la resolución en parámetros iniciales es aceptable, definiendo con buena resolución la *Vbase* y dentro del margen posible *Vinc*. También se puede estimar las coordenadas *xinc* e *yinc* a partir de analizar la intersección de las estelas de sombra proyectadas por los rayos al atravesar la inclusión.

Cuando se dispone de *ia* (por ejemplo una estimación de la *V1=Vbase=Vinic*), aunque es posible lograr solución en ambos tipos de elementos, sin embargo la densidad de los mismos factibles de solución es mayor para *ip* que *pr* (Figura 5.7 c-d).

La Figura 5.8 (además PM 5.2, Anexo A) presenta los resultados para el método de mínimos cuadrados con reducción de incógnitas por el criterio de Ockham (LSSO). De igual forma que en el

caso anterior los resultados son positivos para *ip* y negativos para *pr* cuando se carece de datos previos a la inversión. Sin embargo converge aún con altas densidades de *ip* (Figura 5.8 b).

La Figura 5.9 (análisis completo en PM 5.3, Anexo A) muestra resultados del método de mínimos cuadrados amortiguados (DLSS), el cuál es más robusto que los dos anteriores. Esto permite arribar a soluciones tanto para *ip* como para *pr* sin *ia*, ajustando el factor η en forma adecuada (Figura 5.9 a-b). La diferencia entre los dos casos es que el método converge para una densidad mayor de elementos utilizando *ip* (sin *ia*).

Por otra parte con *ia*, el intervalo de error permitido en la estimación del dato inicial (i.e. *Vinic=V1*) es mayor para *ip* que para *pr*. Esto se aprecia estudiando la dispersión de los valores del vector solución, la cuál es mucho mayor en este caso. Los resultados convergen para cualquier valor de *Vinic* (excepto *Vinic=100 m/s*) para *ip*; no ocurriendo así para *pr*. El η óptimo se encuentra cerca del cambio de pendiente de la gráfica de error (Figura PM5.3.1 b, Anexo A) y resulta ser $\eta=0.07$.

La Figura 5.10 (y planilla PM5.4) contiene algunos resultados para el método mínimos cuadrados regularizados (RLSS) , también conocido como método de Tikhonov – Miller o Phillips-Twomey (Bui, 1994). Aquellos son prácticamente idénticos tanto para *ip* como *pr*; excepto que se observa que *el error entre los datos experimentales y los predichos es algo menor en ip*. Además la dispersión en los datos del vector solución es levemente superior para *ip* (ver PM5.4.1, Anexo A, para el análisis completo).

Finalmente la Figura 5.11 presenta las inversiones por el método de descomposición de valores singulares (SVD), que demostró ser muy sencillo y resolutivo. El método converge sin y con *ia* tanto para *pr* como para *ip*. La diferencia al igual que en los casos anteriores es que el margen de '*p*' para el cual el método funciona es mayor en *ip* que para *pr*. Además el error entre los datos experimentales y los calculados siempre es menor en el primer caso.

Para densidades mayores de elementos sucede lo mismo que en los casos anteriores, permitiendo lograr mejor resolución con *ip* que con *pr*. Por ejemplo para 15x15 sin *ia*, el método no converge para *pr* pero sí para *ip* (ver análisis completo en PM 5.5, Anexo A).

5.7 Conclusiones

El mal condicionamiento inherente a los modelos generados a partir de dispositivos cross hole puede ser disminuido utilizando la misma información en pixeles de diferente tamaño (*ip*) en lugar de diferente cantidad de información en pixeles iguales (*pr*) para conformar la matriz de distancias de viaje **S**. La mejora en la condición se acentúa cuando el número de elementos se incrementa.

Otra forma de expresar lo anterior es afirmar que se aprovecha mejor la información disponible cuando se trabajan con *ip*.

Respecto a los métodos de inversión estudiados se puede concluir:

- El utilizar *ip* en lugar de *pr* mejora sensiblemente el proceso de inversión, disminuyendo los errores entre los datos y los valores predichos, permitiendo la detección y modelado de anomalías. Esto se cumple con datos simulados (teóricos), es decir en ausencia de ruidos.

- El caso anterior se acentúa en caso de no contar con información adicional, donde en la mayoría de los casos con *pr* no se arriba a una solución, y de hallarse ésta es muy acotada (e.g. rango pequeño de variabilidad de λ o η en los métodos DLSS y RLSS respectivamente).

- La posibilidad, mencionada en el párrafo anterior, posee una ventaja adicional, ya que como primera medida es posible estimar los valores iniciales, que serán luego introducidos en una nueva etapa de ejecución de los algoritmos, para arribar a valores más precisos.

- En los casos con solución, tanto para *pr* como para *ip*, se puede lograr convergencia con densidad mayor de elementos para el último, lo cual mejora la resolución en las imágenes.

- Para los métodos RLSS y SVD, más robustos que los anteriores, se consiguen resultados positivos tanto para *ip* como *pr*; excepto que para los primeros los errores entre los vectores de datos y predichos son inferiores. Esto implicaría poder utilizar *ip* con mayor densidad de elementos (esto es una conclusión que no fué demostrada), tal como se verificó en los otros casos.

- El rango permitido de error en la estimación de *Vinic* es mayor para *ip* que para *pr*.

- El desarrollo de los algoritmos para *ip* es algo más complejo que para *pr*, pero se los realiza solo una vez.

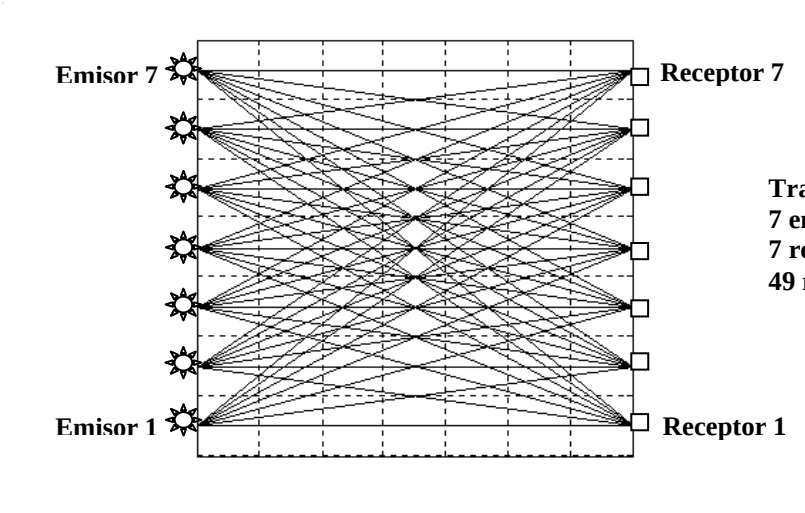
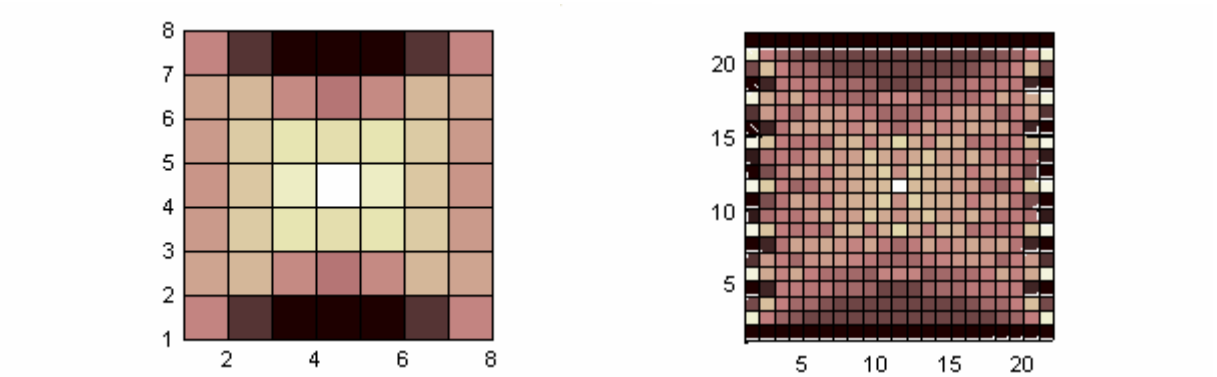
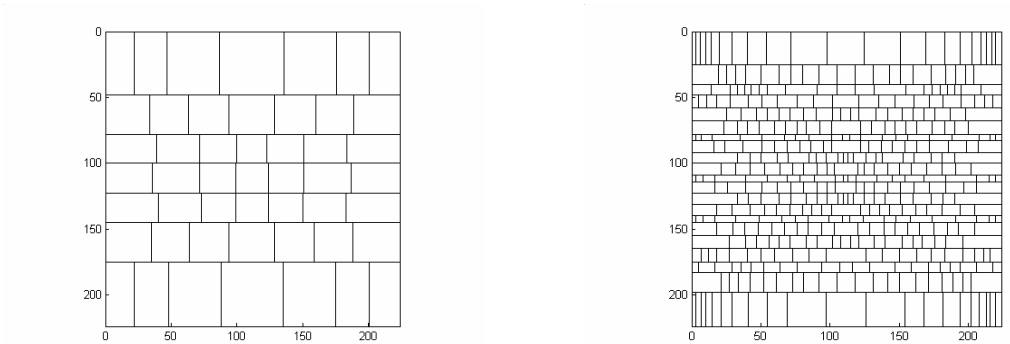


Figura 5.1: Rayos en un dominio rectangular. Discretización del mismo en 49 pixeles cuadrados. Configuración cross hole.



(a) (b)

Figura 5.2: Matrices de Contenido de información (micSr). (a) 7x7 pixels, (b) 21x21 pixels. Arreglo cross-hole.



(a) (b)

Figura 5.3: Matrices de Contenido de Información para ipixels. (a) 7x7 ip, (b) 21x21 'ip' (calculados a partir de una mic de densidad 225x225 'pr'.).

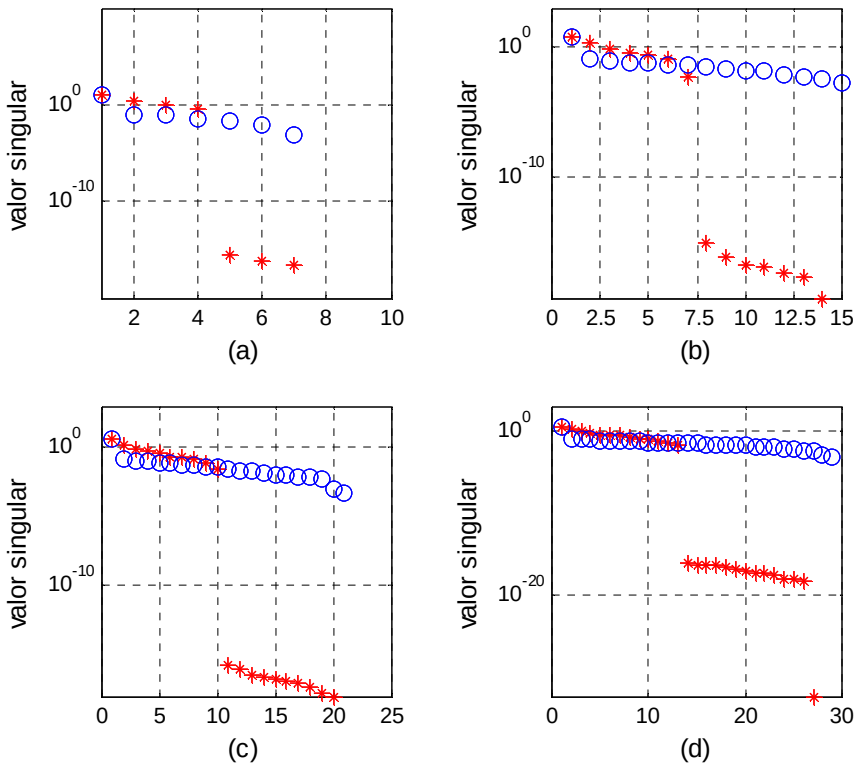


Figura 5.4: Valores singulares para matrices de contenido de información. (a) 7x7 pixels. (b) 15x15; (c) 21x21; (d) 29x29.
'*' pixels regulares (pr)
'o' irregulares (ip)

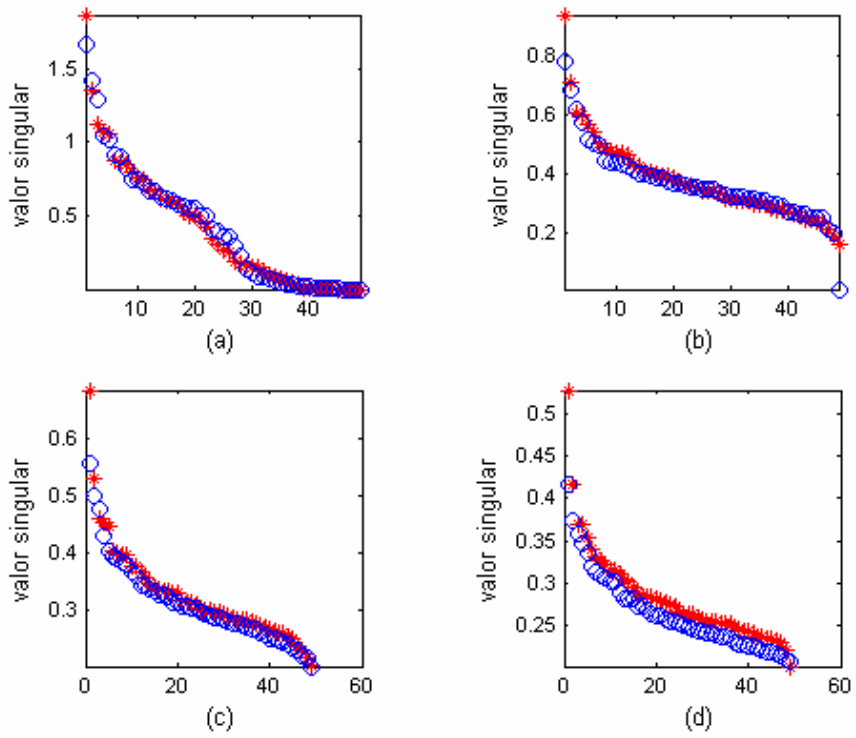


Figura 5.5: Valores singulares para matrices S de distancias de viaje. (a) 7x7 pr-ip. (b) 15x15; (c) 21x21; (d) 29x29.

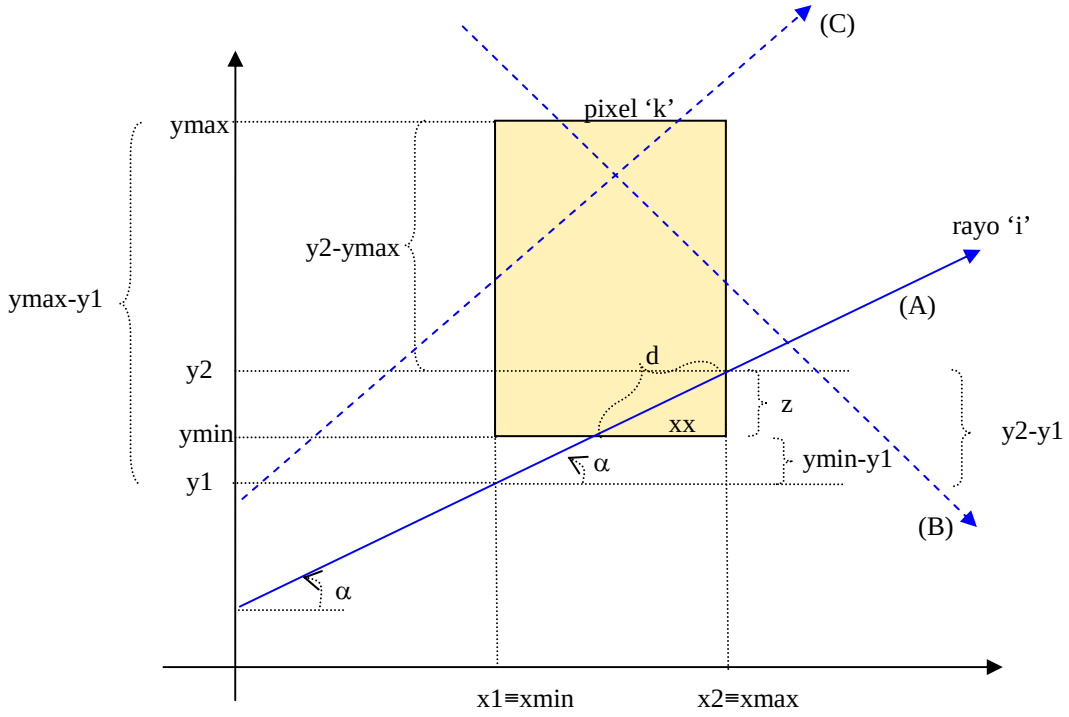


Figura 5.6. Intersección de i-ésimo rayo con el k-ésimo pixel. Distancia 'd' atravesada por el primero en el último. (x1,y1): abcisas de los extremos del pixel; (ymax,ymin): ordenadas extremas de cada pixel; (y2,y1): ordenadas de intersección entre el rayo y los lados (prolongaciones) verticales de cada elemento.

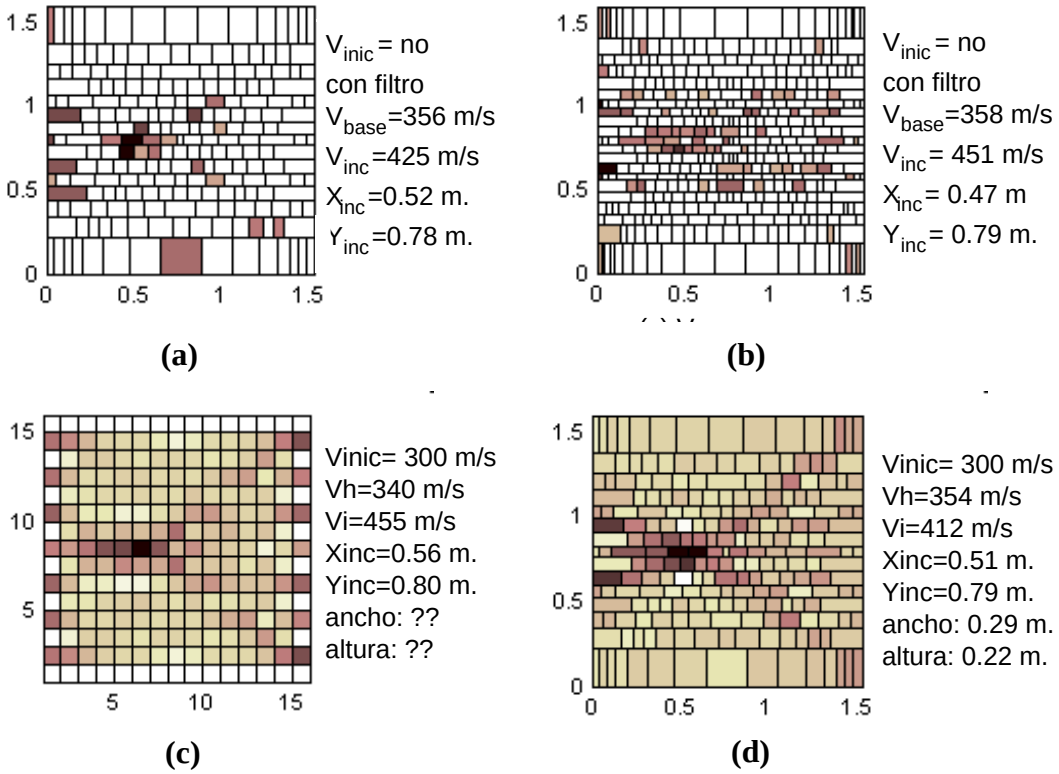
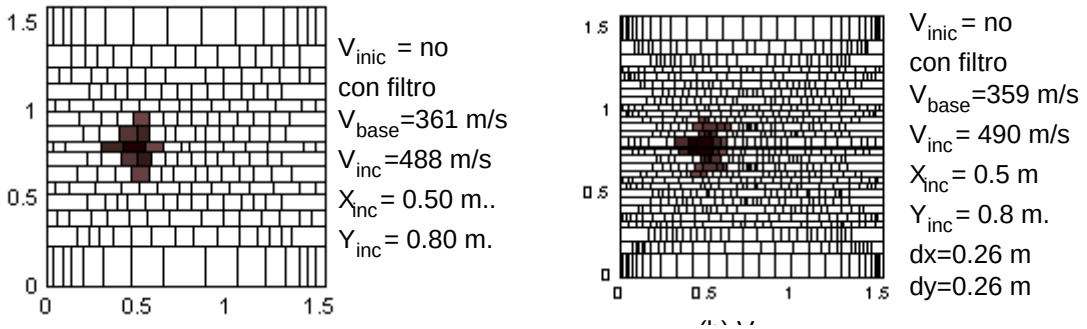
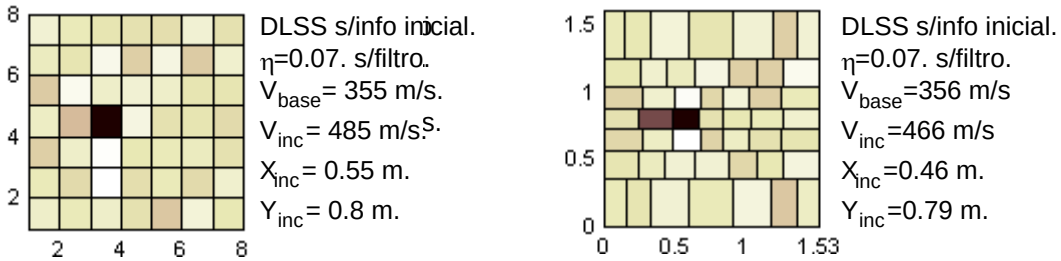


Figura 5.7. Inversión con MLS. (a) 15x15 *ip* c/filtro; (b) 21x21 *ip* c/filtro; (c) 15x15 pr s/filtro; (d) 15x15 ip s/filtro. Nota: a-b sin información previa; c-d: con. Aún en condiciones extremas MLS permite esbozar un resultado con *ip*. Nota: Con *pr* no se obtuvo solución sin Vinic. (Planilla Matemática 5.1, Anexo A)



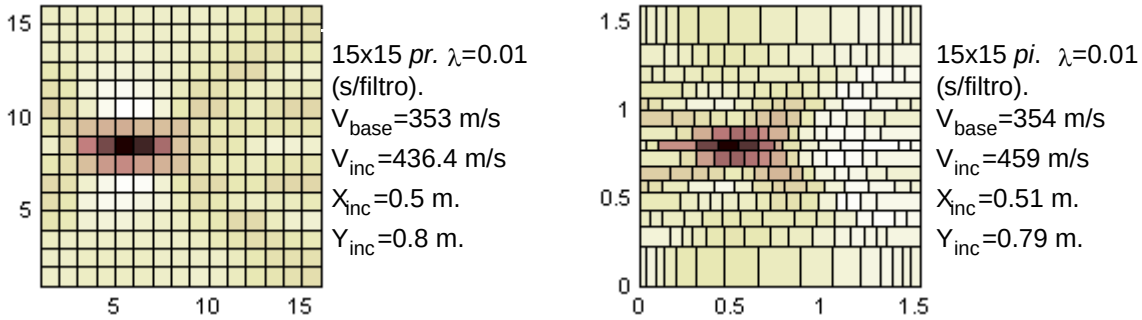
(a) **(b)**

Figura 5.8. Inversión por Mínimos Cuadrados con criterio de Ockham (LSSO), sin Vinic. (a) 15x15 *ip*; (b) 29x29 *ip*. Con *pr* no se obtuvo solución. (Planilla Matemática 5.2, Anexo A)



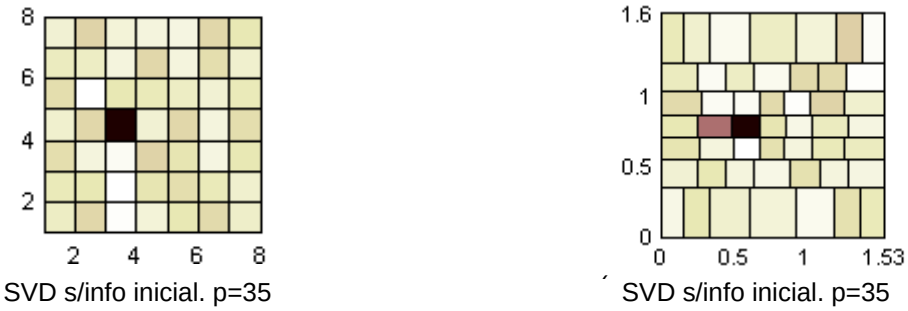
(a) **(b)**

Figura 5.9. Inversión por Mínimos Cuadrados Amortiguados (DLSS). (a) 7x7 *pr*; (b) 7x7 *ip*. Sin datos iniciales. (Planilla Matemática 5.3, Anexo A)



(a) **(b)**

Figura 5.10. Inversión por Mínimos Cuadrados Regularizados (RLSS). (a) 15x15 *pr*; (b) 15x15 *ip*. Sin datos iniciales. (Planilla Matemática 5.4, Anexo A)



(a) **(b)**

Figura 5.11. Inversión por SVD. Para *p*=35 el método funciona para los dos tipos de elementos. (a) 7x7 *pr*; (b) 7x7 *ip*. Sin datos iniciales. (Planilla Matemática 5.5, Anexo A)

Tabla 5.1. Número de Condición (κ) y rango de matrices 'mic'								
densidad	**7**		**15**		**21**		**29**	
i=irreg r=regulares	**r**	**i**	**r**	**i**	**r**	**i**	**r**	**i**
κ	4.5e17	1.6e4	∞	3.5e3	∞	7.5e3	∞	5.0e3
rango	4	7	7	15	10	21	13	29

Tabla 5.2. Número de Condición (κ) y rango de matrices S								
densidad	**7**		**15**		**21**		**29**	
i=irreg r=regulares	**r**	**i**	**r**	**i**	**r**	**i**	**r**	**i**
κ	1.3e17	2e20	6	89	3.3	2.7	2.6	2
rango	44	45	49	49	49	49	49	49

CAPITULO 6

DETECCIÓN Y MODELADO DE INCLUSIONES EN ARENA.

6.1 Introducción

El capítulo 1 presentó los fundamentos teóricos de todo el proyecto. Además se establecieron condiciones a fin de evitar errores de medición en experimentos posteriores.

El capítulo 2 llevó a conocer cómo funcionan los PZT y diseñar, desarrollar e implementar el sistema de medición de datos.

El capítulo 3 permitió determinar el comportamiento de materiales sometidos a ondas sísmicas y conocer algunos parámetros importantes como la longitud de onda típica y velocidad media de propagación, importantes para el diseño del sistema tomográfico.

En los capítulos 4 y 5 se desarrollaron los métodos de inversión que serán aplicados para resolver los problemas de laboratorio reales que se estudiarán en el capítulo 6. En el mismo se integrarán todos los conocimientos y experiencias adquiridas en los capítulos previos para resolver un caso real, aunque a escala y con el grado de resolución propio de laboratorio.

6.2 Resolución del Método.

En este trabajo se utiliza la hipótesis del rayo recto para cálculos de inversión. Esta aproximación introduce un error en el modelo (matriz **S**, capítulo 5). Esta consideración funciona muy bien mientras que:

a) Los contrastes entre las velocidades de la anomalía (V_{inc}) y del medio base (V_{base}) no sean exageradas. Santamarina (1998) menciona que la asunción del rayo recto provoca que las anomalías de baja velocidad sean modeladas de tamaño inferior al real y viceversa, las de alta velocidad son modeladas de mayor tamaño, acentuándose este fenómeno cuando el contraste entre V_{base} y V_{inc} se incrementa.

b) La longitud de onda de propagación no sea en tamaño del orden de la inclusión buscada, debido a que en este caso se produce difracción, que produce “curvamiento” de los rayos sísmicos alrededor de la anomalía. Potts & Santamarina (1993) estudiaron este fenómeno (conocido como efecto

Wielandt) llegando a la conclusión de que, por ejemplo, en las anomalías de baja velocidad los frentes de ondas se reconstruyen como máximo a una distancia de 2λ detrás de la inclusión, disimulando por ende la misma e imposibilitando su detección (eng. *diffraction healing*, Capítulo 1). En estos casos no se puede aplicar la teoría del rayo y se debe apelar a soluciones completas de la ecuación de onda (diferencias o elementos finitos), y el tipo de tomografía pasa a ser tomografía por difracción (eng. *diffraction tomography*).

Fernández (2000) desarrolló una metodología para cuantificar la influencia de la dimensión relativa de la inclusión respecto a la separación emisor-receptor H, en la situación límite en que el tamaño de la aquélla es del orden de λ.

El croquis de Figura 6.1.a representa una anomalía circular situada a media distancia entre emisor–receptor de tamaño $R=\lambda/2$ y reproduce dos situaciones; un rayo recto (sin anomalía) y otro que la contornea (con anomalía, efecto difracción). La diferencia en distancias de viaje entre ambas se define como β.

Entonces, para que entre los dos rayos exista una diferencia sustantiva, mayor que el error de medición, (que por linealidad implica idéntica diferencia en tiempos), el factor β deberá ser lo mayor posible, a partir de ese umbral. Por ende, tener diferencias de tiempos mínimas entre ambos implicará la indetectabilidad de la inclusión.

Considerando una λ=0.04 m (típica para los ensayos que se harán luego, ver además *sección 6.3*); la relación entre el radio de una anomalía circular $R=\lambda/2=0.02m$ ubicada en el centro del dispositivo cross-hole (Figura 6.1.a) y H: $\rho=R/H$ = 0.02m/0.3m=0.066.

Siempre de acuerdo al mismo autor, la diferencia de distancias recorridas por los rayos será de un 4% mayor (por ello igual diferencia en tiempos de arribos). La Figura 6.1.b presenta el resultado.

6.3 Separación entre transductores.

La separación óptima entre PZT tiene en cuenta la elipse de Fresnel y es alrededor de $\lambda/2$ (Santamarina & Fratta, 1998) como mínimo. La expresión para la velocidad de propagación en medios homogéneos (*sección 1.2.6*) es:

$$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \qquad (6.1)$$

La frecuencia típica de las ondas en las muestras de suelo consideradas están dentro del rango de *f*=5 kHz; mientras que la velocidad de propagación de las ondas *V* se encuentra en el intervalo 150-250 m/s; por lo que reemplazando en la ecuación 6.1 se obtendrá, despejando λ:

$$\lambda = \frac{V}{f} = \frac{200 m/s}{50001/s} = 0.04\, m$$

Es decir que la separación mínima entre PZT deberá ser 2 cm. a fin de no repetir mediciones, evitar el paralelismo de algunos rayos y con ello disminuir el mal condicionamiento de las matrices **S**.

6.4 Diseño del Sistema Tomográfico para Ondas P.

Los PZT son usados como emisores y receptores (Capítulo 3). El criterio para el diseño del dispositivo está basado en diversos autores, entre los que se destacan Santamarina & Fratta (1998); Fernández & Santamarina (2003) y Jong Sub-Lee (2003).

Los transductores se montaron en marco rígido rectangular (Figura 6.2). El hecho de instalar los sensores de esta forma posee la ventaja de permitir minimizar los errores en las posiciones relativas de aquéllos.

6.4.1 Dispositivo cross-hole.

La Figura 6.2 a-b presenta un esquema general de la instalación de los PZT. Se trabajó en un dominio rectangular. La separación entre líneas de transductores de 0.3 m, y entre los mismos 0.07m.

Los PZT se montaron en un marco rectangular de madera blanda según el esquema de Figura 6.2.a. El conjunto marco-sensores se introdujo en un recipiente metálico de forma cilíndrica de 0.6m. de diámetro y 0.9m. de altura que se llenó luego con el material base (Figura 6.2.b).

6.4.2 Ondas Transmitidas por el Marco y el Contenedor

Para no cometer errores en las determinaciones de los primeros arribos es imprescindible eliminar todas aquellas ondas que no sean las directas buscadas, asegurando que las mismas, bien sean atenuadas en el trayecto o lleguen con un retardo de tiempo suficiente como para no interferir con la directa.

En el capítulo 1 (*sección 1.5*) se analizaron los distintos tipos de ondas que arriban a los receptores: directas, refractadas (paredes del contenedor), reflejadas y transmitidas por el marco.

Respecto a las ondas reflejadas por las paredes, no constituyen un problema para la detección de los primeros arribos, debido a que siempre las distancias de viaje son mayores. Tampoco la transmisión de ondas a lo largo de las paredes se tuvo en cuenta debido a que en este caso ni los emisores ni receptores se encuentran adosados a las mismas.

Ondas Directas.

Las ondas directas para PZT enfrentados arriban en un tiempo mínimo:

$$td = \frac{H}{V1} \qquad (6.2)$$

donde *V1* es la velocidad del medio base a presión atmosférica *V1≈200 m/s* (capítulo 3) y *H* la separación entre emisores y receptores. Luego, el tiempo *td* mínimo entre un par *E-R* enfrentado será calculado considerando *H=0.3m ; V1=200 m/s*, reemplazando en ec.(6.2)

td=1.5e-3 seg.

Para evitar interferencias entre refracciones y directas, se considerará que el *trfr* sea por lo menos un 50% mayor que *td*; es decir:

$$\text{trfr} \approx 1.5*\text{td} \approx 2.25\text{e-3seg.} \qquad (6.3)$$

Ondas Refractadas:

La expresión para las ondas refractadas es (ecuación 1.37):

$$trfr = \frac{H}{V2} + \frac{2ri}{V1}\cos(ic) \qquad (6.4)$$

Donde *V2* es la velocidad por las paredes del contenedor (*V2≈5000 m/s)* y *ri* la distancia entre el fondo del mismo (o del borde superior del material base, según corresponda) y el par *E-R* más cercano (Figura 6.2.b). Además *sen(ic)=V1/V2*, de donde se deriva *cos(ic)*.

a) Refracciones en el fondo del contenedor (orfr1, Figura 6.2).

Despejando *ri* de la ecuación (6.4):

$$ri = \frac{V1}{2\cos ic}\left(trfr - \frac{H}{V2}\right) \qquad (6.5)$$

reemplazando valores (considerando *cos(ic)≈1*):

$$r1 = 100m/s \cdot \left(2.25x10^{-3}seg - \frac{0.3m}{5000m/s}\right) = 0.22m$$

En síntesis, con separación emisor-receptor de 0.3m en un material con velocidad 200 m/s e inserto en un contenedor metálico; el fondo del mismo debe estar separado de la línea más cercana de emisores y receptores una distancia mínima de 22cm. para que el tiempo de la onda refractada sea por lo menos 50% mayor que la directa.

b) Refracciones en el borde superior del contenedor (orfr2, Figura 6.2.b).

Un análisis similar debe llevarse en el mismo, ya que al ser la velocidad del aire (V_{aire}*≈343 m/s*) mayor que la del material base, se producirá también refracción total.

Reemplazando en la ecuación (6.5) *V2=343 m/s*; la distancia mínima entre el borde superior y la línea de transductores más cercana deberá ser:

$$r2 = 0.17m$$

c) Ondas Transmitidas por el marco (om1 y om2, Figura 6.2.b):

Este es un problema que debe ser tenido muy en cuenta porque enmascara las llegadas deformando todas las señales.

La *om2* es relativamente sencilla de evitar, colocando o-rings entre la línea de emisores/receptores y las estructuras que hacen de base y techo del sistema; con lo que las ondas se atenúan por desacople.

Más difícil de detectar son las *om1* que se transmiten parcialmente por el suelo y el resto por el marco que contiene los transductores. Para evitarlas se recubrió cada transductor con una capa delgada de caucho de baja densidad antes de insertarlo en el marco.

6.5 Montaje del Ensayo y Adquisición de Datos

6.5.1 Montaje del Sistema de Transductores.

Se fabricaron un total de catorce transductores piezoeléctricos de acuerdo al esquema descrito en Capítulo 2. Para evitar el efecto de cross-talk se recubrieron con pintura conductiva los siete receptores, ya que no resulta necesario hacerlo con los dos (Jong Sub-Lee, 2003). Una vez construido el marco se procedió a instalarlos luego de recubrirlos, según se mencionó, con una banda de caucho de baja densidad a fin de evitar transmisiones indeseadas entre ellos (por ejemplo que arriben juntas las ondas *E1R2* y *E1R1-R2*).

Se procedió a aislar el fondo del contenedor del medio base con poliuretano expandido de baja densidad, a fin de reducir la distancia mínima marco-fondo y evitar refracciones.

En la parte superior del contenedor se mantuvo una distancia de 20 cm. entre los sensores superiores y la interfase arena-aire. La Figura 6.3 representa el detalle fotográfico del montaje de los transductores.

Finalmente se introdujo el marco con los sensores en el contenedor y se recubrió con arena clasificada extraída del sector de estudio (sección 1.1.2). La Tabla 6.1 muestra un resumen de las características observadas y la Figura 6.4 presenta la curva de distribución granulométrica de la muestra utilizada para los ensayos, donde se aprecia el pequeño tamaño de los mismos: el 84.2% del material con tamaño de partículas en el rango 0.71mm (#25 ASTM) – 0.074mm (#200ASTM) y el resto menor. Además, un 95.6% pasa el tamiz #50, por lo tanto se clasifica como SC, arena arcillosa (ver Figura 1.2). La Tabla 1.1 detalla características adicionales (Muestra 5).-

6.5.2 Montaje de Sistema Electrónico de Adquisición.

La Figura 6.5.a representa esquemáticamente el montaje del instrumental electrónico. La Figura 6.5.b la reproducción fotográfica del mismo.

Las señales de emisión se generaron con un pulser fabricado expresamente para los ensayos y que genera pulsos de hasta 400V de amplitud con un ancho de 10 μs, aplicados directamente sobre los transductores. La separación en tiempo entre pulsos sucesivos fue de 10 ms. Desde el emisor se conectó al DSO para referencia de tiempo cero (trigger).

La parte receptora consistió en un amplificador de bajo ruido de dos canales con filtros pasa-altos de 100Hz a la entrada, con ganancias regulables aproximadamente entre los 40 (1000 veces) y 80 dB (10000 veces).

Se conectó el sistema a un osciloscopio digital (DSO) marca Tektronix TDS 210 (Capítulo 2) de 60 MHz con interfase RS232 para almacenamiento de datos a PC.

Para inicializar el DSO (*setup*) se desarrolló un software en código QuickBASIC (*Ini_DSO.BAS*, Anexo D) que permite fijar los parámetros deseados en el mismo, tales como: trigger, ganancias de los canales, base de tiempo, tiempo de registro, tipo de adquisición, número de señales apiladas (*stacking*), escalas, etc. El código fuente de éste, así como del siguiente programa utiliza las instrucciones de control propias del DSO.

6.5.3 Metodología de Trabajo en Laboratorio.

Luego de la inicialización del DSO; de la conexión del PZT emisor *E1* al pulser y conectados los dos primeros receptores *R1* y *R2* a los respectivos amplificadores; se inició la emisión con frecuencia de repetición de pulsos de 100 Hz, regulándose las ganancias (generalmente en 80 dB) y se observaron las señales en la pantalla del DSO.

A fin de aumentar la relación señal ruido se efectuó apilamiento de señales con el DSO. Como el número máximo de stacks que posee el instrumento es 128, se incrementó el mismo con la ayuda del software *Adq_DSO.BAS* (Anexo D) desarrollado además para transferir y resguardar las señales a una PC. El programa requiere como uno de sus datos el ingreso del número de apilados para cada par de señales, como un múltiplo del fijado por el DSO (128). Con ello se pudo sumar en ocasiones hasta 1024 señales, permitiendo con ello optimizar la adquisición.

Luego de terminado el proceso se conectaron los dos receptores siguientes *R3* y *R4*, repitiendo la operación. De igual forma con los restantes canales, tanto de recepción como emisión sucesivos.

Al finalizar la adquisición *sin anomalía*, se quitó parte del material base y se colocó la inclusión, consistente en una esfera de poliuretano expandido de baja densidad (*Vp=872 m/s*) y diámetro ϕ_{inc}=0.10m. en lugar pre-establecido (Figura 6.6). Se cubrió repitiéndose el ensayo.

6.5.4 Preparación de los Datos.

Cada señal (2500 valores) se grabó en forma secuencial en archivo ASCII, quedando preparados para procesamiento con software Mathcad; MatLAB y/o Planilla de Cálculo.

La primera columna de los archivos contienen los datos de tiempo (2500 filas). La segunda el disparo (tiempo cero). A partir de la tercera y hasta la 51 los 49 registros (amplitudes en Volts).

Este archivo sirvió de ingreso a las planillas matemáticas PM6.1 y PM6.2 (Anexo A).

Con la PM6.1 se detectaron los primeros arribos de las 49 señales. Estos datos [seg.], junto con la configuración geométrica en las primeras 4 columnas [m.]; se trasladaron a planilla de cálculo, exportándose luego a ASCII La Tabla 6.2 representa la estructura de estos archivos, similar a las utilizadas en capítulos 4 y 5. Los mismos se utilizan en la PM6.3 para pre-procesado de los tiempos de primeros arribos.

6.6 Pre-Procesamiento de los Datos.

Antes de proceder a la inversión es importante analizar los datos obtenidos para determinar:

- Nivel de ruido (eng.: *noise level*)
- Errores sistemáticos (eng.: *systematic errors*). Por ejemplo de retardo en disparo.
- Errores accidentales (eng.: *outliers*). Por ejemplo en la lectura de los primeros arribos.
- Tendencias en los valores de velocidad de propagación en el medio base, que permiten avizorar presencia de anomalías, características tales como heterogeneidad, anisotropía, etc.

Como primera medida y teniendo los datos de primeros arribos del sistema inserto en el material base *sin* y *con* anomalía, se representaron gráficamente los mismos (Figura 6.7) a fin de

compararlos y descubrir tendencias, las que se presentan al notar la disminución de los tiempos para diversos rayos. Esto indicaría por ende un aumento en las velocidades promedio (inclusión de mayor velocidad).

Por otra parte la PM6.3 permite llevar a cabo el pre-procesamiento para los ensayos sin y con anomalía. Los resultados se presentan en Figura 6.8 y 6.9.

La Figura 6.8.a representa los tiempos de arribo y velocidades promedio, respectivamente, calculadas para el caso sin anomalía ($Vel_{prom} = distancia_{EiRi}/t_{EiRi}$). Permite analizar cómo varían los tiempos y velocidades en función de la profundidad y longitud *l* de los rayos. Por ejemplo observando lo que sucede para *l=0.3m* se observa que los tiempos se incrementan, desde el mínimo para el par *E1R1* hasta el valor máximo *E7R7, indicando por ende presencia de heterogeneidad y/o anisotropía vertical*. El efecto se mantiene para las otras longitudes.

En la Figura 6.8.b se aprecia el aumento en la dispersión de los datos, indicando su alteración provocada por la inclusión presente en el medio.

La Figura 6.9.a representa otra forma de ver el fenómeno para el caso sin anomalía. Las velocidades promedio para todas las combinaciones emisor–receptor y el sinograma correspondiente (derecha) marcan nítidamente la tendencia creciente de las velocidades en profundidad, variando desde aproximadamente 170 m/s (superficie-*E7-R7*) hasta unos 205 m/s (fondo, *E1-R1*).

Por último la Figura 6.9.b muestra a la inclusión de alta velocidad inserta en las coordenadas descritas. Puede verse en todos los casos el incremento de velocidades promedio para los rayos correspondientes y aproximadamente en las coordenadas donde se localiza la misma.

A priori se infiere que la presencia de heterogeneidad y/o anisotropía dificultará el proceso de inversión con los algoritmos desarrollados en los capítulos previos, pues allí se trabajó con la hipótesis del rayo recto. La falta de uniformidad en las velocidades promedio se debe a que los tiempos para distancias iguales pero a profundidades disímiles son diferentes, lo que para la teoría de inversión se trata de *error en el modelo*, aunque los mismos se presenten en los datos.

Análisis de Heterogeneidad - Anisotropía.

Para mejorar la inversión se debe lograr un modelo físico que ajuste con mayor precisión los datos.

A fin de analizar el comportamiento del material base se desarrolló la planilla matemática PM 6.4 (Anexo A) basada en Santamarina & Cascante (1996); Santamarina & Cesare (1994); Santamarina & Fratta (1998); Tallin & Santamarina (1992) y en el desarrollo de Anexo B. Los resultados en Figura 6.10 demuestran que los tiempos de arribo calculados considerando suelo heterogéneo (rayo curvo) ajustan mejor que aquéllos calculados según hipótesis de rayo recto (homogéneo).

En definitiva los tiempos calculados que mejor ajustan con los medidos corresponden a medio heterogéneo vertical e isótropo, según la ley:

$$Vv = 170\left[\frac{m}{s}\right] + 106.\left[\frac{1}{s}\right] * z[m] \qquad b = 106\left[\frac{1}{s}\right] = heterogeneidad \qquad (6.6)$$
$$Vv = Vh \qquad (isótropo)$$

Aunque los cálculos del medio indican isotropía, no obstante el cambio vertical de velocidad es producido también por aumento progresivo en los esfuerzos verticales, producto del peso de las capas suprayacentes, que produce mayor compactación a medida que aumenta la profundidad; *lo que constituye un fenómeno de anisotropía*.

Una vez lograda la ley de velocidad que permite ajustar los tiempos de arribo según el nuevo medio teórico determinado, se puede proceder de dos formas diferentes a fin de mejorar la convergencia a una solución:

Considerar rayo curvo como propagación, emplear un programa trazador de rayos curvos y fabricar la matriz **S** de distancias, intersecando la trayectoria hiperbólica con cada pixel o ipixel (en caso de inversión matricial). En el caso paramétrico simplemente se trabaja con aproximaciones sucesivas (*error-driven process*).

"Estirar" las distancias horizontales emisor-receptor de tal forma de transformar el medio heterogéneo en homogéneo. Con esto la geometría deja de ser paralela, convirtiéndose en un sistema genérico. Entonces se procede como si fuera un medio homogéneo e isótropo. Luego de lograda la inversión se retorna a la geometría anterior.

El llevar a cabo una inversión de datos con anomalía y considerando curvatura del rayo excede los objetivos de este trabajo.

Espectros de Frecuencia

Las Figuras 6.11 y 6.12 representan las densidades espectrales para todos los registros obtenidos, tanto para el caso *SIN* anomalía (Figura 6.11) como *CON* anomalía (Figura 6.12). Además se indican las variaciones en las densidades máximas para cada par emisor receptor.

Se observa que los máximos de frecuencia se desplazan un poco hacia la izquierda a medida que aumenta la distancia *E-R*; desde unos 4500Hz hasta 1500 Hz. aproximadamente. Además las amplitudes de las señales recibidas tienden a disminuir; excepto por *R3*, que registra valores mayores.

Por último la presencia de la inclusión no altera prácticamente los espectrogramas.

6.7 Inversión de Datos.

A continuación se utilizarán las rutinas de inversión desarrolladas en los capítulos 4 y 5; partiendo de la base que los datos serán ruidosos por lo expuesto en los párrafos anteriores; se probará la estabilidad de los mismos y se extraerán conclusiones sobre el funcionamiento de cada uno de ellos.

6.7.1 ART - SIRT - MART - FUZZY LOGIC

La Figura 6.13 a-d reproduce los resultados de las inversiones para los datos experimentales obtenidos.

En general la convergencia de los algoritmos a resultados confiables no resultó eficiente, aún en caso de ingresar estimaciones iniciales de velocidad muy cercanas a la realidad. Por una parte no se logró solución con MART. Por otra solo SIRT (Figura 6.13.b) demostró arribar a resultados coherentes en cuanto a la localización de la inclusión y contraste de velocidades. Además la velocidad inicial en este caso no necesitó ser muy precisa.

Por último la Lógica difusa, más considerado como una técnica de pre-proceso que método de inversión en sí (Santamarina & Fratta, 2005) permitió visualizar la anomalía (Figura 6.13.d) pero por la limitación del método, no calcular la velocidad de la inclusión.

6.7.2 Método de Inversión Variacional

El método desarrollado en este trabajo demostró funcionar bien para invertir datos reales en casos de presencia de ruidos de regular envergadura en los mismos.

La precisión en la dirección del eje *x* es elevada, no así según el eje *y*. Compárese con la ubicación y dimensiones reales de la anomalía (Figura 6.5). En eje *x* el radio calculado (semieje *b=0.048m*) es casi exacto además de la coordenada *xc=0.15 m*. Sin embargo en dirección *y* se comete error por defecto en el cálculo de la coordenada *yc=0.17m*, y por exceso en la determinación del radio de la inclusión circular (*a=0.12m*.). Esto se debe, según fue demostrado por Santamarina & Reed (1994) a la falta de cobertura espacial de emisores y receptores, propia del arreglo cross-hole. La resolución en la ubicación de la anomalía es mayor en la dirección horizontal que la vertical. Esto estaría causado por la presencia de heterogeneidad vertical. Por ende se puede concluir que la resolución del método desarrollado, excelente en caso de datos sin ruidos (aún en arreglo cross hole, capítulo 4) continúa siendo aceptable en presencia de ruidos en los datos.

Por último, se comete un error por exceso, según se comentó, debido a la inserción de una inclusión de mayor velocidad que la del medio base.

6.7.3 Métodos Matriciales

Los métodos matriciales presentan mayores dificultades para lograr inversiones confiables en presencia de datos ruidosos. Esto resulta razonable porque se sabe que los métodos iterativos y de aproximaciones sucesivas, aunque demandan un costo computacional mayor; no obstante posibilitan mejores ajustes.

Se probaron todos los métodos del capítulo 5. La Figura 6.14 presenta un sumario de los resultados obtenidos.

En ningún caso se consiguió ni aún visualizar la ubicación espacial de la anomalía en el medio mediante el uso de ipixeles, lo cual parece indicar que los mismos presentan una *mayor sensibilidad a la presencia de ruidos en los datos*.

En el caso de pixeles regulares, solo se obtuvieron visos de la ubicación de la inclusión, excepto en RLSS. No obstante los valores de velocidades (particularmente de la anomalía) se mantuvieron muy alejados de los reales. Tampoco se pudo estimar en ningún caso el tamaño de la inclusión por ninguno de los métodos.

6.8 Conclusiones

Se diseñó y construyó un sistema completo de adquisición de datos a pequeña escala para tomografía sísmica en cross hole. Las mediciones presentan errores de lectura bajos con respecto al tiempo de arribo, lo que permite la inversión tomográfica de los datos con reducida magnificación de errores.

Se demostró que el pre-procesamiento de los datos es un paso de fundamental importancia en el proceso de inversión. El mismo permitió:

- Descubrir errores en la medición de los tiempos de arribo y en la geometría.
- Reconocer si las ondas registradas corresponden a señales no afectadas de interferencias por reflexiones, refracciones y otras (especialmente para este tipo de tomografía, las primeras llegadas).
- Conocer la cobertura espacial de los rayos, así como algunas características del material base (por ejemplo velocidades promedio y espectros de frecuencia).
- Reconocer zonas anómalas de velocidad que permitieron detectar anomalías de baja o alta velocidad.
- Detectar la presencia de heterogeneidad en el material base: el peso de las capas suprayacentes produce un aumento en la densidad del material, lo que provoca un aumento de la velocidad de propagación con la profundidad. Esto genera refracción y por ende causa la curvatura de los rayos de acuerdo con la ley de Snell.
- Evaluar la anisotropía inherente en los materiales granulares provocada por el estado k_o en el estado de esfuerzos efectivos. La anisotropía en si misma no produce curvatura de los rayos; pero la misma magnifica la curvatura en el caso de heterogeneidad vertical.

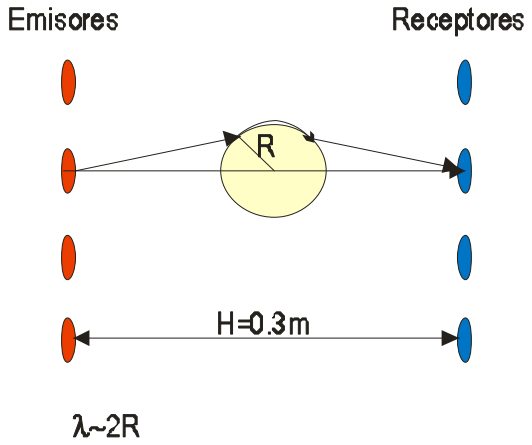
Se demostró que los piezocristales PZT, frecuentemente usados en electrónica de consumo masivo, son excelentes transductores para la generación y detección de ondas en estudios de laboratorio. Estos transductores se pueden excitar con muy altos campos eléctricos sin romperlos (>400V/mm) cuando la duración del pulso de excitación es suficientemente angosto.

Los resultados experimentales en este capitulo corroboran la amplia directividad de los PZT (determinada en el Capítulo 2), lo que facilita las mediciones tomográficas.

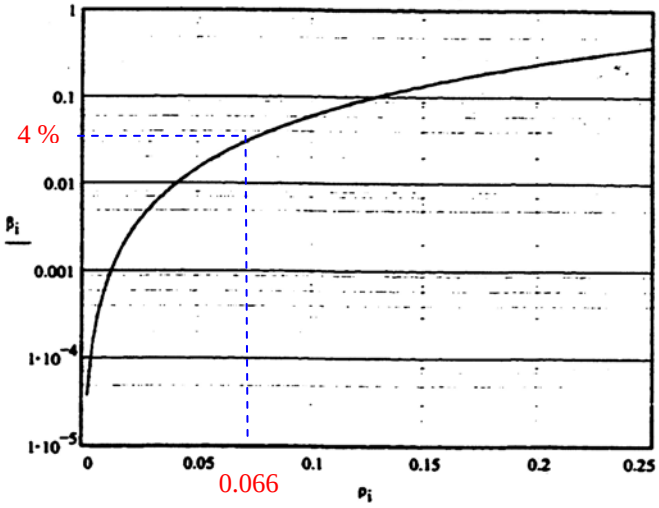
Las anomalías de alta velocidad producen señales de baja amplitud, por lo que hay que prestar particular cuidado en reconocer los primeros arribos.

Los métodos iterativos y basados en aproximaciones sucesivas (tales como el de inversión variacional – Capitulo 4) son más robustos para detectar anomalías aún en presencia de errores de medición y de modelo (e.g., asumir linealidad cuando no se cumple la misma). Estos métodos insumen mayor gasto computacional.

La inversión de datos medidos en el contorno del dominio cross-hole utilizando ipixeles permite modelar anomalías en forma más precisa (Capitulo 5). Esos resultados estuvieron basados en la teoría del rayo recto. Sin embargo, el pre-procesamiento de datos en este capitulo demostró que *el modelo que mejor ajusta con los datos experimentales es el de rayo curvo* debido a la heterogeneidad y la anisotropía del medio. Errores de modelos se magnifican durante la inversión, incluyendo la inversión en base a ipixeles o pixeles.



(a)



(b)

Figura 6.1 (a) Anomalía circular de radio λ/2 en sistema de cross-hole y rayos que la atraviesan (difracción y rayo recto). (b) Curva de predicción de valores de β (según Fernández, 2000)

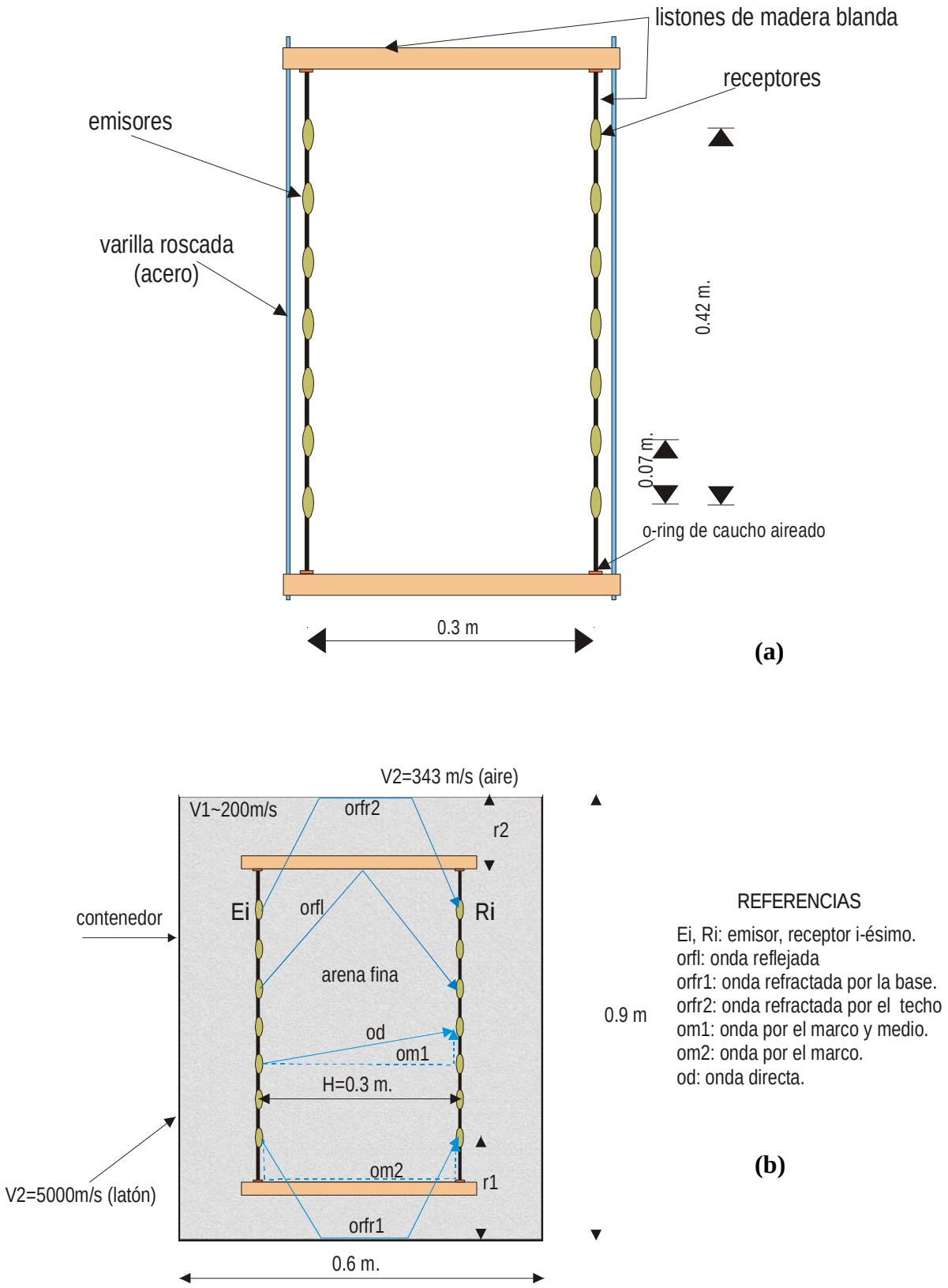


Figura 6.2 Sistema Tomográfico cross-hole. (a) Marco con transductores. (b) Conjunto dentro del contenedor con el material base.

(a)

(b)

Figura 6.3 (a) Marco con transductores y cables. (b) Marco dentro del contenedor.

Tabla 6.1. Características del Material Base.

MINERALES	COLOR	CARACTERÍSTICA
cuarzo	blanco a blanco cremoso y transparentes	mayor parte de la muestra
feldespato potásico	marrón con rosado	menor proporción
rocas metamórficas (clastos)	verdoso a gris claro	
sedimentitas c/cemento calcáreo	marrón claro - gris	reacción al HCL
moscovita	marrón claro	
biotita	marrón oscuro a negro	
calizas	gris	
materia orgánica	marrón claro	restos vegetales y caparazones

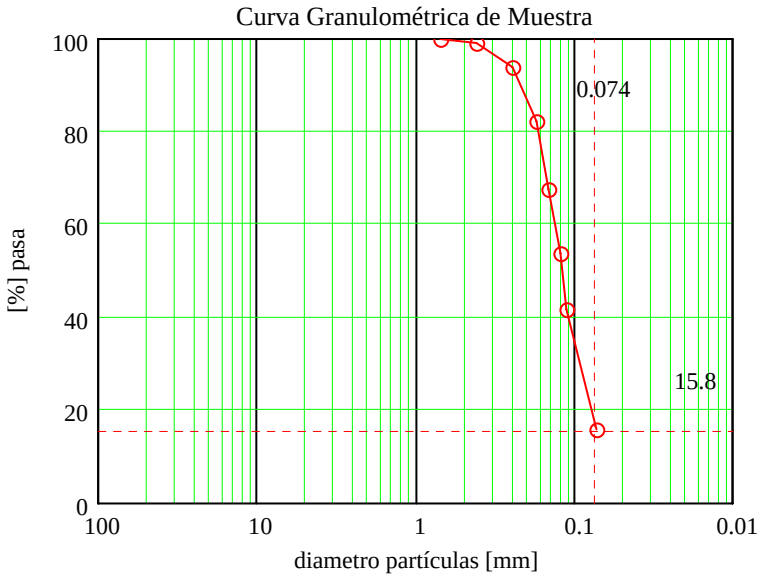
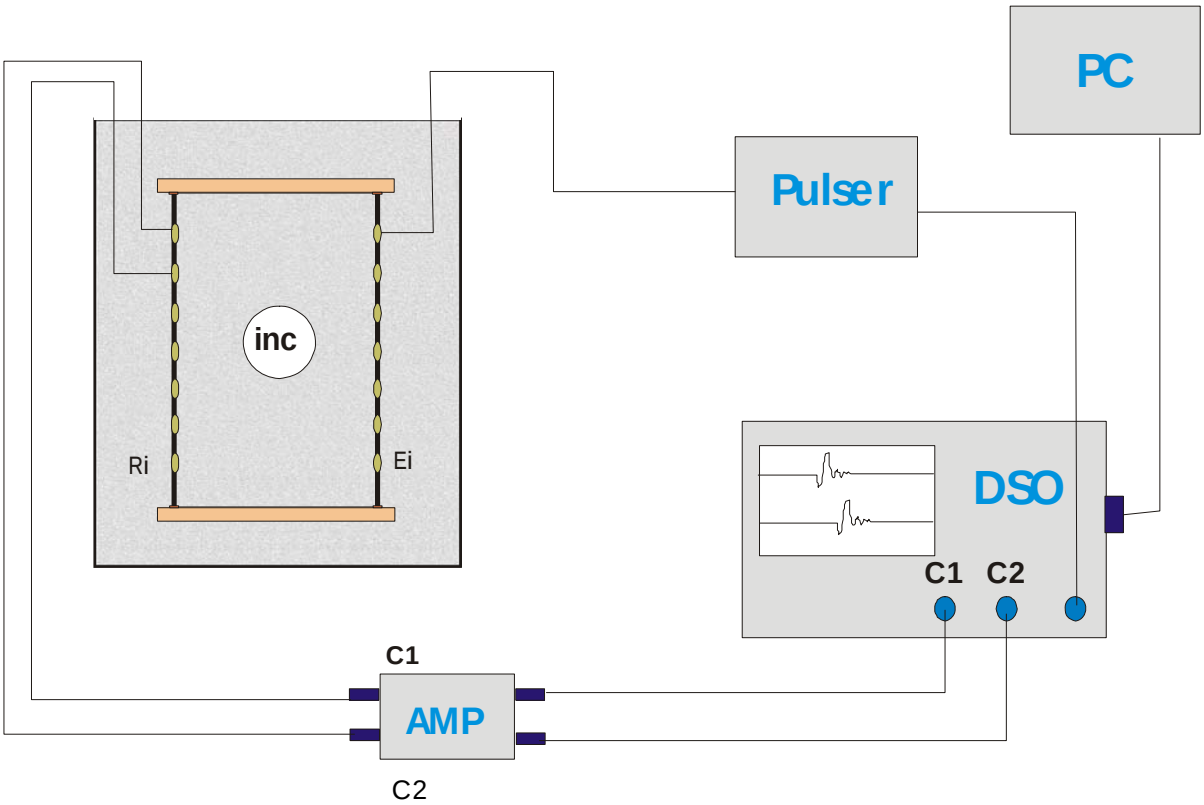


Figura 6.4 Curva de Distribución granulométrica del material base. La marca 0.074mm corresponde al tamiz # 200, límite de finos (ASTM). La restante representa el porcentaje que pasa por el mismo. Por ende la muestra es SC (arena arcillosa). (Cortesía: Instituto de Investigaciones Mineras – Facultad de Ingeniería - Universidad Nacional de San Juan).



(a)

(b)

Figura 6.5 (a) Esquemático del sistema de adquisición de datos. (b) Reproducción fotográfica del sistema.

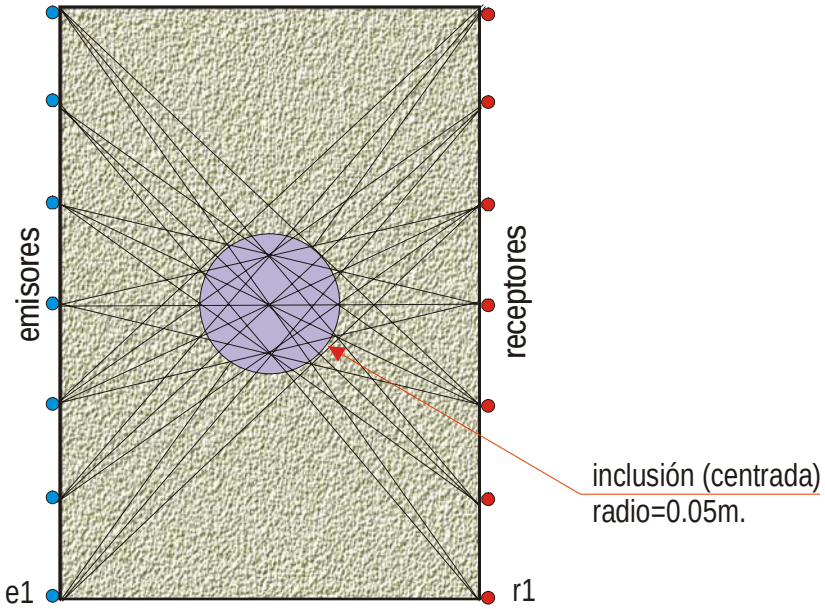


Figura 6.6. Ubicación de Anomalía en dispositivo cross-hole. Rayos que la atraviesan (rectos).

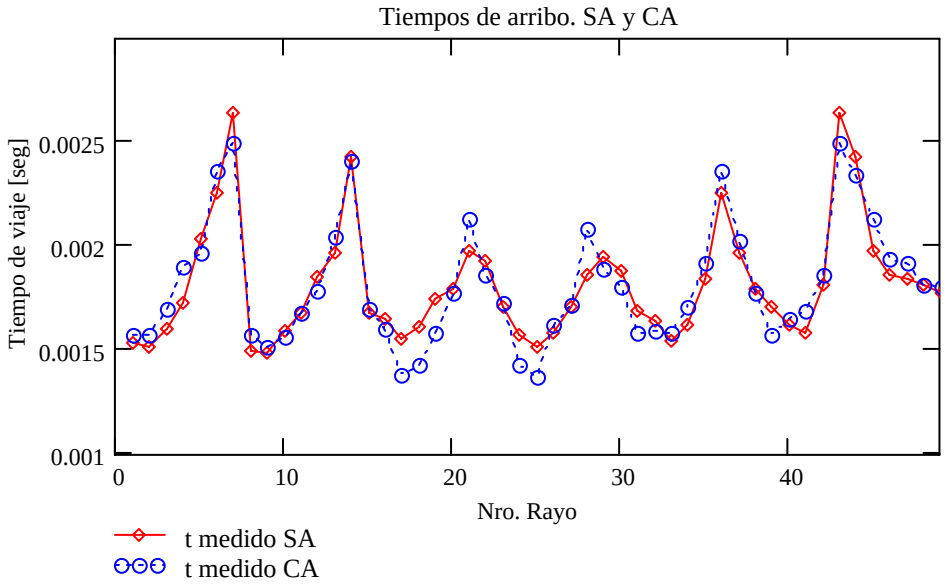


Figura 6.7. Tiempos de arribo. Sin (SA) y Con (CA) anomalía en el medio base.

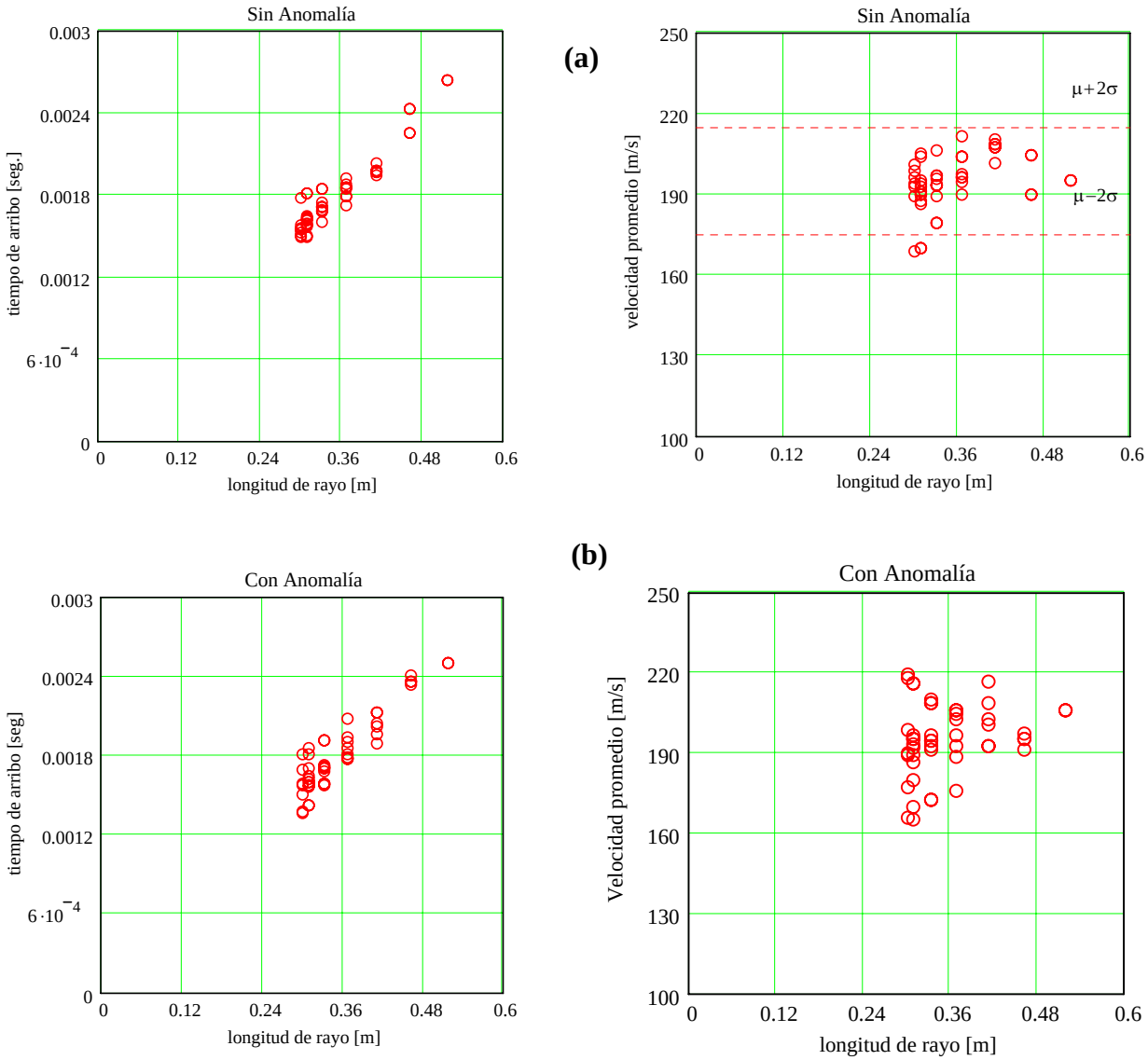


Figura 6.8 Pre-procesamiento. (a) Sin inclusión. (b) Con inclusión.

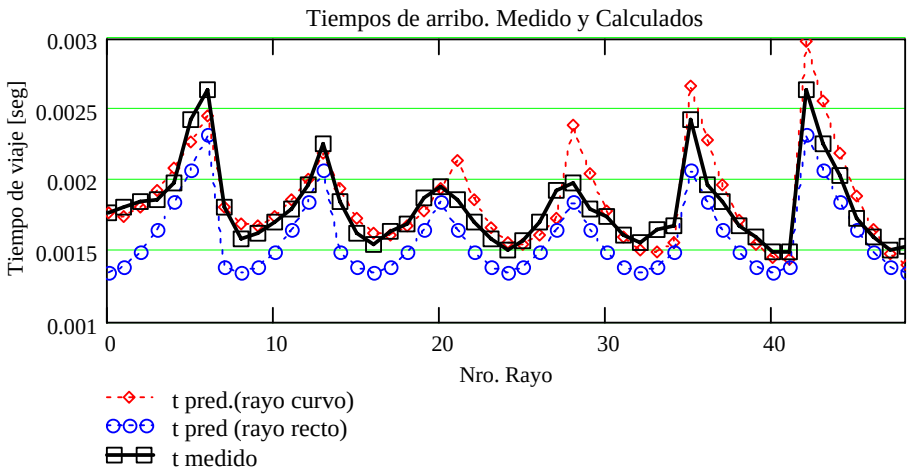
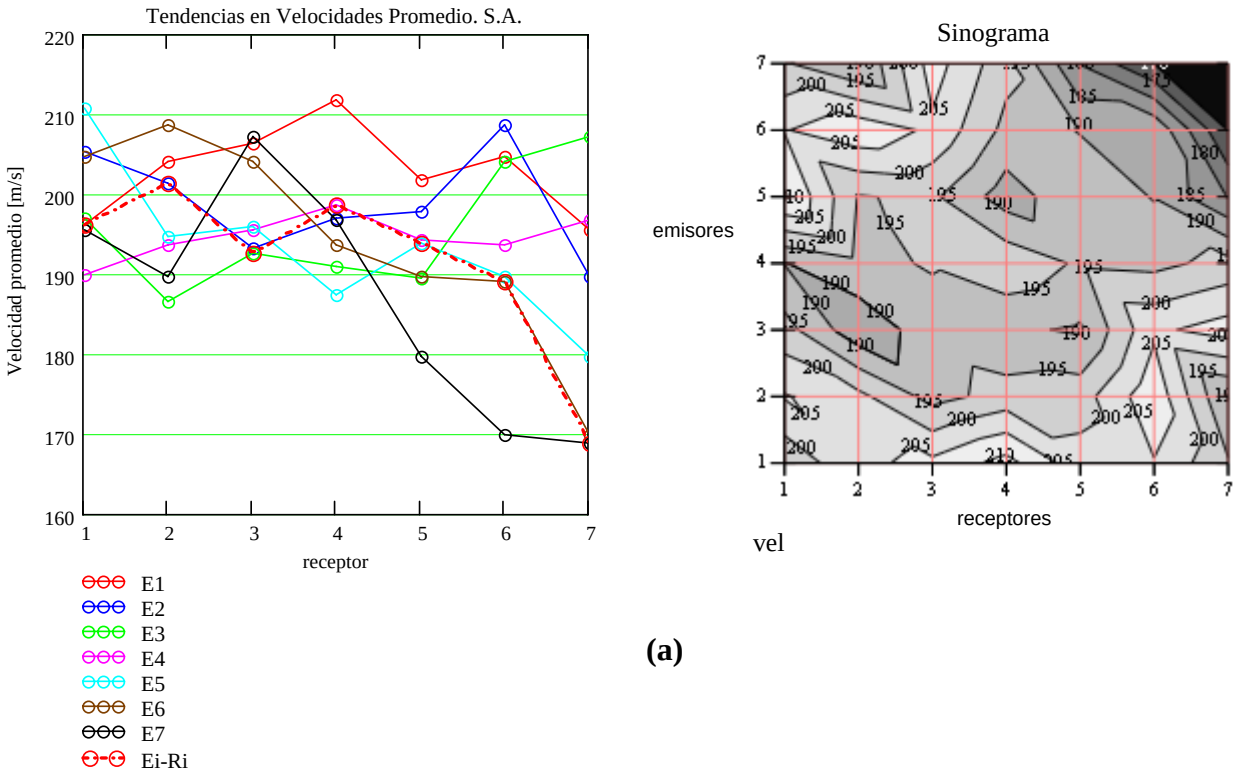
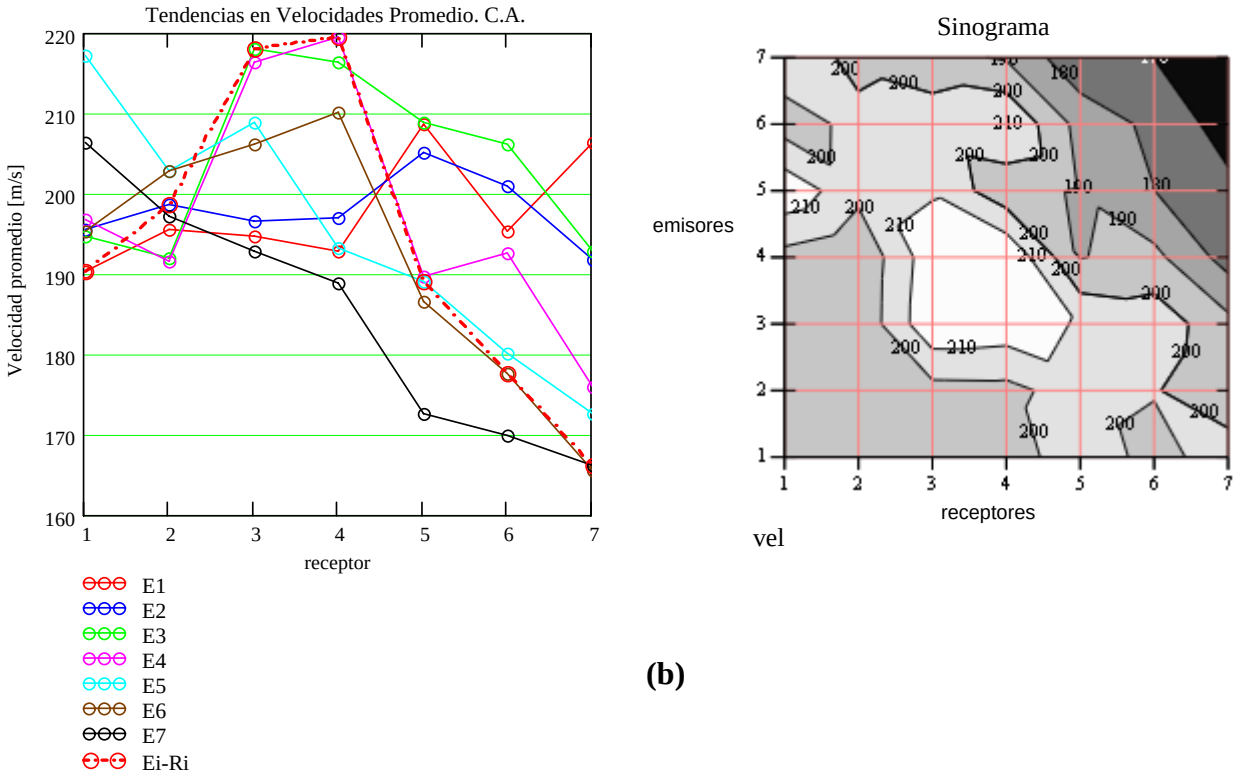


Figura 6.10. Pre-procesamiento. Diferencia entre tiempos de arribo calculados y medidos. Hipótesis de rayo recto y curvo.



(a)



(b)

Figura 6.9. Pre-procesamiento. Sombras de velocidad promedio relacionadas con los receptores (izq.) y sinogramas (líneas de contorno, der.) (a) Sin anomalía. (b) Con anomalía.

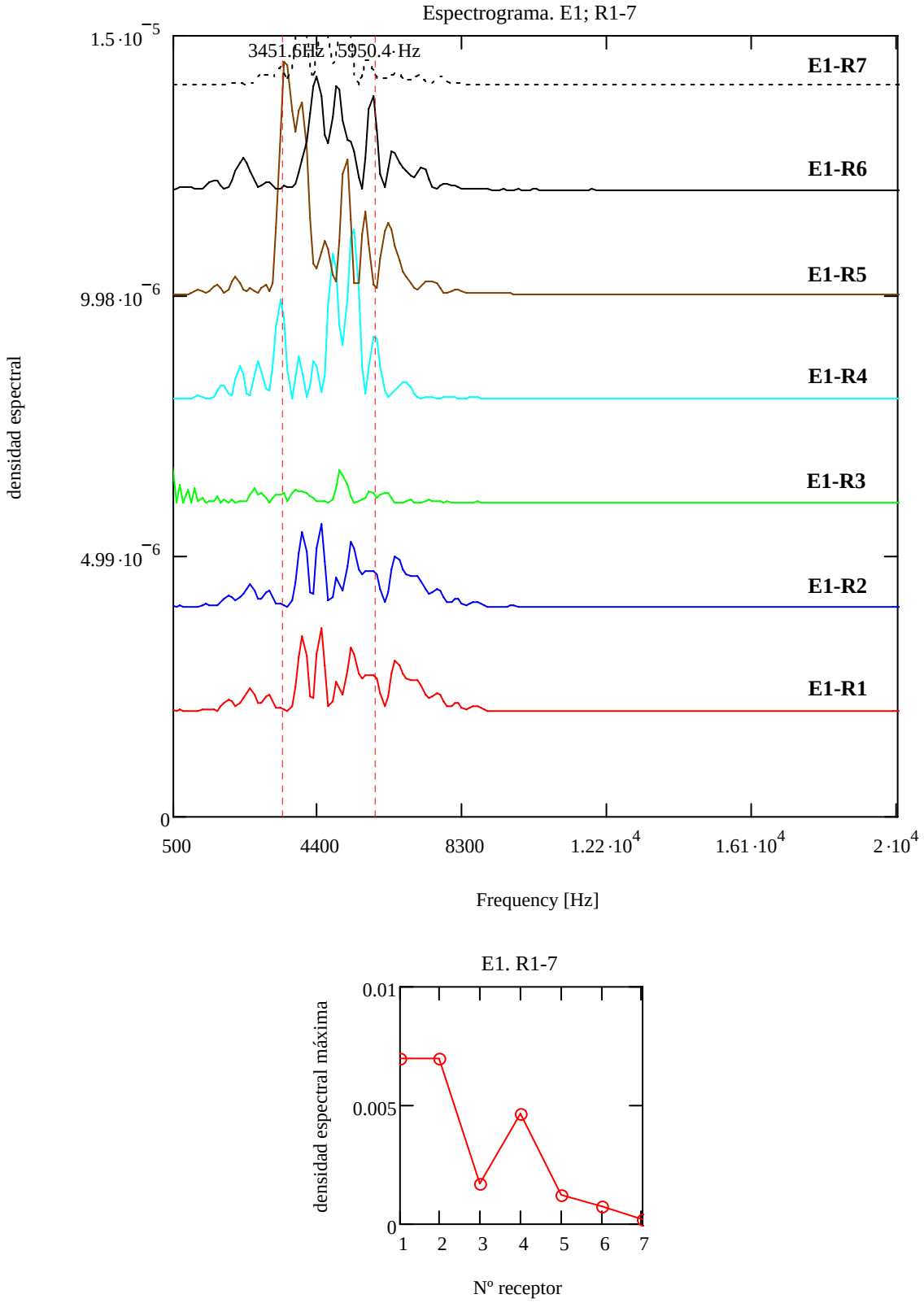


Figura 6.11. Densidades espectrales de señales registradas. Emisor 1, Receptores 1 a 7. Tomografía en Cross Hole SIN ANOMALÍA. Como los diagramas no presentan densidades a escala; el gráfico inferior permite visualizar las amplitudes máximas para la combinación emisor (E1) - receptor (R1-7).

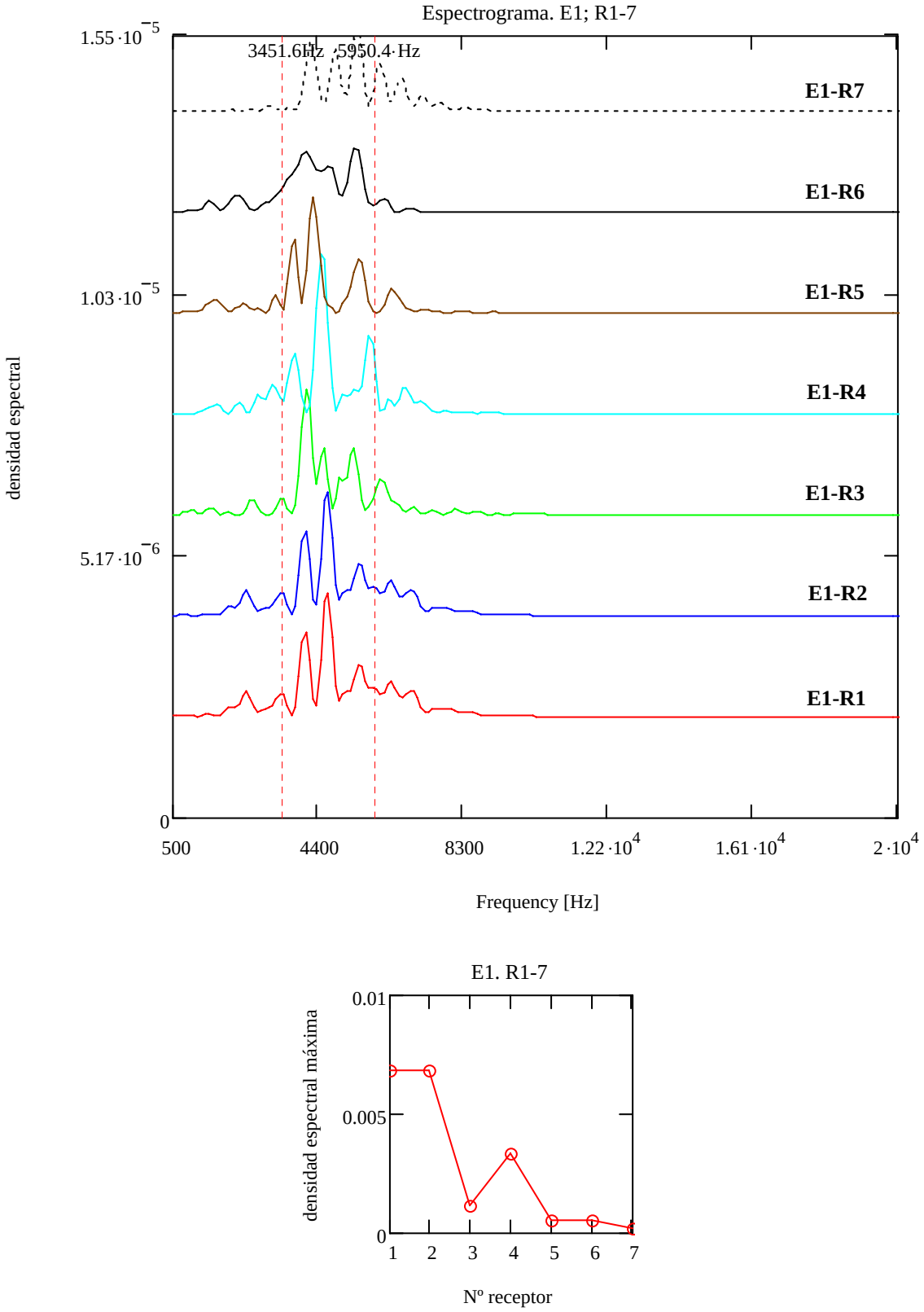
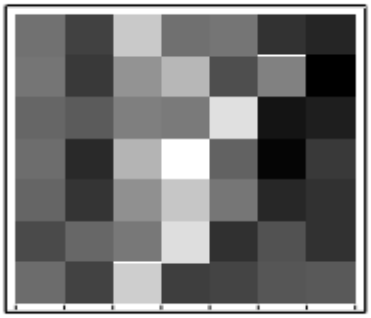
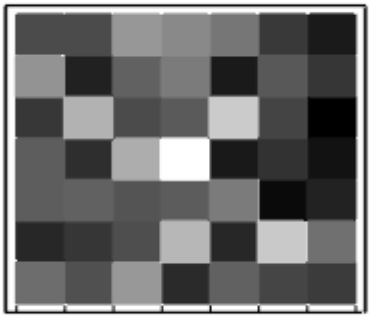


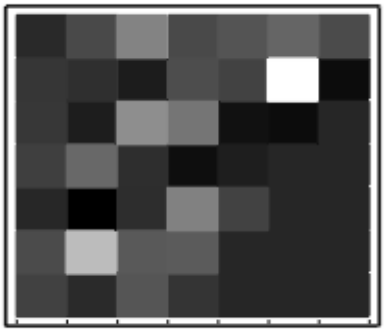
Figura 6.12. Densidades espectrales señales registradas. Emisor 1, Receptores 1 a 7. Tomografía en Cross Hole CON ANOMALÍA. Como los diagramas no presentan densidades a escala; el gráfico inferior permite visualizar las amplitudes máximas para la combinación emisor (E1) - receptor (R1-7).



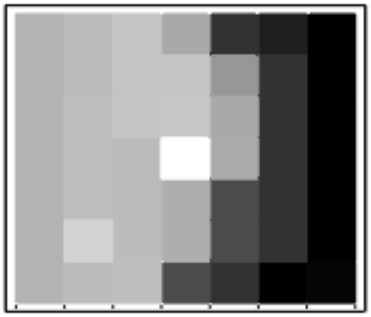
(a)



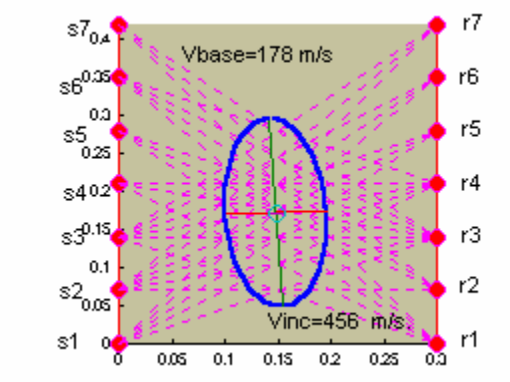
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 6.13 Inversión Datos Experimentales. (a) ART. *Vbase=180 m/s. Vinc=268 m/s.* Nºiter:300. (b) SIRT. *Vbase=180 m/s.; Vinc=478 m/s.* Nºiter.: 500. (c) MART. Mejor aproximación. (d) Lógica Difusa. (e) Inversión Variacional. *a=0.12m; b=0.048m; yc=0.17m; xc=0.15m*

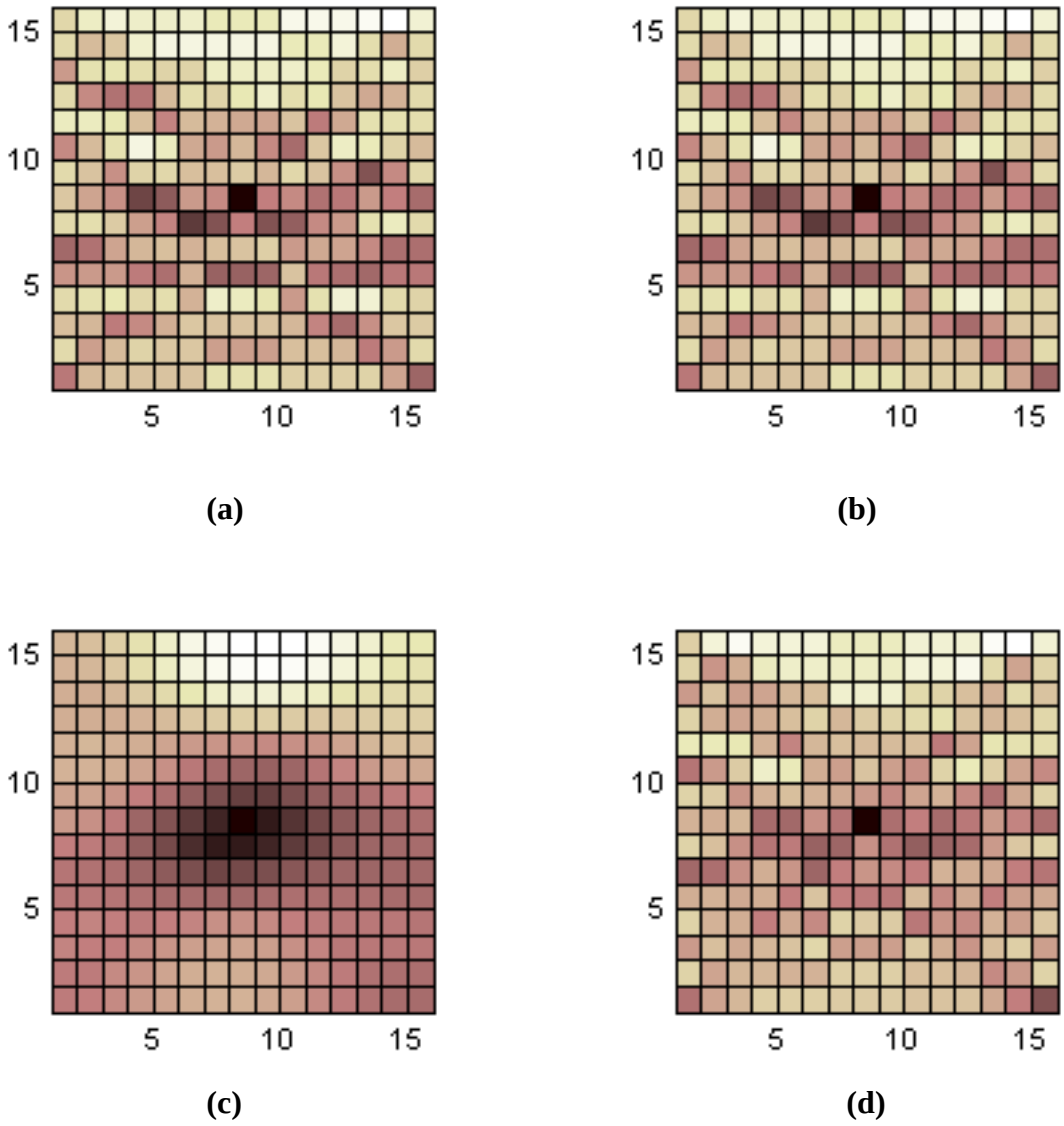


Figura 6.14. Inversión de Datos Experimentales. (a) MLS. Vbase=193m/s. Vinc= 283m/s; Xinc=0.15m;Yinc=0.24m; (b) DLSS.Vbase=193m/s.;Vinc=282m/s;h=0.01 (c) RLSS. Vbase=193m/s; Vinc=230m/s;l=0.01; (d) SVD: Vbase=192m/s;Vinc.=270m/s;p=29. Pixeles regulares. Vinic=180m/s (en todos los casos)

Tabla 6.2. Estructura de archivo de Datos. columna 1: xE; columna 2: yE; columna 3: xR; columna 4: yR; columna 5: tmedido. Nº de filas=nro de rayos.

data =

	1	2	3	4	5
1	0	0	0.3	0	$1.576\cdot10^{-3}$
2	0	0	0.3	0.07	$1.576\cdot10^{-3}$
3	0	0	0.3	0.14	$1.7\cdot10^{-3}$
4	0	0	0.3	0.21	$1.9\cdot10^{-3}$
5	0	0	0.3	0.28	$1.967\cdot10^{-3}$
6	0	0	0.3	0.35	$2.36\cdot10^{-3}$
7	0	0	0.3	0.42	$2.5\cdot10^{-3}$
8	0	0.07	0.3	0	$1.576\cdot10^{-3}$
9	0	0.07	0.3	0.07	$1.51\cdot10^{-3}$
10	0	0.07	0.3	0.14	$1.567\cdot10^{-3}$
11	0	0.07	0.3	0.21	$1.681\cdot10^{-3}$
12	0	0.07	0.3	0.28	$1.786\cdot10^{-3}$
13	0	0.07	0.3	0.35	$2.043\cdot10^{-3}$
14	0	0.07	0.3	0.42	$2.405\cdot10^{-3}$
15	0	0.14	0.3	0	$1.7\cdot10^{-3}$
16	0	0.14	0.3	0.07	$1.605\cdot10^{-3}$
17	0	0.14	0.3	0.14	$1.376\cdot10^{-3}$
18	0	0.14	0.3	0.21	$1.424\cdot10^{-3}$
19	0	0.14	0.3	0.28	$1.585\cdot10^{-3}$
20	0	0.14	0.3	0.35	$1.776\cdot10^{-3}$
21	0	0.14	0.3	0.42	$2.128\cdot10^{-3}$
22	0	0.21	0.3	0	$1.862\cdot10^{-3}$
23	0	0.21	0.3	0.07	$1.729\cdot10^{-3}$
24	0	0.21	0.3	0.14	$1.424\cdot10^{-3}$
25	0	0.21	0.3	0.21	$1.367\cdot10^{-3}$
26	0	0.21	0.3	0.28	$1.624\cdot10^{-3}$
27	0	0.21	0.3	0.35	$1.719\cdot10^{-3}$
28	0	0.21	0.3	0.42	$2.081\cdot10^{-3}$
29	0	0.28	0.3	0	$1.89\cdot10^{-3}$
30	0	0.28	0.3	0.07	$1.805\cdot10^{-3}$
31	0	0.28	0.3	0.14	$1.585\cdot10^{-3}$
32	0	0.28	0.3	0.21	$1.595\cdot10^{-3}$
33	0	0.28	0.3	0.28	$1.586\cdot10^{-3}$
34	0	0.28	0.3	0.35	$1.71\cdot10^{-3}$
35	0	0.28	0.3	0.42	$1.919\cdot10^{-3}$
36	0	0.35	0.3	0	$2.36\cdot10^{-3}$
37	0	0.35	0.3	0.07	$2.024\cdot10^{-3}$
38	0	0.35	0.3	0.14	$1.776\cdot10^{-3}$
39	0	0.35	0.3	0.21	$1.576\cdot10^{-3}$
40	0	0.35	0.3	0.28	$1.652\cdot10^{-3}$
41	0	0.35	0.3	0.35	$1.69\cdot10^{-3}$
42	0	0.35	0.3	0.42	$1.862\cdot10^{-3}$
43	0	0.42	0.3	0	$2.5\cdot10^{-3}$
44	0	0.42	0.3	0.07	$2.338\cdot10^{-3}$
45	0	0.42	0.3	0.14	$2.128\cdot10^{-3}$
46	0	0.42	0.3	0.21	$1.938\cdot10^{-3}$
47	0	0.42	0.3	0.28	$1.919\cdot10^{-3}$
48	0	0.42	0.3	0.35	$1.814\cdot10^{-3}$
49	0	0.42	0.3	0.42	$1.805\cdot10^{-3}$

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS PARA FUTURA INVESTIGACION

7.1 Conclusiones Globales

La revolución en la informática y electrónica permite el desarrollo de métodos de caracterización de alto valor para la ingeniería utilizando dispositivos electrónicos de uso masivo para la adquisición, almacenamiento y procesamiento de gran contenido de información. En esta tesis, la combinación de piezocristales, digitalizadores y computadoras permitió el desarrollo de tecnología avanzada de auscultación para aplicaciones ingenieriles.

Las velocidades de propagación en los materiales analizados y los respectivos espectros de frecuencia se correlacionan con los esfuerzos efectivos aplicados. Esta es una consecuencia directa del efecto no lineal de los contactos entre partículas (contacto hertziano).

En base a esta observación, la inversión tomográfica de señales permite determinar la evolución en el cambio de esfuerzos en función de las velocidades medidas. Este concepto es revolucionario: mientras la tomografía médica puede detectar cambios de un elemento contrastante o absorbente, la tomografía sísmica en medios granulares permite monitorear cambios en el estado de esfuerzos y la anisotropía de rigidez.

La implementación de estudios tomográficos en el campo está limitada por restricciones en los ángulos posibles de iluminación. Esta limitación inherente en aplicaciones prácticas requiere nuevas técnicas de inversión que reconocen la distribución no homogénea de información en el espacio de interés.

7.2 Conclusiones Específicas

Este trabajo hizo énfasis en el desarrollo de técnicas geofísicas de alta resolución para el estudio y monitoreo de suelos en escala de laboratorio. Además se idearon y desarrollaron nuevas técnicas de inversión para procesamiento e interpretación de los datos obtenidos. Las siguientes conclusiones se extraen de este estudio:

Piezocristales

Piezocristales de uso masivo (*disk cells*) pueden ser adaptados para la construcción de transductores para generar y detectar ondas *P* en el rango de frecuencias que permite un balance adecuado entre resolución y penetración.

La frecuencia de resonancia real de piezocristales acoplados al sistema o embebidos en el suelo es diferente de la frecuencia en aire reportada por el fabricante.

La directividad y el rango de campo cercano también dependen de la instalación.

Por ello, se requiere la caracterización cuidadosa de sensores antes de su utilización en ensayos, incluyendo: frecuencia resonante, directividad, y campo cercano.

La determinación tanto de la directividad como de la divergencia demostró que los PZT de uso masivo utilizados poseen una amplia cobertura espacial, lo que disminuye su resolución axial, pero a su vez aumenta la lateral. Esto permite su utilización en ensayos de tomografía en cross hole con un número pequeño de pares *E-R*, sin afectar la detectabilidad de inclusiones.

Los PZT pueden ser sometidos a elevados estados de carga sin despolarizarse ni fracturarse mecánicamente. Además pueden soportar tensiones de hasta 400V sin despolarización siempre que la excitación sea de corta duración.

Propagación de Ondas en Materiales Granulares – Efecto de Carga

Ensayos de laboratorio que simulan profundidades de hasta 100 metros demostraron que la velocidad de onda P en suelos granulares de grano grueso aumenta con la profundidad siguiendo una función de potencia con el estado de esfuerzos. El espectro de frecuencia se desplaza hacia las altas frecuencias y la densidad espectral eleva su magnitud.

La variación de la velocidad de propagación con la profundidad implica que el subsuelo no es homogéneo. Por lo tanto, la propagación de ondas en el subsuelo es inherentemente no esférica (o plana).

La consecuente curvatura de rayos requiere especial atención en inversiones tomográficas en aplicaciones de poca profundidad.

El incremento de la presión de confinamiento mejora el acoplamiento suelo-piezocristal.

La velocidad de propagacion al final de un ciclo de carga–descarga permanece más alta que el valor inicial (histéresis), debido al reacomodamiento intergranular y al estado de esfuerzo residual (mal alto estado de esfuerzos horizontales). Este resultado indica que se pueden registrar variaciones en el comportamiento de los suelos antes y después de la compactación de los mismos con alta precisión.

Método de Inversión Variacional

El método de inversión variacional permite delimitar inclusiones homogéneas en un medio, con contrastes tanto positivos como negativos de velocidades.

La inversión provee excelente resolución, tanto en la forma como en velocidades, superior a todos los otros métodos empleados.

Las ventajas del método se incrementan cuando se trata de anomalías irregulares donde el proceso permite modelarlas como elipses, lo que posibilita *determinar mejor su forma e inclinación*.

Esta metodología tiene beneficios importantes para la geología (e.g., yacimientos vetiformes en minería) y para la detección de anomalías en aplicaciones de ingeniería.

Discretizacion en Pixeles con Igual Contenido de Información

El mal condicionamiento inherente a la inversión a partir de geometrías tipo cross hole pudo ser disminuido generando pixeles de diferente tamaño pero igual contenido de información en lugar de pixeles iguales pero de diferente cantidad de información.

Esto permite una mejor utilización de la información disponible, mejora sensiblemente el proceso de inversión, disminuye la propagación de errores, reduce el efecto de fantasmas en la inversión y facilita la detección de anomalías.

Además el empleo de pixeles con igual contenido de información permite una mayor cantidad de elementos con lo que se mejora la calidad de las imágenes, y da mayor tolerancia a lo parámetros de la inclusión.

Tomografía Sísmica en Cross Hole

El pre-procesado de mediciones tiene relevancia critica en la inversión ya que permite detectar y disminuir errores de medición y detectar a priori la presencia de heterogeneidad y/o anisotropía para desarrollar la solución inicial del problema.

Los métodos de inversión variacional y la inversión regularizada de cuadrados mínimos son los únicos métodos que permiten arribar a resultados confiables en base a datos cross hole.

El uso de rayos rectos para la caracterización del subsuelo (inherentemente heterogéneo y anisotropico) introduce un error en el modelo que se propaga en la inversión. Por ejemplo, utilizar la hipótesis del rayo recto en la inversión de anomalías de alta velocidad conduce a soluciones con mayor tamaño de anomalía que las reales.

7.3 Perspectivas para Futura Investigación.

El sistema de medición desarrollado abre un campo de aplicación al estudio de rocas y hormigones a bajo costo, principalmente teniendo en cuenta las diversas presentaciones de los piezoeléctricos con distintas frecuencias resonantes de los mismos, lo que permite la construcción de transductores de varias frecuencias de trabajo.

El mismo campo de exploración se puede llevar a cabo con los bender elements para generación de ondas *S* para luego caracterizar por completo tanto suelos como otros materiales.

Los resultados de los ensayos de carga-descarga son importantes porque demuestran que se pueden registrar variaciones en el comportamiento de los suelos antes y después de la compactación de los mismos con mucha precisión. Por ello esta metodología puede resultar apta para verificar estados de compactación de suelos en obras de ingeniería civil.

Extender el uso de los pixels de igual contenido de información para el caso de rayos curvos.

REFERENCIAS

ACHENBACH, J.D. (1975) “Wave Propagation in Elastic Solids“. North-Holland. Amst., 425 pág.

AKI, K., & RICHARDS, P.G. (1980). “Quantitative seismology“. W.H. Freeman and Company.

AMERICAN PIEZO COM INTERNATIONAL (APCI) (2000) ‘Piezoelectric Ceramics: Principles and Applications’.

ARULNATHAN, R. ; BOULANGER, R.W. & RIEMER, M.F. (1998). “Analysis of Bender Element Tests”. American Society for Testing and Materials. pág.120-131

ASAKAWA, E. & KAWANAKA,T. (1993) "Seismic Ray Tracing Using Linear Travel Time Interpolation". Geophysical Prospecting Vol.41, pág.99-111.-

BACKUS, G.E., & GILBERT, J.F. (1967) “Numerical Applications of a Formalism for Geophysical Inverse Problems” Geophysical. Journal of Royal. Astronomical Society Vol.13; Nº247-276.

BERKHOUT, A.J.(1984) "Applied Seismic Wave Theory". Elsevier. Amsterdam.

BLEISTEIN, N.(1984) "Mathematical Methods for Wave Phenomena" Ac. Press NY

BRANHAM, R.L. (1990) “Scientific Data Analysis. An Introduction to Overdetermined Systems”. Springer Verlag. NY.237 pág.

BRANHAM, R.L. (2003) “A Method for Deriving Stellar Space Densities”. Astronomy & Astrophysics. Vol. 401. pág. 951-958.

BRILLOUIN, L (1946) "Wave propagation in Periodic Structures" Mc.Graw Hill, NY, 247 pág.

BUI H. D. (1994) “Inverse Problems in The Mechanics of Materials: An Introduction”. Boca Raton. Fla. CRCR Press, 204 pág.

CARMICHAEL, R.S. (1982) “Handbook of Physical Properties of Rocks”. CRC Press, Boca Raton, 345 pág.

CARMICHAEL, R.S. (1989) “CRC Practical Handbook of Physical Properties of Rocks and Minerals”. CRC Press, 741 pág.

CHAPRA, S.C. & CANALE, R.P. (2004) “Métodos Numéricos Para Ingenieros” 4º Ed. Editorial. McGraw Hill. 955pág.

DOBRIN, M. (1975) “Introducción a la Prospección Geofísica”. Ed. Omega. España.

DOEBLIN, E. (1995) "Engineering Experimentation" McGraw Hill, NY.

DUQUE ESCOBAR, G. & ESCOBAR POTES, C.E. (2002) “Mecánica de los Suelos”. Ed. www.galeon.com/geomecanica. URL: http://hdl.handle.net/123456789/192

ELSGOLTZ, L. (1977) “Ecuaciones Diferenciales y Cálculo Variacional”. Ed. MIR, Moscú.

FERNANDEZ, A.L. (2000) “Tomographic Imaging the State of Stress”. PHd Dissertation. Georgia Institute of Technology. Atlanta. USA.

FIORAVANTE, V. & CAPOFERRI, R. (2001). “On the Use of Multi-directional Piezoelectric Transducers in Triaxial Testing”. American Society for Testing and Materials.

FISHBANE, P.M.; GASIOROWICZ,S & THORNTON, S.T. (1996) “Physics for Scientists and Engineers” 2nd Ed. Prentice Hall International, 1280 p.

FUNG (1965) "Foundations of Solid Mechanics" Englewood Cliffs. Prentice Hall. 325 pág.

GALLEGO JUAREZ, J.A. (1998) “Transductores Ultrasónicos de Potencia”. 1º Jornadas de Ultrasonido, pág.175-187. Programa Iberoamericano de Ciencia y Tecnología para el Desarrollo. Cartagena de Indias. Colombia. 25-29 de mayo.

GOLUB, G.H. & VAN LOAN, C.F. (1989) "Matrix Computations". Baltimore: John Hopkins University Press, 642 pág.

GUÉGUEN, Y. & PALCIAUSKAS, V. (1994) “Introduction to the Physics of Rocks”. Princeton University Press. Princeton; 294 pág.

HEILAND, C.A. (1940) “Geophysical Exploration”. Prentice Hall. NY. 1013 pág.

HERMAN, G.T. (1980) “Image Reconstruction from Projections” Academic Press. New York.

HOUGH, B.K. (1957) “Basic Soils Engineering” The Ronald Press Co. New York. 513 pág.

IMHOF, A. & CALVO, C. (2003) “A Variational Formulation to Image Inclusions in 2D Travel Time Cross Hole Tomography”. Brazilian Journal of Geophysics. 21(3). pág. 269-274.-

ISHIHARA, HUANG & TSUCHIYA (1998) “Liquefaction Resistance of Nearly Saturated Sand as Correlated With Longitudinal Wave Velocity” Proc. Biot. Conf. on Poromechanics, Poromechanics – A Tribute to Maurice A. Biot. Thimus, J.F.; Abousleiman; Y. Cheng; A.H.D.; Coussy, O. & Detournay, E.. Balkema, Rotterdam; pág. 583-586.

JEFFERYS,W.H. & JOHNSON,C.R. (1992) “Ockham’s Razor and Bayesian Analysis” American Scientist Vol.80, Nº1, pág.64-72.

JOHNSTON, D.H. (1981) “Attenuation: A State of the Art Summary”. Seismic Wave Attenuation. Ed. by M.N. Toksöz & D.H. Johnston. Society of Exploration Geophysics. Tulsa. OK.

JOUGLARD, C.E. (2002) “Introducción al Método de Elementos Finitos”. Apuntes. Universidad Tecnológica Nacional. Regional Buenos Aires.

KAK, A.C. & SLANEY,M (1988) "Principles of Computarized Tomography Imaging" IEEE Press, NY pág.329.-

KJARTANSSON, E. (1979) "Constant Q wave propagation and Attenuation" Journal of Geophysical Research. Vol. 84, pg.4737-4748.-

KOLSKY, H. (1963) “Stress Waves in Solids”. Dover Publications Inc. NY.213 pág.

KONECNI, S.; HAJI-SHEIKH, A. & MAGNUSSON, R. (1996) “Selected Reconstruction Methods and Applications to Real Time Tomography”. Inverse Problems in Engineering. Vol.3 Nº1-3; pág.21-24.-

KRAÜTKRAMER, J. & KRAÜTKRAMER, H. (1990) “Ultrasonic Testing of Materials” Springer-Verlag, New York 677 p.

LAMBE, W.T. & WHITMAN, R.V. (1991) "Mecánica de Suelos". Ed. Limusa.

LAWSON,C.L. & HANSON, R.J. (1974) “Solving Least Squares Problems”. Englewood Cliffs. N.J. Prentice Hall.

LEE, J.S. (2003) “High Resolution Geophysical Techniques For Small-Scale Soil Model Testing”. PHd Thesis. Georgia Institute of Technology. USA

LINES, L.R., & TREITEL, S., (1984) “Tutorial: A Review of Least-Squares Inversion and its Application to Geophysical Problems”. Geophysical Prospecting, Vol. 32, 159-186.

LO, T.W. & INDERWIESEN, P. (1994) ”Fundamentals of Seismic Tomography”. Geophysical Monograph Series; Nº6. Society of Exploration Geophysicists.

MATHEWS, J.H.; FINK, K.D. (2004) “Métodos Numéricos con Matlab” 3ra Edición. Pearson Education. Prentice Hall. 721 pág.

MAVKO, G.M. ; MUKERJI, T. & DVORKIN, J. (1998) "The Rock Physics Handbook" Cambridge Univ. Press, NY, 329 pág.

MENKE, W. & ABBOTT, D. (1990) “Geophysical Theory“. Columbia University Press. NY. 458 pág.

MENKE, W. (1989) "Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory". Academic Press, Inc. NY.USA.

MURPHY, W.F. (1982) “Effects of Partial Water Saturation on Attenuation in Massilon Sandstone and Vycor Porous Glass” . Journal of the Acoustic Society of America.Vol 71; pág. 1458-1467.

OFFICER, C.B. (1974) "Introduction to Theoretical Geophysics" NY. Springler Verlag. 385 pág.

PATELLA, D. (1997a) “Introduction to Ground Surface Self-potential Tomography”. Geophysical Prospecting; Vol 45; pág.653-681.

PATELLA, D. (1997b) “Self-potential Global Tomography Including Topographic effects”. Geophysical Prospecting; Vol 45; pág.843-863.

PENROSE, R.A. (1955) “A Generalized Inverse for Matrices” Proceedings of Cambridge Phil. Society. Vol.51, pág.406-413.-

POLLARD, H.F (1977) "Sound Waves in Solids" Pion Ltd. London

POTTS, B.D. & SANTAMARINA, J.C. (1993) “Geotechnical Tomography: The effects of Diffraction” Geotechnical Testing Journal. Vol. 16, Nº4, pág. 510-517.

PRADA, J.; FRATTA, D. & SANTAMARINA, J.C. (2000) “Tomographic Detection of Anomalies with Limited Data Sets – Velocity and Attenuation” Geotechnical Testing Journal 23(4); pág. 472-486

PRESS, W.H., TEUKOLSKY, S.A., BETTERLING, W.T. and FLANNERY, B.P. (1992) Numerical Recipes in FORTRAN. The Art of Scientific Computing. New York. Cambridge Univ. Press. 963 pág.

PROTHERO, W.A.TAYLOR, W,& EICKEMEYER,J.A.(1988) "A Fast Two Point 3D Ray Tracing Algorithm" BSSA, 78,N3,pág.1190

RAO, S.S. (1996) “Engineering Optimization: Theory and Practice”. 3rd Edition. Wiley-Interscience. New York.

RECHTIEN, R.D., HAMBACKER,K.L. & BALLARD Jr, R.F. (1993) "A High Frequency Sparker for the Borehole Environment".GE, 58,N5

RESNICK,R.; HALLIDAY, D. & KRANE, K. (2003) “Física” Vol I – II. Ed. Continental.

RICHART, F.E.; HALL, J.R. & WOODS, R.D.(1970) "Vibrations of Soils and Foundations". Prentice Hall, N.J. 414 pág.

ROCA, J.A. (1969) “Geología de los Valles de Tulum y Ullum-Zonda. Provincia de San Juan”. Consejo Federal de Inversiones (CFI). Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD). Biblioteca Facultad de Ciencias. Exactas, Físicas y Naturales; UNSJ.

SANTAMARINA, J.C & REED, A.C. (1994) “Ray Tomography: Errors and Error Functions”. Journal of Applied Geophysics. Vol 32, 347-355.-

SANTAMARINA, J.C (2000) associated website: http://www.ce.gatech.edu/ ~carlos/ publications.

SANTAMARINA, J.C. & CASCANTE, G. (1996) “Stress Anisotropy and Wave Propagation – A Micromechanical View”. Canadian Geotechnical Journal, Vol.33, pg.770-782.

SANTAMARINA, J.C. & CESARE, M.A.(1994) "Velocity Inversion in the Near Surface: Vertical Heterogeneity and Anisotropy". Internal Report.University of Waterloo. Canada.

SANTAMARINA, J.C.; KLEIN, K.A. & FAM, M.A. (2001) ‘Soils and Waves’. Wiley & Sons. Ltd. England.

SANTAMARINA, J.C.; and FRATTA, D.. (1998) "Introduction to Discrete Signals and Inverse Problems in Civil Engineering". ASCE Press. USA.

SHARMA, P.V. (1997) “Environmental and Engineering Geophysics” 1st Ed. Cambridge University Press. Cambridge. 475 pág.

SHERIFF, R.E. & GELDARD, L.P. (1995) “Exploration Seismology”. 2nd Edition. Cambridge University Press. , NY. 592 pág.

SHERIFF, R.E. (1994) “Encyclopedic Dictionary of Exploration Geophysics”. Geophysical Reference Series. Society of Exploration Geophysics (SEG). Tulsa, OK. USA.

SOWERS, G.B. & SOWERS, G.F. (1972) “Introducción a la Mecánica de Suelos y Cimentaciones”. Ed. Limusa. España.

STEIN, S. (1990) “Introduction to Seismology, Earthquakes and Earth Structure” Blackwell Scientific Pub.

STOCKLI, R.F.(1984) "2P Ray Tracing in a 3D Medium Consisting of Homogeneus Non Isotropic Layers Separated by Plane Interference" Geophysics,49,Nº9

STRANG, G. (1986) “Álgebra Lineal y sus Aplicaciones”. Addison Wesley Iberoamericana.

TALLIN, A.G. & SANTAMARINA, J.C. (1992) “Digital Ray Tracing for Geotomography. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing”. Vol 30, Nº3, pág. 617-619.

TARANTOLA, A. (1987) "Inverse Problem Theory". Amsterdam. Elsevier.613 pág.

TERZAGHI, K & PECK, R (1958) "Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica". Ed. El Ateneo. Bs. As.

UM & TURBER (1987) "A Fast Algorithm for Two Point Seismic Ray Tracing. Bulletin of the Seismological Society of America (BSSA), Vol. 77, Nº3,.pág.972-987

VAN RANDERAAT, J & SETTERINGTON, R.E.(1974) Piezoelectric Ceramics. Phillips Application Book. Electronics Components and Materials.

VECA, A. (1992) ‘Determinación de los Parámetros del Modelo Eléctrico del Sensor de Ultrasonido MA40A5SR/S. Informe Técnico’. Instituto de Automática (INAUT) Universidad Nacional de San Juan.

VIDALE, J. (1988) "Finite Difference Calculation of Travel Times" Bulletin of Seismological Society of America (BSSA) Vol 78, Nº6

VIDALE, J. (1990) "Finite Difference Calculation of Travel Times in 3D" Geophysics,55,N5

VIGGIANI, G & ATKINSON, J. H. (1995). “Interpretation of bender element tests”. Geotechnique 45. No. 1. pág 149-154.

WATERS, .K.H. (1992) “Reflection Seismology: A Tool for Energy Resource Exploration”. 3rd Edition. John Wiley & Sons. 538 pág.

WEAST, R.C. (1988) “CRC Handbook of Chemistry and Physics”. 1st Student Edition. CRC Press, Boca Raton.

WELLS, P.N.T. (1977) “Biomedical Ultrasonics”. Academic Press. New York.- 635 p.

WHITE, J.E. (1983) "Underground Sound". Elsevier. NY, 253 pág.

WILLIAMSON, P.R. & WORTHINGTON, M.H. (1993) "Resolution Limits in Ray Tomography due to wave Behavior: Num. Exp." Geophysics,58,Nº5

WRIGHT, C.P.(1995) "Applied Measurement Engineering" Englewood Cliffs, N.J. Prentice Hall, 402 pág.

YILMAZ, O. (1988) “Seismic Data Processing”. Society of Exploration Geophysics. 526 pág.

ANEXOS

ANEXO A.

Planillas Matemáticas.

Planilla Matemática 1.1: Análisis de Tipos de Arribos en Probetas Cilíndricas.

$ORIGIN := 1$

indices : $l := 1..6$ $n := 1..6$

fn: PM11Análisis Tipos de Ondas en Cell.mcd

$$V1 := \begin{pmatrix} 100 \\ 130 \\ 150 \\ 170 \\ 200 \\ 220 \end{pmatrix} \frac{m}{sec} \qquad H := \begin{pmatrix} 0.07 \\ 0.09 \\ 0.11 \\ 0.13 \\ 0.15 \\ 0.17 \end{pmatrix} m \qquad V2 := 6000 \frac{m}{sec}$$

$$r := 0.0625m$$

V1 : Velocidad de la muestra de suelo.[m/s]
V2: Velocidad onda compresional en la pared de la probeta de acero.[m/s]
H: distancia emisor receptor.[m]
r: radio de la probeta.[m]

Cálculo del ángulo crítico de refracción total (radianes).

$$senoi_l := \sin\left(\frac{V1_l}{V2}\right) \qquad anguloi := asin(senoi) \qquad cosenoi := cos(anguloi)$$

Cálculo de los tiempos de refracción

$$trefr_{n,l} := \left(\frac{H_n}{V2} + \frac{2r}{V1_l} cosenoi_l\right)$$

Cálculo de los tiempos de reflexión

$$trefl_{n,l} := \frac{1}{V1_l}\left[\left(H_n\right)^2 + 4r^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

Cálculo de los tiempos de viaje por las paredes

$$tp_n := \frac{1}{V2}\cdot\left(2r + H_n\right)$$

Cálculo de los tiempos de onda directa

$$td_{n,l} := \frac{H_n}{V1_l}$$

Nota: Fila 'i' : Distancia Hn entre PZT;
Columna 'j': Velocidad 'V1' (suelo)

corresponde a:V1a V1b V1c V1d V1e V1f

$$trefr = \begin{pmatrix} 1.261\times10^{-3} & 9.73\times10^{-4} & 8.447\times10^{-4} & 7.467\times10^{-4} & 6.363\times10^{-4} & 5.795\times10^{-4} \\ 1.265\times10^{-3} & 9.763\times10^{-4} & 8.481\times10^{-4} & 7.5\times10^{-4} & 6.397\times10^{-4} & 5.828\times10^{-4} \\ 1.268\times10^{-3} & 9.796\times10^{-4} & 8.514\times10^{-4} & 7.533\times10^{-4} & 6.43\times10^{-4} & 5.861\times10^{-4} \\ 1.271\times10^{-3} & 9.83\times10^{-4} & 8.547\times10^{-4} & 7.567\times10^{-4} & 6.463\times10^{-4} & 5.895\times10^{-4} \\ 1.275\times10^{-3} & 9.863\times10^{-4} & 8.581\times10^{-4} & 7.6\times10^{-4} & 6.497\times10^{-4} & 5.928\times10^{-4} \\ 1.278\times10^{-3} & 9.896\times10^{-4} & 8.614\times10^{-4} & 7.633\times10^{-4} & 6.53\times10^{-4} & 5.961\times10^{-4} \end{pmatrix} s$$

$$td = \begin{pmatrix} 7\times10^{-4} & 5.385\times10^{-4} & 4.667\times10^{-4} & 4.118\times10^{-4} & 3.5\times10^{-4} & 3.182\times10^{-4} \\ 9\times10^{-4} & 6.923\times10^{-4} & 6\times10^{-4} & 5.294\times10^{-4} & 4.5\times10^{-4} & 4.091\times10^{-4} \\ 1.1\times10^{-3} & 8.462\times10^{-4} & 7.333\times10^{-4} & 6.471\times10^{-4} & 5.5\times10^{-4} & 5\times10^{-4} \\ 1.3\times10^{-3} & 1\times10^{-3} & 8.667\times10^{-4} & 7.647\times10^{-4} & 6.5\times10^{-4} & 5.909\times10^{-4} \\ 1.5\times10^{-3} & 1.154\times10^{-3} & 1\times10^{-3} & 8.824\times10^{-4} & 7.5\times10^{-4} & 6.818\times10^{-4} \\ 1.7\times10^{-3} & 1.308\times10^{-3} & 1.133\times10^{-3} & 1\times10^{-3} & 8.5\times10^{-4} & 7.727\times10^{-4} \end{pmatrix} s$$

$$trefl = \begin{pmatrix} 1.433\times10^{-3} & 1.102\times10^{-3} & 9.551\times10^{-4} & 8.427\times10^{-4} & 7.163\times10^{-4} & 6.512\times10^{-4} \\ 1.54\times10^{-3} & 1.185\times10^{-3} & 1.027\times10^{-3} & 9.061\times10^{-4} & 7.701\times10^{-4} & 7.001\times10^{-4} \\ 1.665\times10^{-3} & 1.281\times10^{-3} & 1.11\times10^{-3} & 9.795\times10^{-4} & 8.325\times10^{-4} & 7.569\times10^{-4} \\ 1.803\times10^{-3} & 1.387\times10^{-3} & 1.202\times10^{-3} & 1.061\times10^{-3} & 9.017\times10^{-4} & 8.198\times10^{-4} \\ 1.953\times10^{-3} & 1.502\times10^{-3} & 1.302\times10^{-3} & 1.149\times10^{-3} & 9.763\times10^{-4} & 8.875\times10^{-4} \\ 2.11\times10^{-3} & 1.623\times10^{-3} & 1.407\times10^{-3} & 1.241\times10^{-3} & 1.055\times10^{-3} & 9.591\times10^{-4} \end{pmatrix} s$$

$$tp = \begin{pmatrix} 3.25\times10^{-5} \\ 3.583\times10^{-5} \\ 3.917\times10^{-5} \\ 4.25\times10^{-5} \\ 4.583\times10^{-5} \\ 4.917\times10^{-5} \end{pmatrix} s$$

H=70 mm
H=90 mm
H=110 mm
H=130 mm
H=150 mm
H=170 mm

Coordenadas de intersección entre td y trefr para cada valor de V1 (considerando ondas P por la pared

$$x := \begin{pmatrix} 0.12732 \\ 0.12784 \\ 0.12938 \\ 0.12938 \\ 0.1299 \\ 0.13041 \end{pmatrix} m \quad y := \begin{pmatrix} 0.00127754 \\ 0.000983898 \\ 0.000861864 \\ 0.000766525 \\ 0.000655932 \\ 0.000598729 \end{pmatrix} s$$

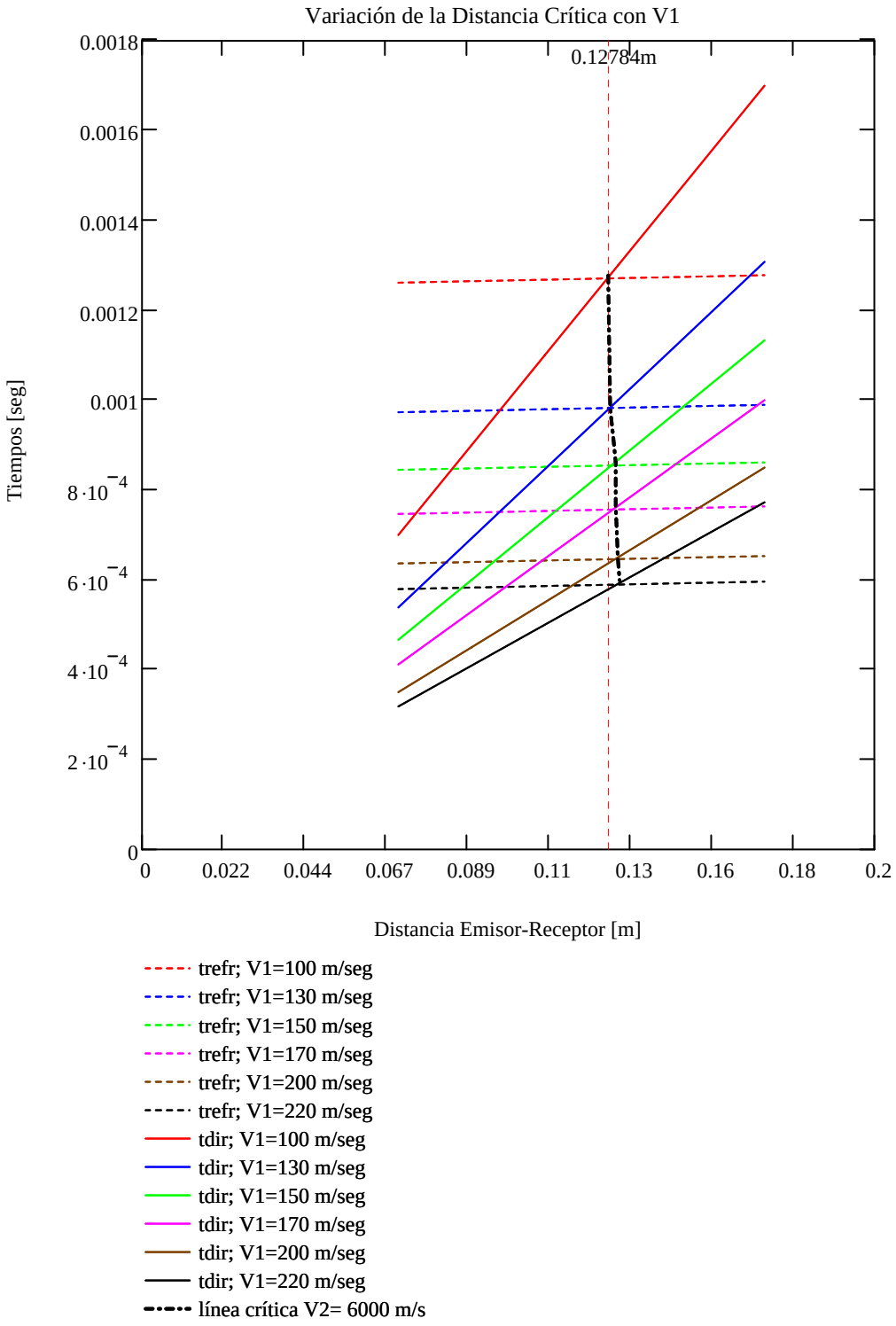


Figura PM 1.1.1. Primeros Arribos de Ondas Directas y Refractadas transmitidas dentro de una probeta de acero. r=0.0625 m (radio probeta); H (distancia E-R)=variable desde 0.07m a 0.17m.

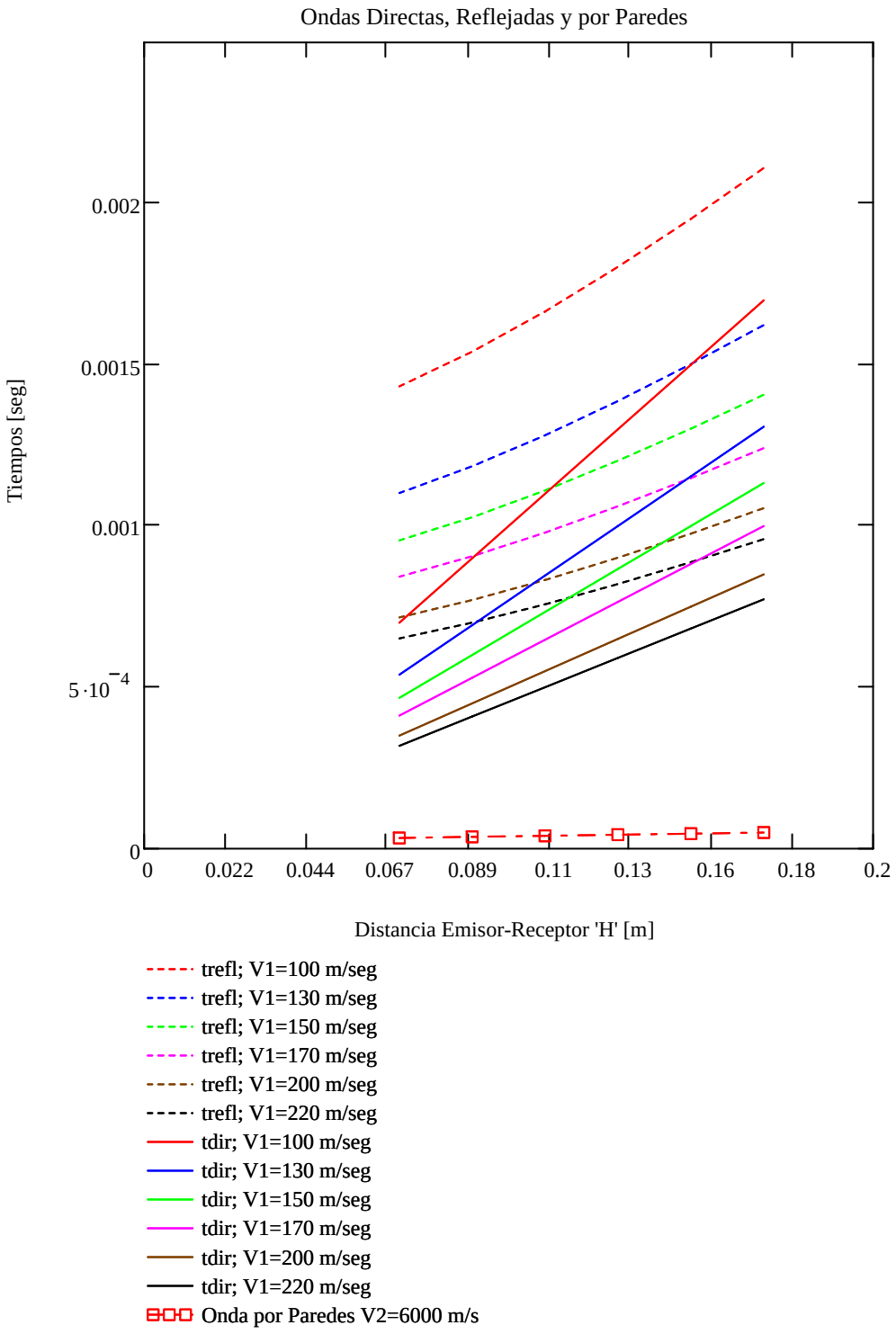


Figura PM 1.1.2. Primeros Arribos de Ondas Directas, Reflejadas y transmitidas por las paredes de la misma probeta de acero anterior e idéntica variación de H.

Planilla Matemática 2.1 Graficar Señales para determinación de Campo Cercano en PZT y Determinación de Velocidad de Onda P en agua.

fn=PM21-Graficar señales NF.mcd

$fe := 95 \cdot kHz$ frecuencia de emisión

$ORIGIN := 1$

$data := READPRN("NF.txt")$ archivo original: 2500 filas x 17 columnas

Indices: $N := rows(data)$ $i := 1 .. N$ $N = 2.5 \times 10^{3}$ 2500 valores por traza sísmica.

$tiempos := data^{\langle 1 \rangle} \cdot sec$

$\Delta t := tiempos_{2500} - tiempos_{2499}$ $\Delta t = 1 \times 10^{-7}\ s$ Intervalo de Muestreo [seg]

$rectime := 2500 \cdot \Delta t$

$rectime = 2.5 \times 10^{-4}\ s$ tiempo de registro:

$M := \frac{rectime}{10}$ $M = 2.5 \times 10^{-5}\ s$ Base de tiempos del DSO

$a := 1$

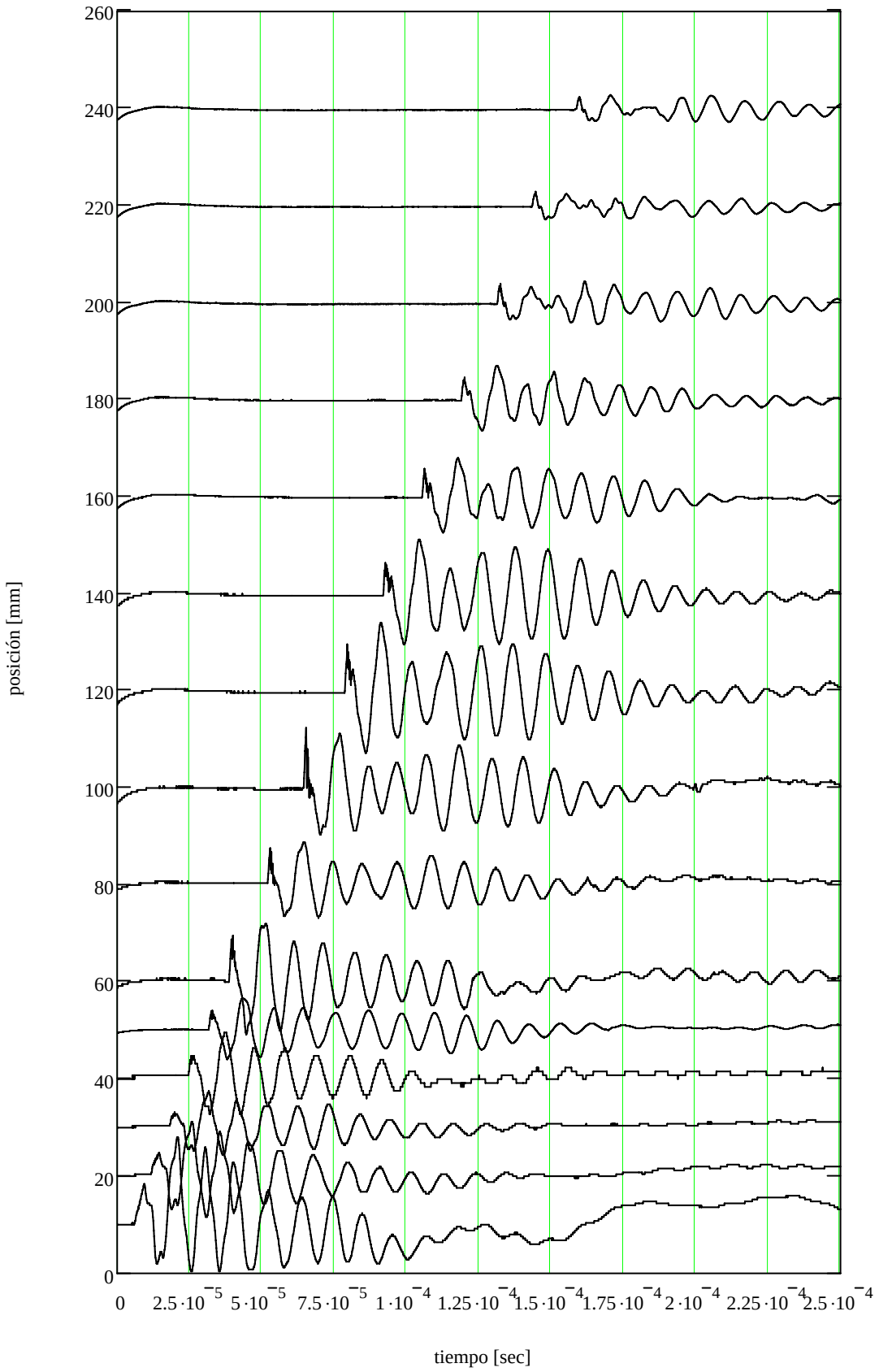


Figura PM2.1.1. Señales para Distancias Axiales Variables.

$$xy := \begin{pmatrix} 10 & 5.33408 \\ 20 & 11.6508 \\ 30 & 17.9674 \\ 40 & 24.7052 \\ 50 & 31.443 \\ 60 & 38.7423 \\ 80 & 52.2179 \\ 100 & 64.5705 \\ 120 & 78.4672 \\ 140 & 91.662 \\ 160 & 105.418 \\ 180 & 119.034 \\ 200 & 131.246 \\ 220 & 143.599 \\ 240 & 158.759 \end{pmatrix}$$

Matriz xy:
1º columna: posiciones axiales (distancias, mm)
2º columna: primeros tiempos de arribo [μseg] (leídos desde Figura PM2.1.1).

$$z := xy^{\langle 1 \rangle} \cdot mm$$

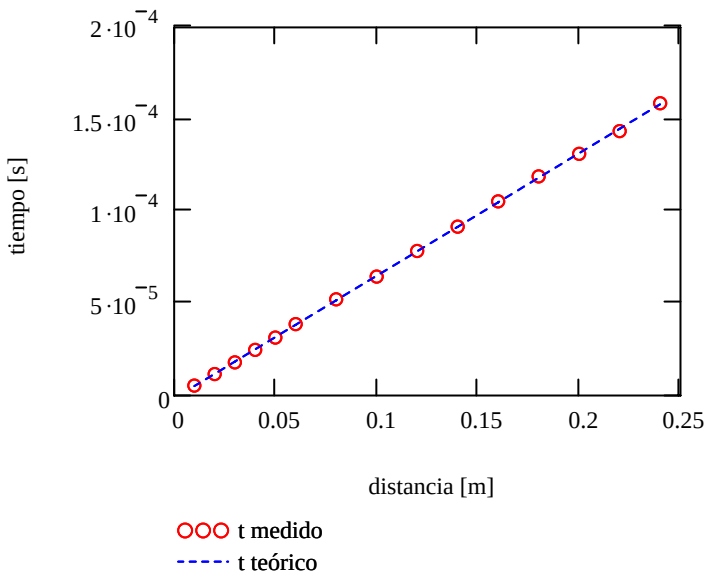
$$tt := xy^{\langle 2 \rangle} \cdot 10^{-6} \cdot sec$$

Cálculo de la Velocidad de Transmisión en el Medio (agua). Para ello se determinan los primeros arribos y se lleva a cabo una regresión lineal con los mismos.

$a := intercept(z, tt)$ $\quad a = -1.589 \times 10^{-6}\ s$ $\quad$ error general.

$b := slope(z, tt)$ $\quad b = 6.659 \times 10^{-4}\ \frac{s}{m}$

$xynr := a + b \cdot z$ $\quad$ recta de regresión



$$Velocidad := \frac{1}{b}$$

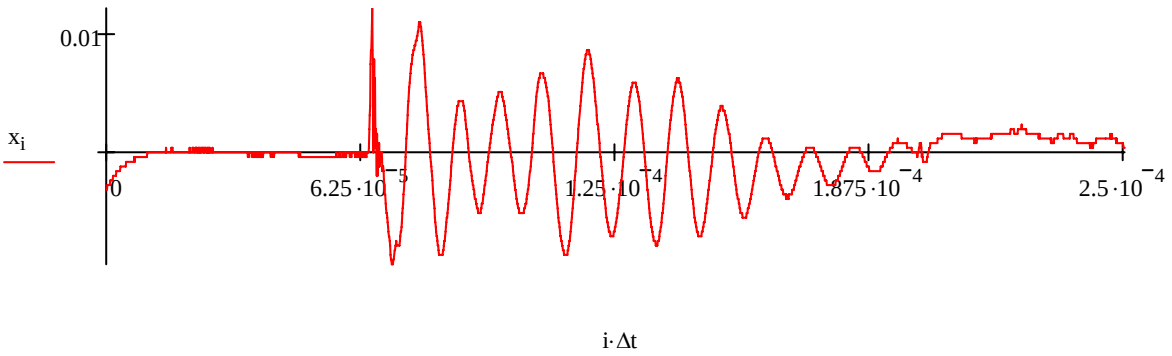
$$Velocidad = 1.502 \times 10^{3}\ \frac{m}{s}$$

Velocidad Calculada de transmisión de la onda en agua

Figura PM2.1.2. Primeros Arribos y Regresión Lineal

Longitud de Onda Típica de las señales:

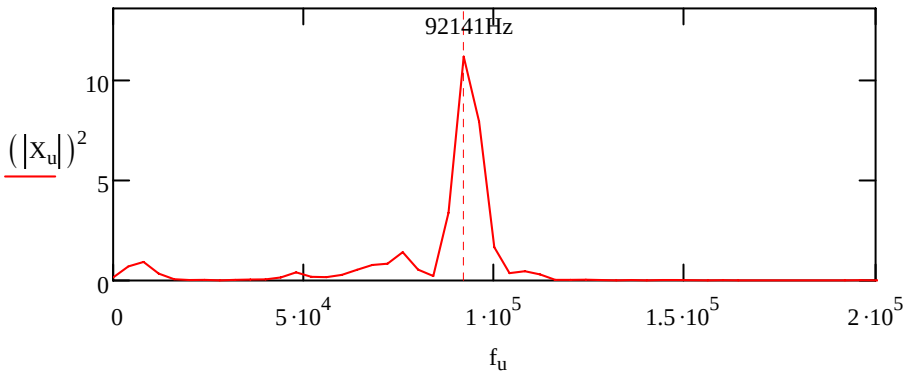
$x := data^{\langle 10 \rangle}$ distancia entre PZT: 14 cm



$ORIGIN := 0$

$FS := \frac{1}{\Delta t}$ $FS = 10000000 \frac{1}{s}$ muestras por segundo

Trafo de Fourier $X := N \cdot CFFT(x)$ $u := 0 .. \frac{N}{2}$ $f_u := \frac{u}{rectime}$



frecuencia para densidad espectral máxima: $f := 92141Hz$

$\lambda := \frac{Velocidad}{f}$ $\boxed{\lambda = 0.0163\ m}$ longitud de onda típica en el agua

Planilla Matemática 2.2. Determinación de Campo Cercano (NF) en PZT (continuación de PM2.1)

fn=PM22-NearField.mcd

trigger : Señal Impulso de f=100 kHz (frecuencia máxima de la señal emitida)

$ORIGIN := 1$

$Velocidad := 1.502 \times 10^3 \frac{m}{s}$ Velocidad de transmisión de la onda en agua (calculada en PM2.1)

$fe := 95kHz$

$\lambda := 0.0163m$ Longitud de onda en agua (calculada en PM2.1)

$$z := \begin{pmatrix} 0.01 \\ 0.02 \\ 0.03 \\ 0.04 \\ 0.05 \\ 0.06 \\ 0.08 \\ 0.1 \\ 0.120 \\ 0.140 \\ 0.160 \\ 0.180 \\ 0.200 \\ 0.220 \\ 0.240 \end{pmatrix} m$$

posiciones axiales [m]

$Amplitudmax := 0.25 \times V$ Amplitud para posición = 0 mm [Volt].

$$Amplitudes := \begin{pmatrix} 0.086161 \\ 0.049554 \\ 0.033036 \\ 0.025179 \\ 0.021786 \\ 0.019554 \\ 0.015536 \\ 0.012545 \\ 0.01 \\ 0.0065625 \\ 0.0058929 \\ 0.0046429 \\ 0.0039643 \\ 0.0028571 \\ 0.0022143 \end{pmatrix} \times V$$

Vector de amplitudes leídas a partir de las señales (PM2.1) [Volt]

Amplitudes Normalizadas $\quad AmpNorm := \frac{Amplitudes}{Amplitudmax}$

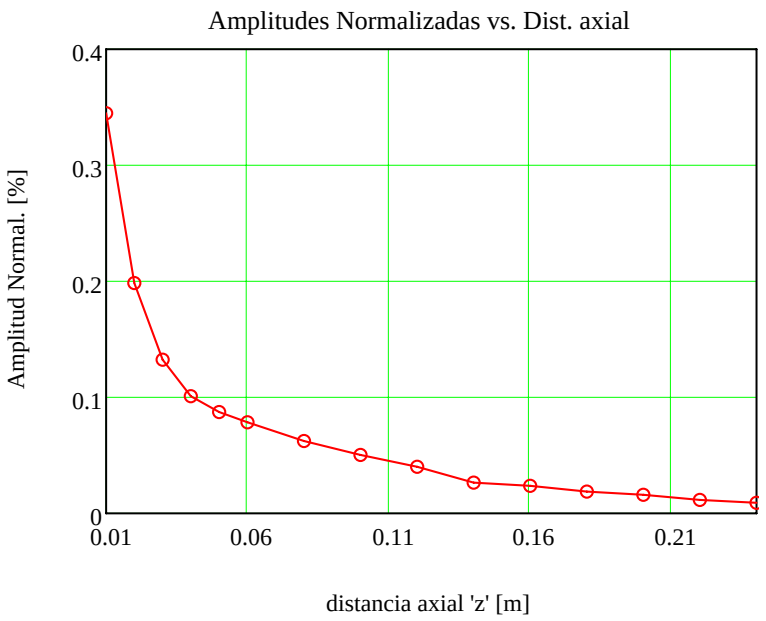


Figura PM2.2.1. Variación de las Amplitudes con la distancia axial

Cálculo de la atenuación geométrica.
Para frentes de onda esféricos sigue la forma y=1/z.

$jj := 0, 1 .. 2500$

$zz_{jj+1} := \frac{jj}{10000} \times m$

$r := 0.01m$ radio de PZT

$d := 2 \times r$

$\frac{d}{\lambda} = 1.227$

$IntensidadNorm := \sin\left[\frac{\pi}{\lambda} \times \left(\sqrt{r^2 + zz^2} - zz\right)\right]^2$

$AtenGeom := \frac{1}{submatrix(zz, 2, 251, 1, 1)}$

$$NF := \frac{r^2 \times fe}{Velocidad} \qquad NF = 6.325 \times 10^{-3}\ m$$ campo cercano calculado

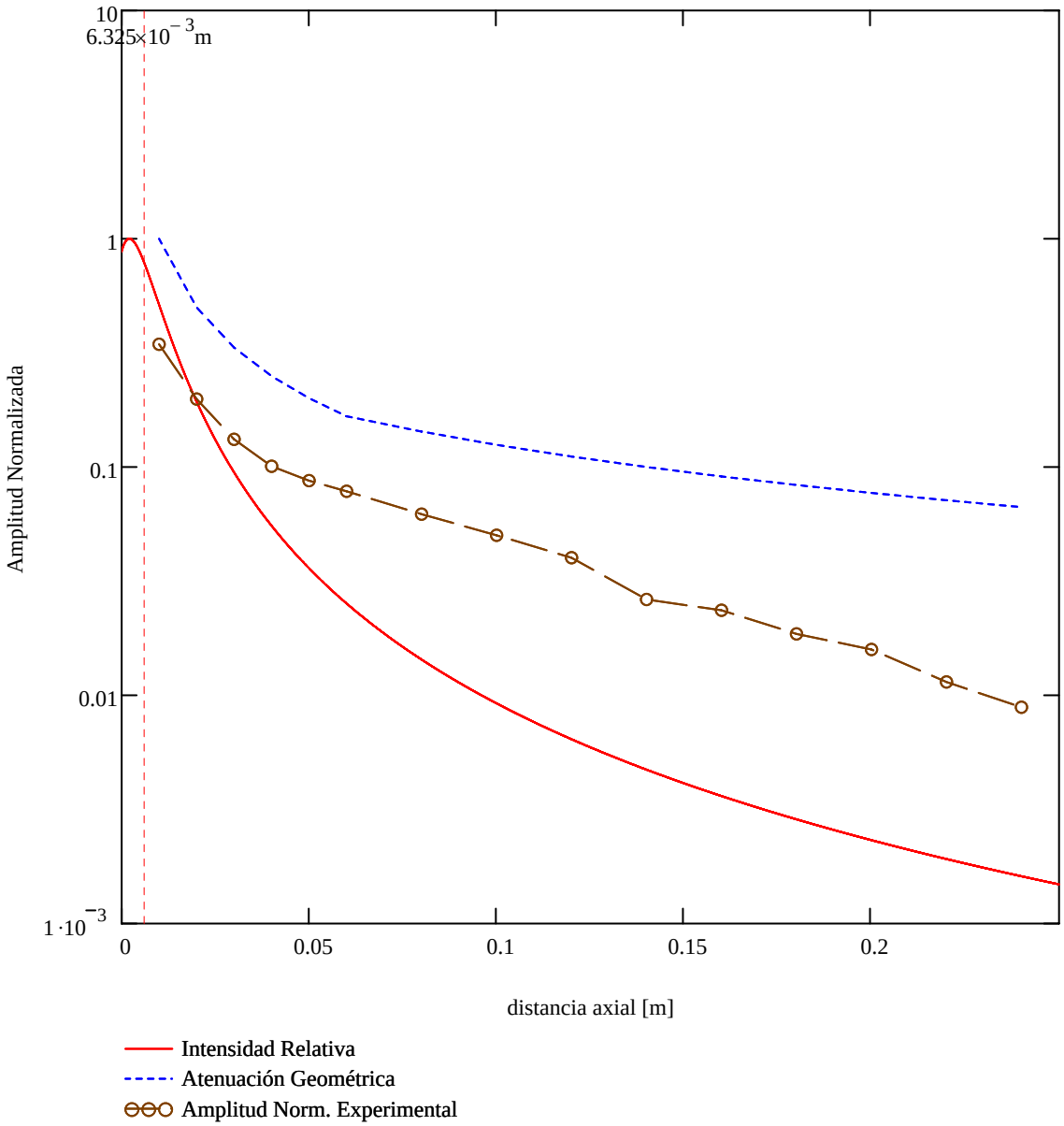


Figura PM2.2.2. Representación Conjunta: Atenuación, Variación de las Amplitudes con la distancia axial e Intensidad Normalizada (teórica). El último obtenido para d/λ = 1.227. El valor z=6.3x10^{-3}m representa el NF estimado.

Al aumentar la relación d/λ aumenta el valor de z, ya que el máximo de intensidad relativa se desplaza hacia la derecha.

PLANILLA MATEMATICA 3.1. Representación Gráfica de Ondas que se propagan en muestras de 3 granulometrías: #20-#50; #8-#20 y #2-#8 (IRAM-ASTM) en interior de probeta cilíndrica y a distancias crecientes. La propagación se registró en modo abultado (sin compactación previa) y compactada.

$ORIGIN := 1$ fn: PM31-Gráficas de señales 3 muestras.mcd

Leer datos desde archivos

data1 := READPRN("#20#50-70-90-110-130-150-170mm-A2.txt")

data2 := READPRN("#20#50-70-90-110-130-150-170mm-C2.txt")

data3 := READPRN("#8#20-70-90-110-130-150-170mm-A2.txt")

data4 := READPRN("#8#20-70-90-110-130-150-170mm-C2.txt")

data5 := READPRN("#2#8-70-90-110-130-150-170mm-A2.txt")

data6 := READPRN("#2#8-71-91-110-130-150-170mm-C2.txt")

separaciones axiales (H) [mm]: 70 - 90 - 110 - 130 - 150 - 170

Los archivos leídos contienen 8 registros cada uno (además de la señal de trigger), de ondas leídas para las separaciones axiales indicadas. La columna 1 contiene datos de tiempos de muestreo, la 2 el disparo (trigger) y las restantes lo citado para distancias axiales crecientes. La letra A (abultada) en el nombre del archivo indica que la muestra no está compactada y la C que lo está..

Calcular los parámetros de las señales.

Nota : Todos los registros tuvieron la misma base de tiempo M=250μseg, con frecuencia de muestreo FS=10^5Hz

Indices: $N := rows(data1)$ $i := 1 .. N$ $N = 2.5 \times 10^3$

$tiempos := data1^{\langle 1 \rangle} \cdot sec$

Intervalo de Muestreo: (microsec) $\Delta t := tiempos_{2500} - tiempos_{2499}$

$\Delta t = 1 \times 10^{-6}\ s$

tiempo de registro: $rectime := 2500 \cdot \Delta t$

$rectime = 2.5 \times 10^{-3}\ s$

Base de tiempos $M := \frac{rectime}{10}$ $M = 2.5 \times 10^{-4}\ s$

Frecuencia de muestreo (FS): $FS := \frac{1}{\Delta t}$ $FS = 10 \times 10^5 \frac{1}{s}$

Separar señales en forma individual y representarlas gráficamente.

a) Señales de muestras #20-#50

a=abultadas; c=compactadas

$x1a := data1^{\langle 3 \rangle}$ $x2a := data1^{\langle 4 \rangle}$ $x3a := data1^{\langle 5 \rangle}$ $\max(x1a) = 0.212$

$x4a := data1^{\langle 6 \rangle}$ $x5a := data1^{\langle 7 \rangle}$ $x6a := data1^{\langle 8 \rangle}$ $a1 := .1$

$x1c := data2^{\langle 3 \rangle}$ $x2c := data2^{\langle 4 \rangle}$ $x3c := data2^{\langle 5 \rangle}$ $\max(x1c) = 0.256$

$x4c := data2^{\langle 6 \rangle}$ $x5c := data2^{\langle 7 \rangle}$ $x6c := data2^{\langle 8 \rangle}$ $a2 := .1$

NOTA: en las figuras inferiores el trigger posicionado en tiempo=250 microseg.

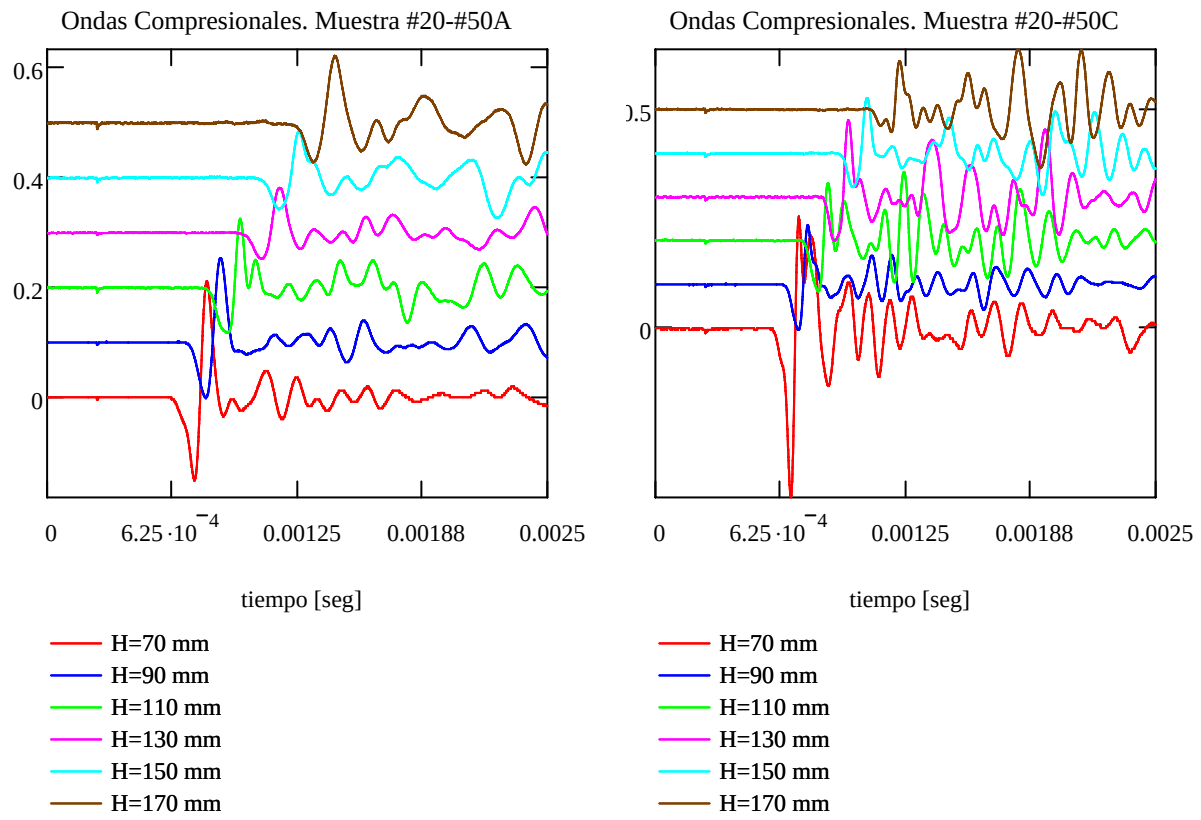


Figura PM 3.1.1. Ondas Compresionales en muestra #20-#50 (A y C) para distancias emisor - receptor (H) crecientes.

b) Señales de muestras #8-#20

$y1a := data3^{\langle 3 \rangle}$ $y2a := data3^{\langle 4 \rangle}$ $y3a := data3^{\langle 5 \rangle}$ $\max(y1a) = 0.07$

$y4a := data3^{\langle 6 \rangle}$ $y5a := data3^{\langle 7 \rangle}$ $y6a := data3^{\langle 8 \rangle}$ $a3 := .01$

$y1c := data4^{\langle 3 \rangle}$ $y2c := data4^{\langle 4 \rangle}$ $y3c := data4^{\langle 5 \rangle}$ $\max(y1c) = 0.058$

$y4c := data4^{\langle 6 \rangle}$ $y5c := data4^{\langle 7 \rangle}$ $y6c := data4^{\langle 8 \rangle}$ $a4 := .05$

NOTA: en las figuras inferiores el trigger posicionado en tiempo=250 microseg.

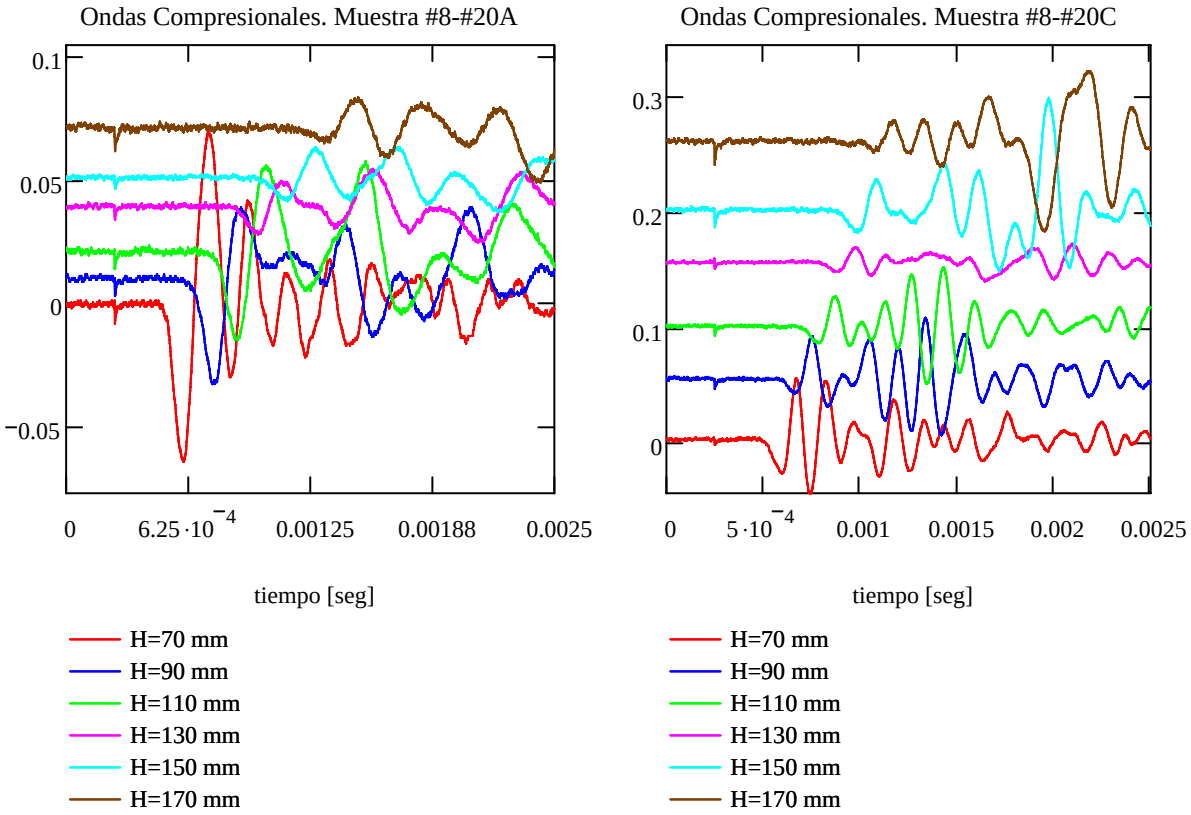


Figura PM 3.1.2. Ondas Compresionales en muestra #8-#20 (A y C) para distancias emisor - receptor (H) crecientes.

c) Señales de muestras #2-#8

$z1a := data5^{\langle 3 \rangle}$ $z2a := data5^{\langle 4 \rangle}$ $z3a := data5^{\langle 5 \rangle}$ $\max(z1a) = 0.214$

$z4a := data5^{\langle 6 \rangle}$ $z5a := data5^{\langle 7 \rangle}$ $z6a := data5^{\langle 8 \rangle}$ $a5 := .1$

$z1c := data6^{\langle 3 \rangle}$ $z2c := data6^{\langle 4 \rangle}$ $z3c := data6^{\langle 5 \rangle}$ $\max(z1c) = 0.014$

$z4c := data6^{\langle 6 \rangle}$ $z5c := data6^{\langle 7 \rangle}$ $z6c := data6^{\langle 8 \rangle}$ $a6 := .05$

NOTA: en las figuras inferiores el trigger posicionado en tiempo=250 microseg.

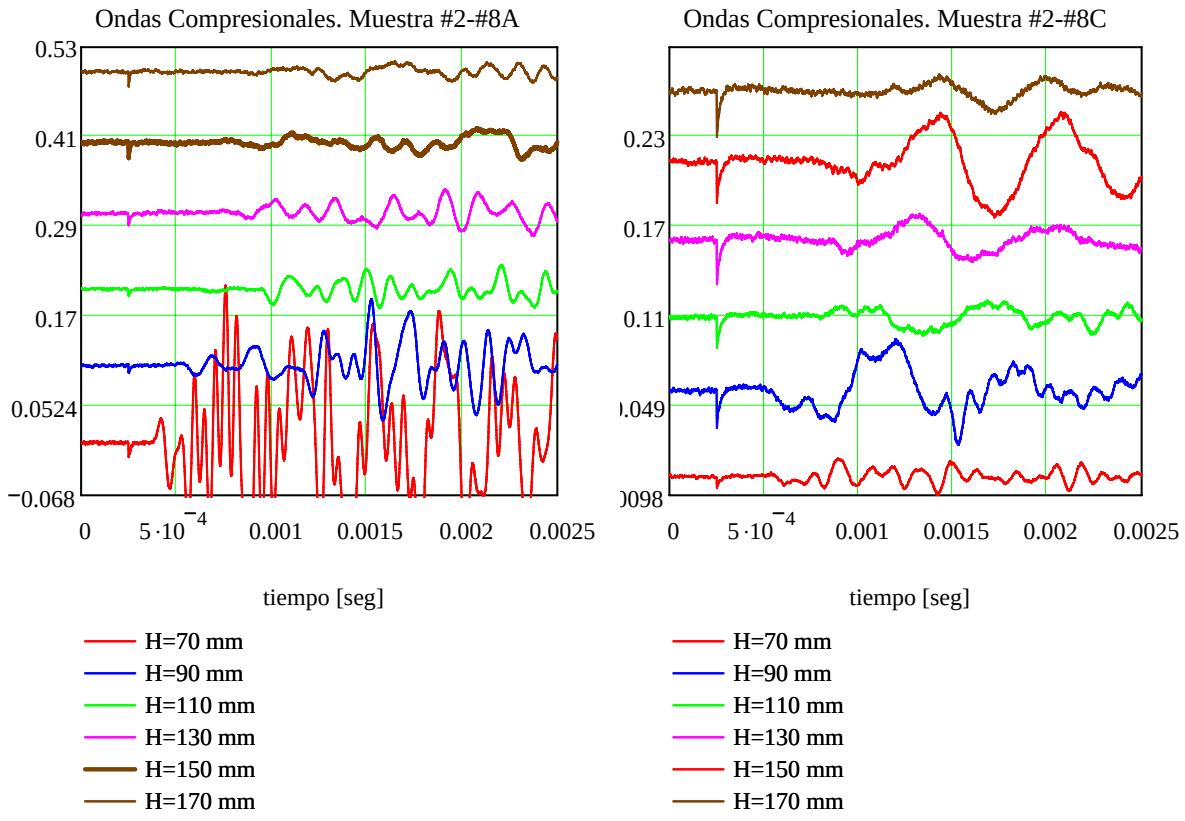


Figura PM 3.1.3. Ondas Compresionales en muestra #2-#8 (A y C) para distancias emisor - receptor (H) crecientes.

PLANILLA MATEMÁTICA 3.2. Determinación de Velocidad de Transmisión de Ondas Compresionales que se propagan en muestras de tres granulometrías: 20-50; 8-20 y 2-8 (IRAM ASTM). La propagación se registró en modo abultado (sin compactación previa) y compactada.

fn: PM32-Determinar Vp muestras.mcd

Nota: La forma más precisa de hacerlo es medir los tiempos de los primeros arribos y luego representar en forma de dromocrona (gráfico tiempo-distancia). Se efectúa una regresión lineal de los datos y la inversa de la pendiente es igual a la velocidad de propagación. Los datos se obtuvieron a partir de la PM3.1.-

$ORIGIN := 1$

Resguardo de los valores de primeros arribos para las tres muestras en modo abultado (a) y compacto (c).

Matriz xy (almacena los primeros arribos):
1º columna: posiciones axiales (distancias)
2º columna: primeros tiempos de arribo [microseg]

$$xy20_50a := \begin{pmatrix} 70 & 380 \\ 90 & 455 \\ 110 & 555.5 \\ 130 & 692 \\ 150 & 783 \\ 170 & 861 \end{pmatrix}$$

$z20_50a := xy20_50a^{\langle 1 \rangle} \cdot mm$ vector de distancias

$tt20_50a := xy20_50a^{\langle 2 \rangle} \cdot 10^{-6} \cdot sec$ vector de tiempos

$$xy20_50c := \begin{pmatrix} 70 & 344 \\ 90 & 400 \\ 110 & 494 \\ 130 & 600 \\ 150 & 677 \\ 170 & 810 \end{pmatrix}$$

$z20_50c := xy20_50c^{\langle 1 \rangle} \cdot mm$

$tt20_50c := xy20_50c^{\langle 2 \rangle} \cdot 10^{-6} \cdot sec$

$$xy8_20a := \begin{pmatrix} 70 & 284 \\ 90 & 384 \\ 110 & 478 \\ 130 & 594 \\ 150 & 685 \\ 170 & 827 \end{pmatrix}$$

$z8_20a := xy8_20a^{\langle 1 \rangle} \cdot mm$

$tt8_20a := xy8_20a^{\langle 2 \rangle} \cdot 10^{-6} \cdot sec$

$$xy8_20c := \begin{pmatrix} 70 & 246.1 \\ 90 & 353.11 \\ 110 & 445.5 \\ 130 & 547.66 \\ 150 & 635.21 \\ 170 & 751.95 \end{pmatrix}$$

$z8_20c := xy8_20c^{\langle 1 \rangle} \cdot mm$

$tt8_20c := xy8_20c^{\langle 2 \rangle} \cdot 10^{-6} \cdot sec$

$$xy2_8a := \begin{pmatrix} 60 & 100.77 \\ 84 & 236.4 \\ 100 & 342 \\ 115 & 474 \\ 125 & 598 \\ 132 & 618.8 \\ 150 & 724 \end{pmatrix}$$

$$z2_8a := xy2_8a^{\langle 1 \rangle} \cdot mm$$

$$tt2_8a := xy2_8a^{\langle 2 \rangle} \cdot 10^{-6} \cdot sec$$

$$xy2_8c := \begin{pmatrix} 62 & 168 \\ 72 & 219 \\ 86 & 284 \\ 105 & 393 \\ 118 & 464 \\ 134 & 544 \end{pmatrix}$$

$$z2_8c := xy2_8c^{\langle 1 \rangle} \cdot mm$$

$$tt2_8c := xy2_8c^{\langle 2 \rangle} \cdot 10^{-6} \cdot sec$$

Cálculo de las Velocidades de Propagación.

a) Muestra #20-#50

$a20_50a := intercept(z20_50a, tt20_50a)$ $\quad a20_50a = 1.671 \times 10^{-5}\ s$ error general.

$b20_50a := slope(z20_50a, tt20_50a)$ $\quad b20_50a = 5.036 \times 10^{-3}\ \frac{s}{m}$

$xynr20_50a := a20_50a + b20_50a \cdot z20_50a$ recta de regresión

$Velocidad20_50A := \frac{1}{b20_50a}$ $\quad \boxed{Velocidad20_50A = 198.553\ \frac{m}{s}}$ **Velocidad Calculada de transmisión de la onda compresional en arena tamices #20-#50 abultada**

$a20_50c := intercept(z20_50c, tt20_50c)$ $\quad a20_50c = -5.89 \times 10^{-6}\ s$ error general.

$b20_50c := slope(z20_50c, tt20_50c)$ $\quad b20_50c = 4.667 \times 10^{-3}\ \frac{s}{m}$

$xynr20_50c := a20_50c + b20_50c \cdot z20_50c$ recta de regresión

$Velocidad20_50C := \frac{1}{b20_50c}$ $\quad \boxed{Velocidad20_50C = 214.264\ \frac{m}{s}}$ **Velocidad Calculada de transmisión de la onda compresional en arena tamices #20-#50 compacta**

b) Muestra #8-#20

$a8_20a := intercept(z8_20a, tt8_20a)$ $\quad a8_20a = -9.811 \times 10^{-5}\ s$ error general.

$b8_20a := slope(z8_20a, tt8_20a)$ $\quad b8_20a = 5.334 \times 10^{-3}\ \frac{s}{m}$

$xynr8_20a := a8_20a + b8_20a \cdot z8_20a$ recta de regresión

$Velocidad8_20A := \frac{1}{b8_20a}$ $\quad \boxed{Velocidad8_20A = 187.467\ \frac{m}{s}}$ **Velocidad Calculada de transmisión de la onda compresional en arena tamices #8-#20 abultada**

$a8_20c := intercept(z8_20c, tt8_20c)$ $\quad a8_20c = -9.959 \times 10^{-5}\ s$ error general.

$b8_20c := slope(z8_20c, tt8_20c)$ $\quad b8_20c = 4.968 \times 10^{-3}\ \frac{s}{m}$

$xynr8_20c := a8_20c + b8_20c \cdot z8_20c$ recta de regresión

$Velocidad8_20C := \frac{1}{b8_20c}$ $\quad \boxed{Velocidad8_20C = 201.282\ \frac{m}{s}}$

Velocidad Calculada de transmisión de la onda compresional en arena tamices #8-#20 compactada

c) Muestra #2-#8

$a2_8a := intercept(z2_8a, tt2_8a)$ $\quad a2_8a = -3.596 \times 10^{-4}\ s$ error general.

$b2_8a := slope(z2_8a, tt2_8a)$ $\quad b2_8a = 7.325 \times 10^{-3}\ \frac{s}{m}$

$xynr2_8a := a2_8a + b2_8a \cdot z2_8a$ recta de regresión

$Velocidad2_8A := \frac{1}{b2_8a}$ $\quad \boxed{Velocidad2_8A = 136.518\ \frac{m}{s}}$

Velocidad Calculada de transmisión de la onda compresional en arena tamices #2-#8 abultada

$a2_8c := intercept(z2_8c, tt2_8c)$ $\quad a2_8c = -1.62 \times 10^{-4}\ s$ error general.

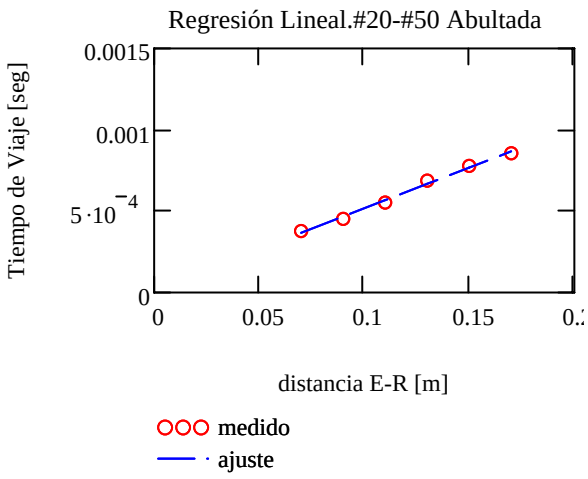
$b2_8c := slope(z2_8c, tt2_8c)$ $\quad b2_8c = 5.276 \times 10^{-3}\ \frac{s}{m}$

$xynr2_8c := a2_8c + b2_8c \cdot z2_8c$ recta de regresión

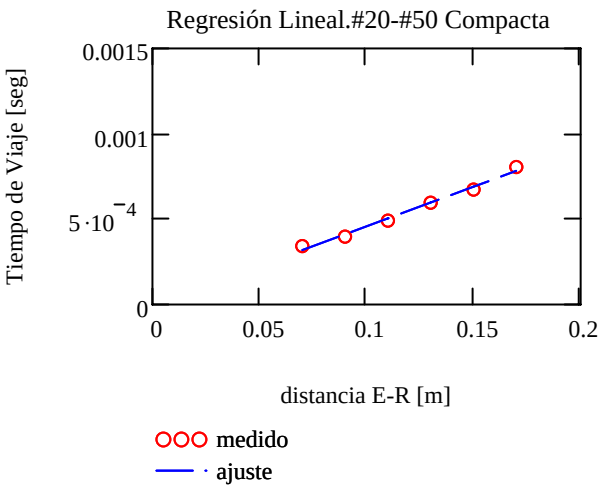
$Velocidad2_8C := \frac{1}{b2_8c}$ $\quad \boxed{Velocidad2_8C = 189.543\ \frac{m}{s}}$

Velocidad Calculada de transmisión de la onda compresional en arena tamices #2-#8 compactada.

Representación Gráfica de la Rectas de Regresión.

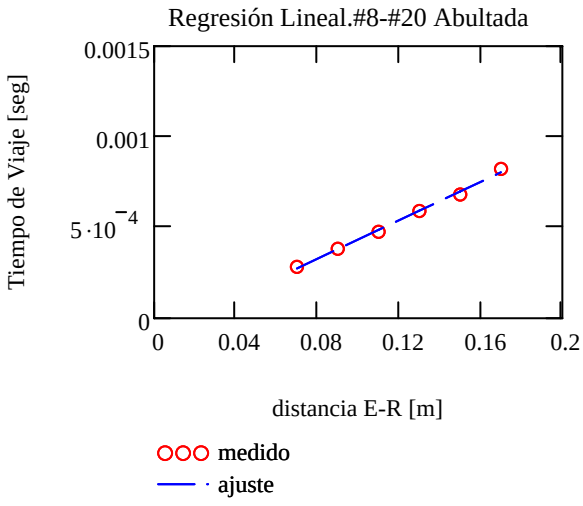


$\boxed{Velocidad20_50A = 198.553\ \frac{m}{s}}$

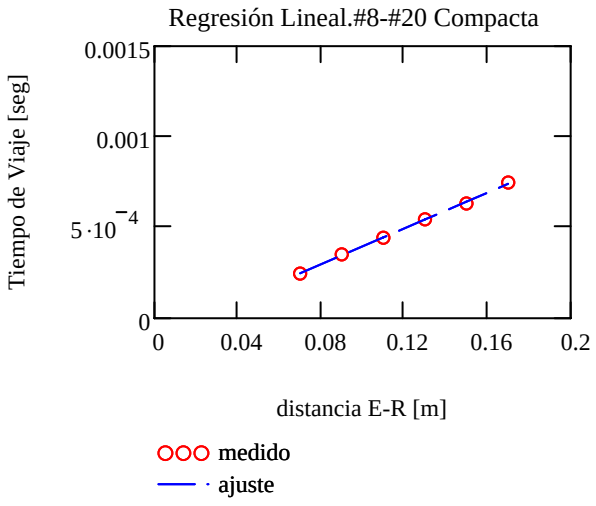


$\boxed{Velocidad20_50C = 214.264\ \frac{m}{s}}$

Figura PM3.2.1. Determinación de Velocidad de Propagación en muestra #20-#50.(A y C)

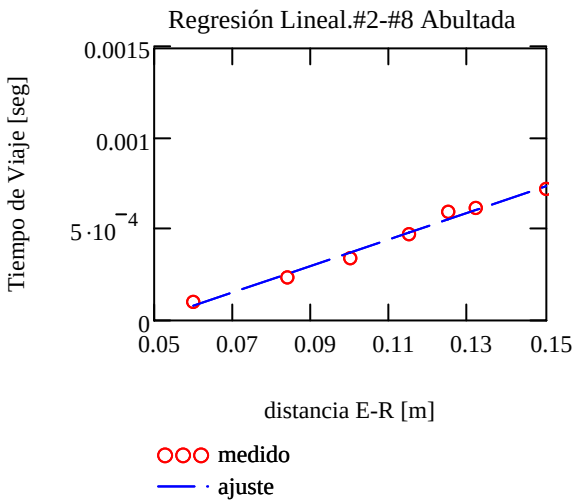


$$\text{Velocidad8_20A} = 187.467\ \frac{m}{s}$$

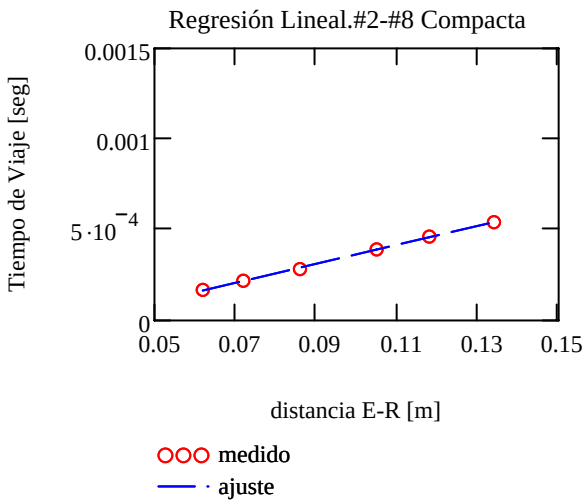


$$\text{Velocidad8_20C} = 201.282\ \frac{m}{s}$$

Figura PM3.2.2. Determinación de Velocidad de Propagación en muestra #8-#20.(A y C)



$$\text{Velocidad2_8A} = 136.518\ \frac{m}{s}$$



$$\text{Velocidad2_8C} = 189.543\ \frac{m}{s}$$

Figura 3.2.3. Determinación de Velocidad de Propagación en muestra #2-#8.(A y C)

PLANILLA MATEMATICA 3.3. Análisis Espectral de Ondas Compresionales que se propagan en muestras de 3 granulometrías: #20-#50; #8-#20 y #2-#8 (IRAM-ASTM). La propagación se registró en modo abultado (sin compactación previa) y compactada.

$ORIGIN := 0$ fn: PM33-Análisis Espectral muestras.mcd

Leer datos desde archivos

data1 := READPRN("#20#50-70-90-110-130-150-170mm-A2.txt")

data2 := READPRN("#20#50-70-90-110-130-150-170mm-C2.txt")

data3 := READPRN("#8#20-70-90-110-130-150-170mm-A2.txt")

data4 := READPRN("#8#20-70-90-110-130-150-170mm-C2.txt")

data5 := READPRN("#2#8-70-90-110-130-150-170mm-A2.txt")

data6 := READPRN("#2#8-71-91-110-130-150-170mm-C2.txt")

Indices: $N := rows(data1)$ $i := 0 .. N - 1$ $N = 2.5 \times 10^{3}$

$tiempos := data1^{\langle 0 \rangle} \cdot s$

Intervalo de Muestreo: (microsec) $\Delta t := tiempos_{2499} - tiempos_{2498}$ $\Delta t = 1 \times 10^{-6}\ s$

tiempo de registro: $rectime := N \cdot \Delta t$ $rectime = 2.5 \times 10^{-3}\ s$

Base de tiempos $M := \frac{rectime}{10}$ $M = 2.5 \times 10^{-4}\ s$

$FS := \frac{1}{\Delta t}$ $FS = 1000000\ \frac{1}{s}$ muestras por segundo

Separar señales en forma individual y hallar el espectro de frecuencia.

a) Señales de muestras #20-#50

a=abultadas; c=compactadas

$x1a := data1^{\langle 2 \rangle}$ $x2a := data1^{\langle 3 \rangle}$ $x3a := data1^{\langle 4 \rangle}$ $max(x1a) = 0.212$

$x4a := data1^{\langle 5 \rangle}$ $x5a := data1^{\langle 6 \rangle}$ $x6a := data1^{\langle 7 \rangle}$ $a1 := .1$

$x1c := data2^{\langle 2 \rangle}$ $x2c := data2^{\langle 3 \rangle}$ $x3c := data2^{\langle 4 \rangle}$ $max(x1c) = 0.256$

$x4c := data2^{\langle 5 \rangle}$ $x5c := data2^{\langle 6 \rangle}$ $x6c := data2^{\langle 7 \rangle}$ $a2 := .05$

Para aumentar la resolución en frecuencia utilizar zero padding (agregar ceros en la cola del registro). La señal pasará de tener 2500 muestras a 7500 (lo que alarga el rectime).

$l := 0 .. 5000$

$x_l := 0$

$x1azp := stack(x1a, x)$ $x2azp := stack(x2a, x)$ $x3azp := stack(x3a, x)$ $x4azp := stack(x4a, x)$

$x5azp := stack(x5a, x)$ $x6azp := stack(x6a, x)$ $x1czp := stack(x1c, x)$ $x2czp := stack(x2c, x)$

$x3czp := stack(x3c, x)$ $x4czp := stack(x4c, x)$ $x5czp := stack(x5c, x)$ $x6czp := stack(x6c, x)$

Transformada Rapida de Fourier

$NN := rows(x1azp)$ con zero padding cambia el nro de muestras

$rectime := NN \cdot \Delta t$

$u := 0 .. NN - 1$ $f_u := \frac{u}{rectime}$

$X1AZP := CFFT(x1azp)$ $X2AZP := CFFT(x2azp)$ $X5AZP := CFFT(x5azp)$

$X3AZP := CFFT(x3azp)$ $X4AZP := CFFT(x4azp)$ $X6AZP := CFFT(x6azp)$

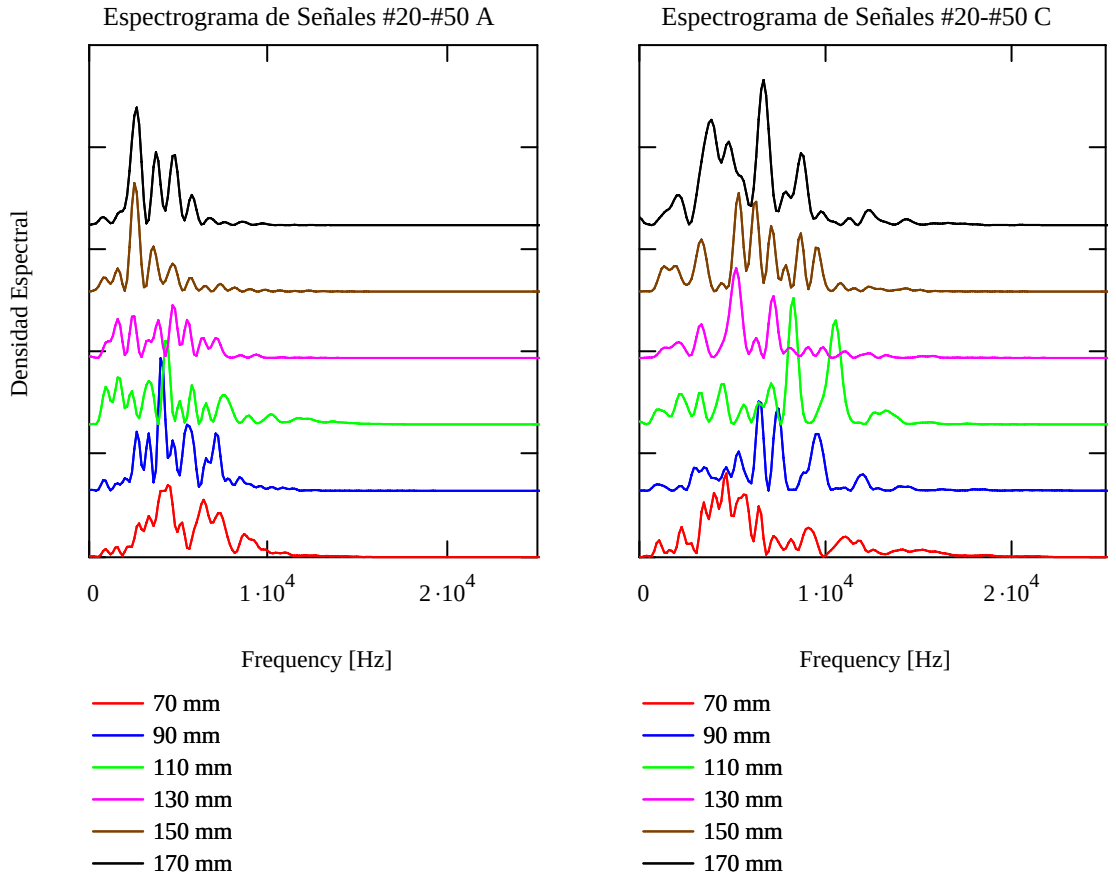
$X1CZP := CFFT(x1czp)$ $X2CZP := CFFT(x2czp)$ $X5CZP := CFFT(x5czp)$

$X3CZP := CFFT(x3czp)$ $X4CZP := CFFT(x4czp)$ $X6CZP := CFFT(x6czp)$

A continuación los espectrogramas individuales y luego en conjunto, del ensayo #20-#50 Abultado.

$a := 0.0000035$

Figura PM3.3.1. Espectrogramas para cada distancia E-R . Muestra #20-#50 (A y C)



Representar gráficamente frecuencias (para amplitud máxima) versus distancia; para los estados abultado y compactado, muestra #20 -#50.

$$x20_50 := \begin{pmatrix} 70 \\ 90 \\ 110 \\ 130 \\ 150 \\ 170 \end{pmatrix} \qquad y20_50a := \begin{pmatrix} 4456.2 \\ 4005.3 \\ 4323.6 \\ 4668.4 \\ 2572.9 \\ 2679 \end{pmatrix} \qquad y20_50c := \begin{pmatrix} 4668.4 \\ 6472.1 \\ 8275.9 \\ 8275.9 \\ 5358.1 \\ 6684.4 \end{pmatrix}$$

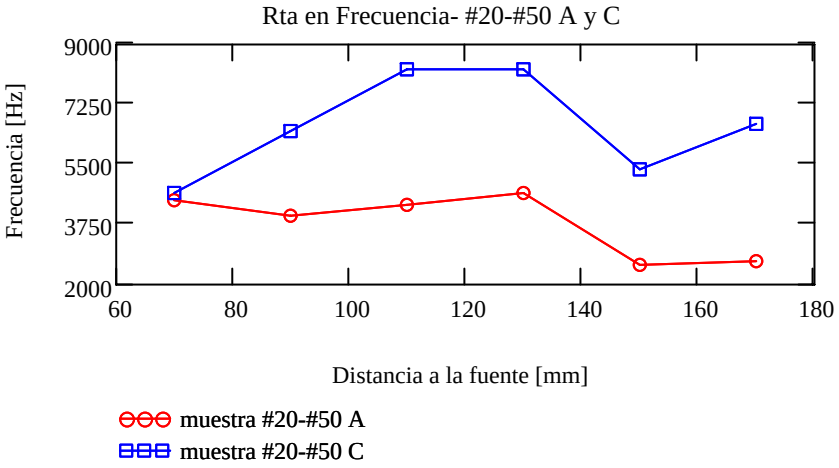


Figura PM3.3.2. Diagrama comparativo de respuesta frecuencial versus distancia E-R. Muestra #20-#50 (A) y (C).

b) Señales de muestras #8-#20

$y1a := data3^{\langle 2 \rangle}$ $y2a := data3^{\langle 3 \rangle}$ $y3a := data3^{\langle 4 \rangle}$

$y4a := data3^{\langle 5 \rangle}$ $y5a := data3^{\langle 6 \rangle}$ $y6a := data3^{\langle 7 \rangle}$

$y1c := data4^{\langle 2 \rangle}$ $y2c := data4^{\langle 3 \rangle}$ $y3c := data4^{\langle 4 \rangle}$

$y4c := data4^{\langle 5 \rangle}$ $y5c := data4^{\langle 6 \rangle}$ $y6c := data4^{\langle 7 \rangle}$

zero padding...

$y1azp := stack(y1a, x)$ $y2azp := stack(y2a, x)$ $y3azp := stack(y3a, x)$ $y4azp := stack(y4a, x)$

$y5azp := stack(y5a, x)$ $y6azp := stack(y6a, x)$ $y1czp := stack(y1c, x)$ $y2czp := stack(y2c, x)$

$y3czp := stack(y3c, x)$ $y4czp := stack(y4c, x)$ $y5czp := stack(y5c, x)$ $y6czp := stack(y6c, x)$

NOTA: en las figuras inferiores el trigger posicionado en tiempo=500 microseg.

DFT...

$Y1AZP := CFFT(y1azp)$ $Y2AZP := CFFT(y2azp)$ $Y5AZP := CFFT(y5azp)$

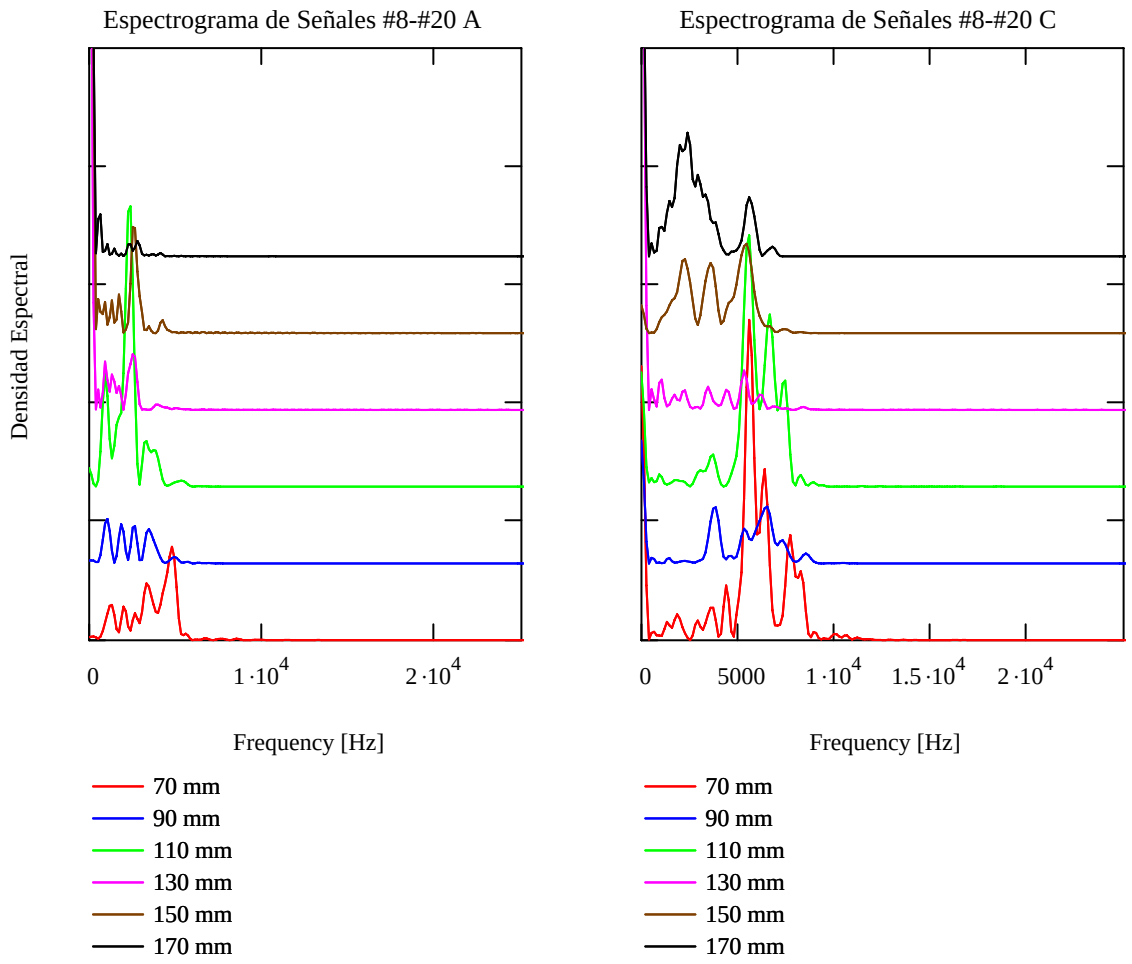
$Y3AZP := CFFT(y3azp)$ $Y4AZP := CFFT(y4azp)$ $Y6AZP := CFFT(y6azp)$

$Y1CZP := CFFT(y1czp)$ $Y2CZP := CFFT(y2czp)$ $Y5CZP := CFFT(y5czp)$

$Y3CZP := CFFT(y3czp)$ $Y4CZP := CFFT(y4czp)$ $Y6CZP := CFFT(y6czp)$

A continuación los espectrogramas individuales y luego en conjunto del ensayo #8-#20 Abultado.

Figura PM3.3.3. Espectrogramas para cada distancia E-R. Muestra #8-#20 (A y C)



Representar gráficamente frecuencias (para amplitud máxima) versus distancia; para los estados abultado y compactado, muestra #8 -#20.

$$x8_20 := \begin{pmatrix} 70 \\ 90 \\ 110 \\ 130 \\ 150 \\ 170 \end{pmatrix} \qquad y8_20a := \begin{pmatrix} 4800.2 \\ 2233.3 \\ 2364.9 \\ 2562.4 \\ 2606.2 \\ 2803.7 \end{pmatrix} \qquad y8_20c := \begin{pmatrix} 5627 \\ 6510.2 \\ 5605.4 \\ 5368.5 \\ 5433.1 \\ 5605.4 \end{pmatrix}$$

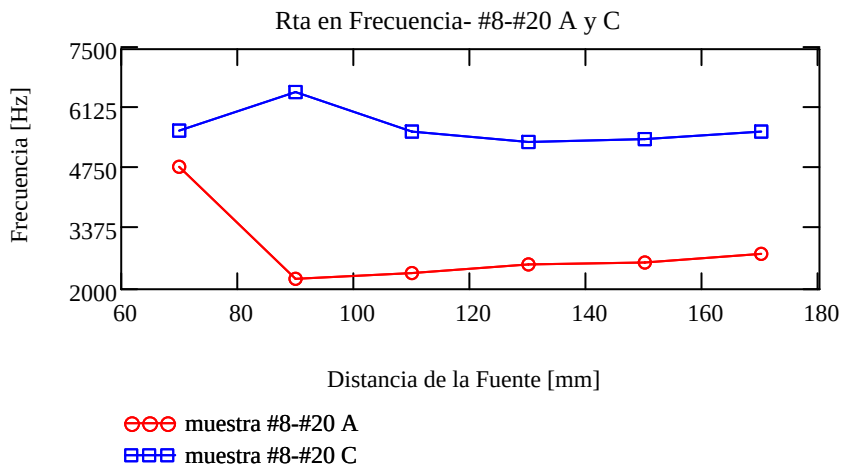


Figura PM3.3.4. Diagrama comparativo de respuesta frecuencial versus distancia E-R. Muestra #8-#20 (A) y (C).

b) Señales de muestras #2-#8

$z1a := data5^{\langle 2 \rangle}$ $z2a := data5^{\langle 3 \rangle}$ $z3a := data5^{\langle 4 \rangle}$

$z4a := data5^{\langle 5 \rangle}$ $z5a := data5^{\langle 6 \rangle}$ $z6a := data5^{\langle 7 \rangle}$

$z1c := data6^{\langle 2 \rangle}$ $z2c := data6^{\langle 3 \rangle}$ $z3c := data6^{\langle 4 \rangle}$

$z4c := data6^{\langle 5 \rangle}$ $z5c := data6^{\langle 6 \rangle}$ $z6c := data6^{\langle 7 \rangle}$

NOTA: en las figuras inferiores el trigger posicionado en tiempo=500 microseg.

zero padding...

$z1azp := stack(z1a, x)$ $z2azp := stack(z2a, x)$ $z3azp := stack(z3a, x)$ $z4azp := stack(z4a, x)$

$z5azp := stack(z5a, x)$ $z6azp := stack(z6a, x)$ $z1czp := stack(z1c, x)$ $z2czp := stack(z2c, x)$

$z3czp := stack(z3c, x)$ $z4czp := stack(z4c, x)$ $z5czp := stack(z5c, x)$ $z6czp := stack(z6c, x)$

DFT...

$Z1AZP := CFFT(z1azp)$ $Z2AZP := CFFT(z2azp)$ $Z5AZP := CFFT(z5azp)$

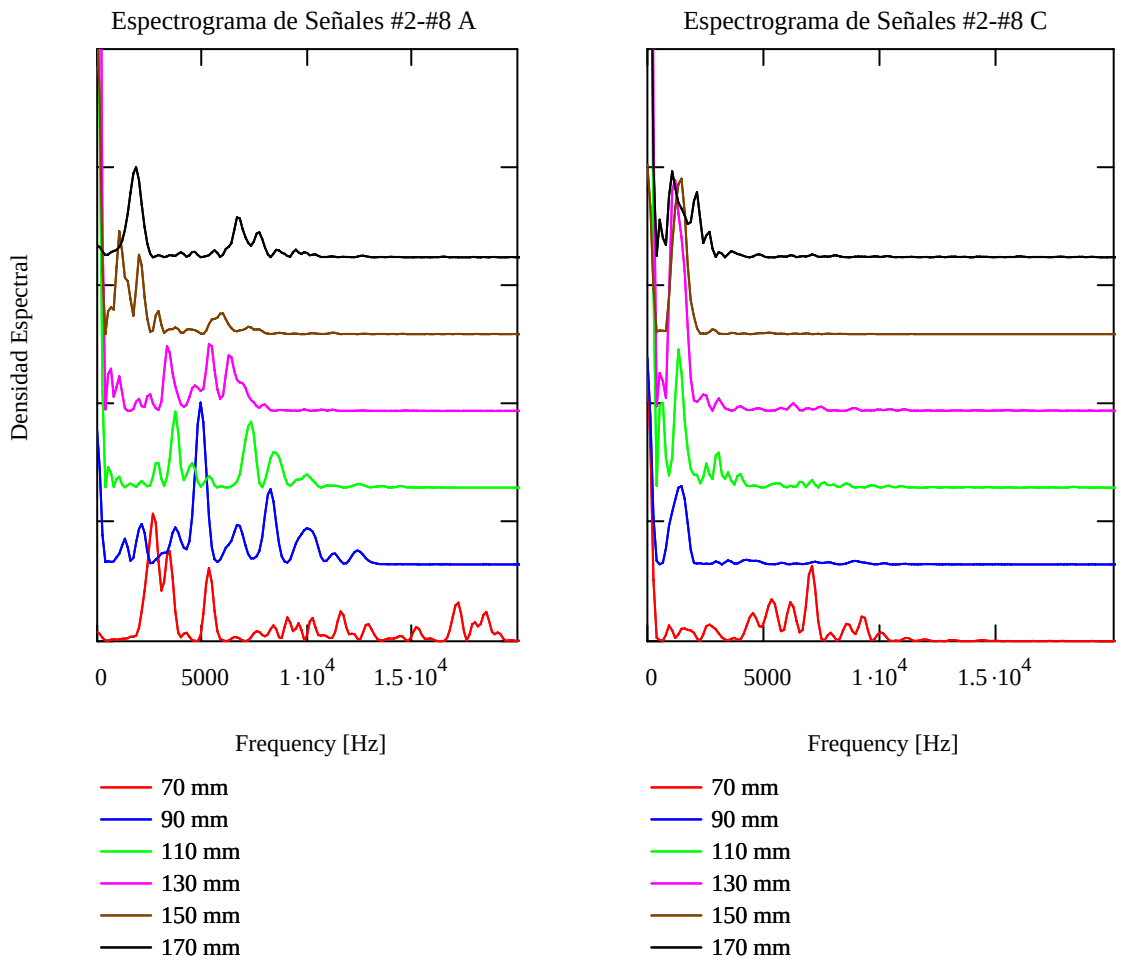
$Z3AZP := CFFT(z3azp)$ $Z4AZP := CFFT(z4azp)$ $Z6AZP := CFFT(z6azp)$

$Z1CZP := CFFT(z1czp)$ $Z2CZP := CFFT(z2czp)$ $Z5CZP := CFFT(z5czp)$

$Z3CZP := CFFT(z3czp)$ $Z4CZP := CFFT(z4czp)$ $Z6CZP := CFFT(z6czp)$

A continuación los espectrogramas individuales y luego en conjunto del ensayo #2-#8 Abultado.

Figura PM3.3.5. Espectrogramas para cada distancia E-R. Muestra #2-#8 (A y C)



Representar gráficamente frecuencias (para amplitud máxima) versus distancia; para los estados abultado y compactado, muestra #2 -#8.

$$x2_8 := \begin{pmatrix} 70 \\ 90 \\ 110 \\ 130 \\ 150 \\ 170 \end{pmatrix} \qquad y2_8a := \begin{pmatrix} 2687.8 \\ 4932.7 \\ 3735.4 \\ 4398.2 \\ 1640.1 \\ 1853.9 \end{pmatrix} \qquad y2_8c := \begin{pmatrix} 7065.7 \\ 1404.8 \\ 1340.1 \\ 1167.8 \\ 1469.4 \\ 1081.6 \end{pmatrix}$$

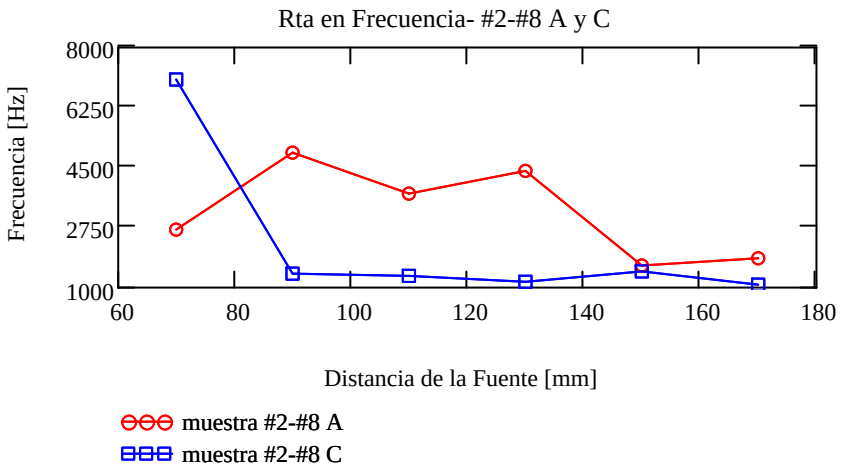


Figura PM3.3.6. Diagrama comparativo de respuesta frecuencial versus distancia E-R. Muestra #8-#20 (A) y (C).

Planilla Matemática 3.4. Cálculo de Parámetros de carga.

fn: PM34-Cálculos Prensa.mcd

Notas:
a) Para carga Débil (D) no se utiliza la prensa, solo pesos incrementales sobre la tapa de la probeta cilíndrica.(ver Tabla 3.2.b)
b) Para régimen de carga intenso (F) se utiliza la prensa, incrementando la fuerza sobre la tapa de la probeta (Ft) a través de agregar sucesivamente pesos en el extremo de la barra de acero (F1).(Tabla 3.2 a-b)

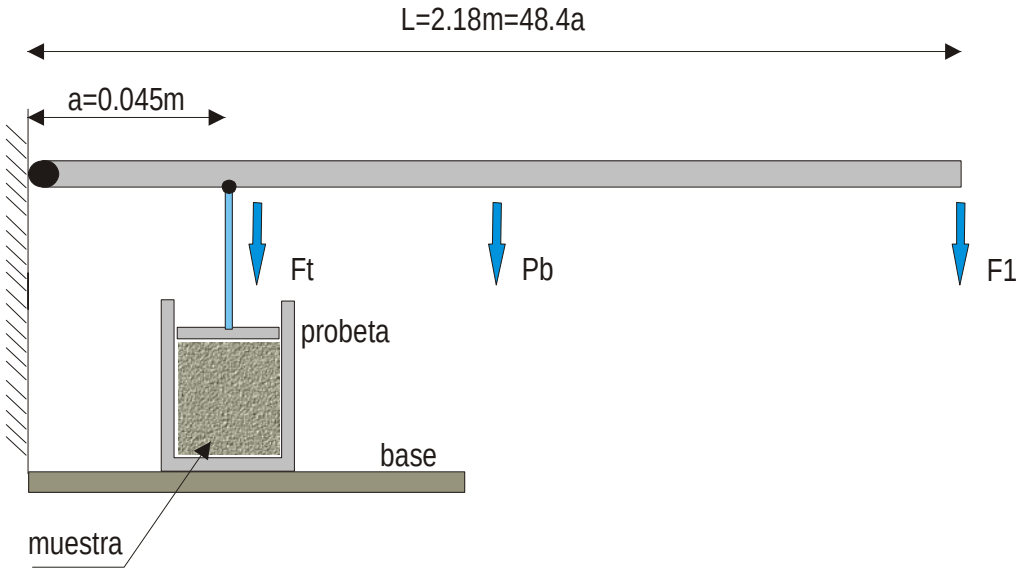


Figura PM3.4.1. Croquis del Sistema Prensa-Probeta

Definir Parámetros fundamentales

Densidad: $\delta := 1.8 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$ densidad promedio del aluvión.

radio probeta de ensayo: $r := 0.0625m$

Area de aplicación
(=área de la tapa de la probeta): $A := \pi r^2$ $A = 0.012\ m^2$

aceleración gravitatoria: $g = 9.807 \frac{m}{s^2}$

Pesos que se ejercerán sobre la tapa de la probeta cilíndrica:

Expresión General: (de Figura PM 3.4.1)

$$Ft \times a = F1 \times L(a) = F1 \times 48.4 \times a$$
$$Ft = 48.4 \times F1$$

Peso barra (Pb): $Pb := 120N$ $a := 0.045m$ $L := 2.18m$

$$\frac{Ftinicial}{24.4a} = \frac{Pb}{a} \Rightarrow Ftinicial = \frac{24.4a \cdot Pb}{a}$$

$F1f_inicial := 24.4 \cdot Pb \qquad F1f_inicial = 2.928 \times 10^3\ N$ Carga intensa inicial

$F1d_inicial := 10N$ Carga débil inicial (peso tapa probeta)

Ftd: Vector de pesos carga débil
Ftf: idem carga intensa.

$$Ftd := \begin{pmatrix} 10 \\ 30 \\ 60 \\ 100 \\ 180 \\ 405 \end{pmatrix} N \qquad Ftf := \begin{pmatrix} 2940 \\ 4634 \\ 5844 \\ 7780 \\ 12620 \\ 17460 \\ 21816 \end{pmatrix} N$$

Presión Efectiva para incrementos sucesivos de pesos:

σed: presión efectiva régimen débil de carga.
σef: presión efectiva régimen intenso de carga.

$$\sigma ed := \frac{Ftd}{A} \qquad \sigma ef := \frac{Ftf}{A}$$

$$\sigma ef = \begin{pmatrix} 2.396 \times 10^5 \\ 3.776 \times 10^5 \\ 4.762 \times 10^5 \\ 6.34 \times 10^5 \\ 1.028 \times 10^6 \\ 1.423 \times 10^6 \\ 1.778 \times 10^6 \end{pmatrix} Pa \qquad \sigma ed = \begin{pmatrix} 814.873 \\ 2.445 \times 10^3 \\ 4.889 \times 10^3 \\ 8.149 \times 10^3 \\ 1.467 \times 10^4 \\ 3.3 \times 10^4 \end{pmatrix} Pa$$

Profundidades Equivalentes en que se transmiten las ondas compresionales de acuerdo a las presiones mantenidas dentro de la probeta, tanto en régimen de carga débil (zd), como intenso (zf):

$$zd := \frac{Ftd}{\delta \cdot A \cdot g} \qquad zf := \frac{Ftf}{\delta \cdot A \cdot g}$$

$$zd = \begin{pmatrix} 0.046 \\ 0.138 \\ 0.277 \\ 0.462 \\ 0.831 \\ 1.87 \end{pmatrix} m \qquad zf = \begin{pmatrix} 13.572 \\ 21.392 \\ 26.978 \\ 35.915 \\ 58.258 \\ 80.601 \\ 100.71 \end{pmatrix} m$$

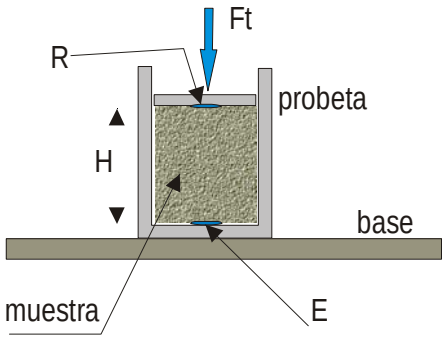
En síntesis con el régimen débil se puede simular propagación de ondas hasta una profundidad cercana a los 2 metros, y en el intenso a partir de 13 m. hasta aproximadamente 100 m.
Los resultados se compendian en Tabla 3.2.a-b.

PLANILLA MATEMATICA 3.5 Representación Gráfica de Ondas que se propagan en muestras de 2 granulometrías: #20-#50; #8-#20 (IRAM-ASTM) sometidas a estados de carga y descarga sucesivos (débiles) sin prensa (ver PM 3.4). La propagación se registró en modo abultado (A) (sin compactación previa) y compactada (C).

fn: PM35-Gráficas de Ensayos de Carga-D.mcd

$ORIGIN := 1$

Leer datos desde archivos



data1 := READPRN("ECD#20#50-carga-A.txt")

data2 := READPRN("ECD#20#50-descarga-A.txt")

data3 := READPRN("ECD#20#50-carga-C.txt")

data4 := READPRN("ECD#20#50-descarga-C.txt")

data5 := READPRN("ECD#8#20-carga-A.txt")

data6 := READPRN("ECD#8#20-descarga-A.txt")

data7 := READPRN("ECD#8#20-carga-C.txt")

data8 := READPRN("ECD#8#20-descarga-C.txt")

$H := 0.1m$ Distancia de viaje

Los archivos leídos contienen entre 6 (los de carga) y 5 (descarga) registros cada uno (además de la señal de trigger), de ondas leídas para las cargas siguientes:10N; 30N; 60N; 100N; 180N; 405N, correspondientes respectivamente a esfuerzos efectivos: 0.81kPa; 2.44kPa; 4.9kPa; 8.1kPa; 14.7kPa y 32.6 kPa La columna 1 contiene datos de tiempos de muestreo, la 2 el disparo (trigger) y las restantes lo citado. La letra A (abultada) indica que la muestra no está compactada y la C que lo está..

Calcular los parámetros de las señales.

Nota : Todos los registros tuvieron la misma base de tiempo M=500μseg, con frecuencia de muestreo FS=5x10^{5}Hz

Indices: $N := rows(data1)$ $i := 1 .. N$ $N = 2.5 \times 10^3$

$tiempos := data1^{\langle 1 \rangle} \cdot sec$

Intervalo de Muestreo: (microsec) $\Delta t := tiempos_{2500} - tiempos_{2499}$

$\Delta t = 2 \times 10^{-6}\ s$

tiempo de registro: $rectime := 2500 \cdot \Delta t$

$rectime = 5 \times 10^{-3}\ s$

Base de tiempos $M := \frac{rectime}{10}$ $M = 5 \times 10^{-4}\ s$

Frecuencia de muestreo (FS): $FS := \frac{1}{\Delta t}$ $FS = 5 \times 10^5\ \frac{1}{s}$

Vector de esfuerzo y tiempos de primeros arribos en 2 muestras sometidas a cargas variables

$$esf_tpa := \begin{pmatrix} 0.81\cdot10^{3} & 5.51\cdot10^{-4} & 5.24\cdot10^{-4} & 5.11\cdot10^{-4} & 4.67\cdot10^{-4} \\ 2.44\cdot10^{3} & 5.07\cdot10^{-4} & 4.53\cdot10^{-4} & 4.11\cdot10^{-4} & 4.11\cdot10^{-4} \\ 4.9\cdot10^{3} & 4.24\cdot10^{-4} & 3.98\cdot10^{-4} & 3.77\cdot10^{-4} & 3.44\cdot10^{-4} \\ 8.1\cdot10^{3} & 3.67\cdot10^{-4} & 3.53\cdot10^{-4} & 3.67\cdot10^{-4} & 3.33\cdot10^{-4} \\ 14.7\cdot10^{3} & 3.37\cdot10^{-4} & 3.22\cdot10^{-4} & 3.33\cdot10^{-4} & 2.55\cdot10^{-4} \\ 32.6\cdot10^{3} & 2.91\cdot10^{-4} & 2.93\cdot10^{-4} & 2.31\cdot10^{-4} & 2.22\cdot10^{-4} \\ 14.7\cdot10^{3} & 3.07\cdot10^{-4} & 3.13\cdot10^{-4} & 2.78\cdot10^{-4} & 2.44\cdot10^{-4} \\ 8.1\cdot10^{3} & 3.29\cdot10^{-4} & 3.33\cdot10^{-4} & 2.88\cdot10^{-4} & 2.89\cdot10^{-4} \\ 4.9\cdot10^{3} & 3.78\cdot10^{-4} & 3.78\cdot10^{-4} & 3.33\cdot10^{-4} & 3.29\cdot10^{-4} \\ 2.44\cdot10^{3} & 4.40\cdot10^{-4} & 4.47\cdot10^{-4} & 3.44\cdot10^{-4} & 4\cdot10^{-4} \\ 0.81\cdot10^{3} & 4.87\cdot10^{-4} & 4.89\cdot10^{-4} & 4.44\cdot10^{-4} & 4.33\cdot10^{-4} \end{pmatrix}$$

Referencias (matriz esf_tpa):
Columna 1: vector de esfuerzos efectivos en todos los casos, en estado de carga (filas 1-6 y descarga (filas 7-11). [Pa]
Columna 2: tiempos de primeros arribos de ondas, muestra #20-#50 A [seg], carga (filas 1-6) y descarga (filas 7-11).
Columna 3: tiempos de primeros arribos de ondas, muestra #20-#50 C [seg]. idem
Columna 4: tiempos de primeros arribos de ondas, muestra #8-#20 A [seg]. idem
Columna 5: tiempos de primeros arribos de ondas, muestra #8-#20 C [seg].idem.

$l := 1 .. 11$ $\quad n := 1 .. 4$ indices

matriz de tiempos

$tpa := submatrix(esf_tpa, 1, 11, 2, 5)\ s$

$velD_{l,n} := \dfrac{H}{tpa_{l,n}}$ Matriz de velocidades en carga y descarga para todas las muestras

$velD =$

	A	C	A	C
	1	2	3	4
1	181.488	190.84	195.695	214.133
2	197.239	220.751	243.309	243.309
3	235.849	251.256	265.252	290.698
4	272.48	283.286	272.48	300.3
5	296.736	310.559	300.3	392.157
6	343.643	341.297	432.9	450.45
7	325.733	319.489	359.712	409.836
8	303.951	300.3	347.222	346.021
9	264.55	264.55	300.3	303.951
10	227.273	223.714	290.698	250
11	205.339	204.499	225.225	230.947

$\dfrac{m}{s}$

#20 - #50 #8 - #20

Referencias (matriz velD):
Columna 1: Velocidad de propagación muestra #20-#50 A [m/seg], en carga creciente (filas 1-6) y descarga progresiva (filas 7-11).
Columna 2: idem muestra #20-#50 C [m/seg]
Columna 3: idem muestra #8-#20 A [m/seg]
Columna 4: idem muestra #8-#20 C [m/seg]

$esf := submatrix(esf_tpa, 1, 11, 1, 1)\ Pa$ Vector de esfuerzos en Pascales

Asignación de Registros a Vectores

Separar señales en forma individual y representarlas gráficamente.

Nomenclatura:
xnjk:
x: indica granulometría; x=#20#50; y=#8-#20
n: indica peso en Newton;
j: indica c:carga; d:descarga
k: indica a: abultado; c: compactado
Ejemplo: x170ca: registro muestra #20-#50 en (c)arga con muestra (a)bultada.

a) Señales de muestras #20-#50

ABULTADO

$x10ca := data1^{\langle 3 \rangle}$ $x30ca := data1^{\langle 4 \rangle}$ $x60ca := data1^{\langle 5 \rangle}$ $max(x10ca) = 0.086$

$x100ca := data1^{\langle 6 \rangle}$ $x180ca := data1^{\langle 7 \rangle}$ $x405ca := data1^{\langle 8 \rangle}$ $a1 := .07$

$x10da := data2^{\langle 3 \rangle}$ $x30da := data2^{\langle 4 \rangle}$ $x60da := data2^{\langle 5 \rangle}$ $max(x405ca) = 0.204$

$x100da := data2^{\langle 6 \rangle}$ $x180da := data2^{\langle 7 \rangle}$

NOTA: en las figuras el trigger posicionado en tiempo=500 microseg.

COMPACTADO

$x10cc := data3^{\langle 3 \rangle}$ $x30cc := data3^{\langle 4 \rangle}$ $x60cc := data3^{\langle 5 \rangle}$ $max(x10cc) = 0.074$

$x100cc := data3^{\langle 6 \rangle}$ $x180cc := data3^{\langle 7 \rangle}$ $x405cc := data3^{\langle 8 \rangle}$ $a2 := .05$

$x10dc := data4^{\langle 3 \rangle}$ $x30dc := data4^{\langle 4 \rangle}$ $x60dc := data4^{\langle 5 \rangle}$ $max(x405cc) = 0.1$

$x100dc := data4^{\langle 6 \rangle}$ $x180dc := data4^{\langle 7 \rangle}$

b) Señales de muestras #8-#20

ABULTADO

$y10ca := data5^{\langle 3 \rangle}$ $y30ca := data5^{\langle 4 \rangle}$ $y60ca := data5^{\langle 5 \rangle}$ $max(y10ca) = 0.014$

$y100ca := data5^{\langle 6 \rangle}$ $y180ca := data5^{\langle 7 \rangle}$ $y405ca := data5^{\langle 8 \rangle}$ $a3 := .05$

$y10da := data6^{\langle 3 \rangle}$ $y30da := data6^{\langle 4 \rangle}$ $y60da := data6^{\langle 5 \rangle}$ $max(y405ca) = 0.05$

$y100da := data6^{\langle 6 \rangle}$ $y180da := data6^{\langle 7 \rangle}$

COMPACTADO

$y10cc := data7^{\langle 3 \rangle}$ $y30cc := data7^{\langle 4 \rangle}$ $y60cc := data7^{\langle 5 \rangle}$ $max(y10cc) = 0.017$

$y100cc := data7^{\langle 6 \rangle}$ $y180cc := data7^{\langle 7 \rangle}$ $y405cc := data7^{\langle 8 \rangle}$ $a4 := .05$

$y10dc := data8^{\langle 3 \rangle}$ $y30dc := data8^{\langle 4 \rangle}$ $y60dc := data8^{\langle 5 \rangle}$ $max(y405cc) = 0.055$

$y100dc := data8^{\langle 6 \rangle}$ $y180dc := data8^{\langle 7 \rangle}$

Representación Gráfica de las Ondas en Régimen de Carga y Descarga

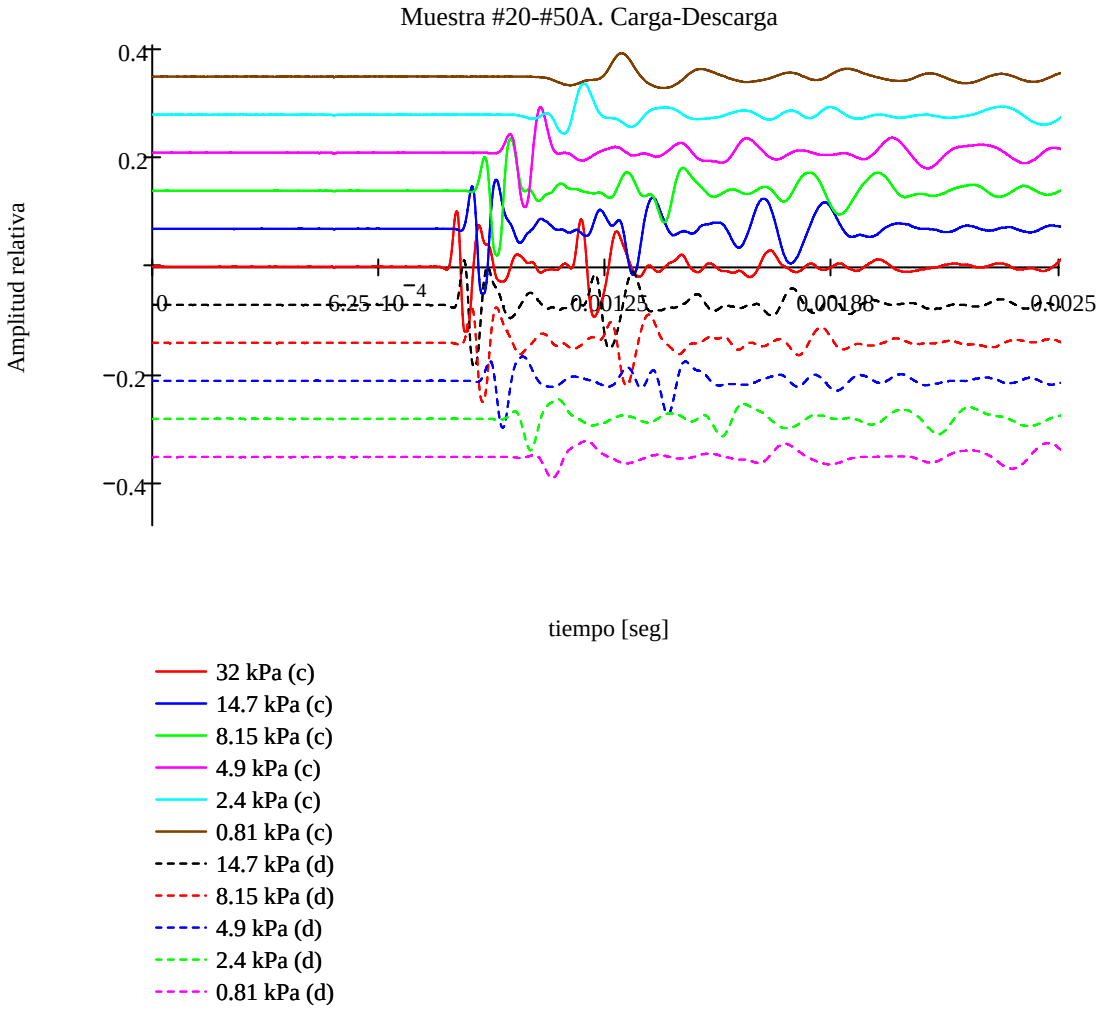


Figura PM3.5.1 Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d). Muestra #20-#50 A.

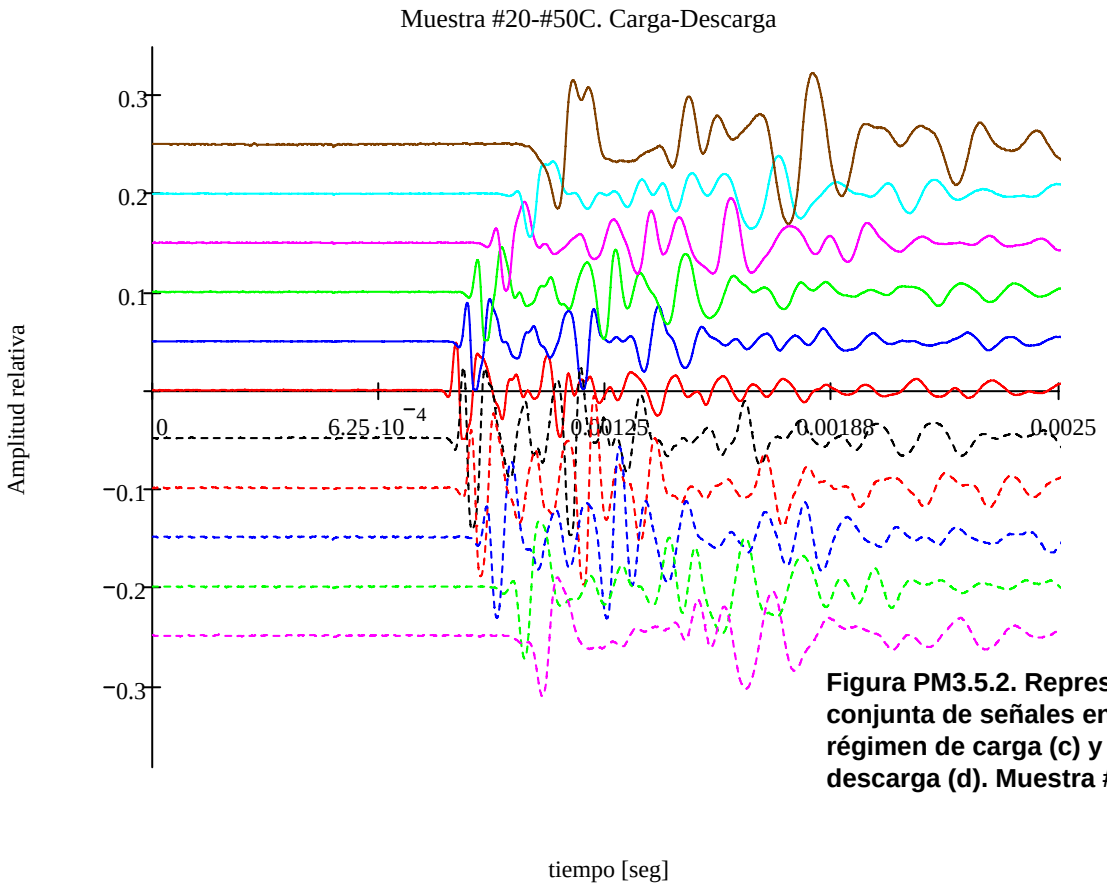


Figura PM3.5.2. Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d). Muestra #20-#50 C.

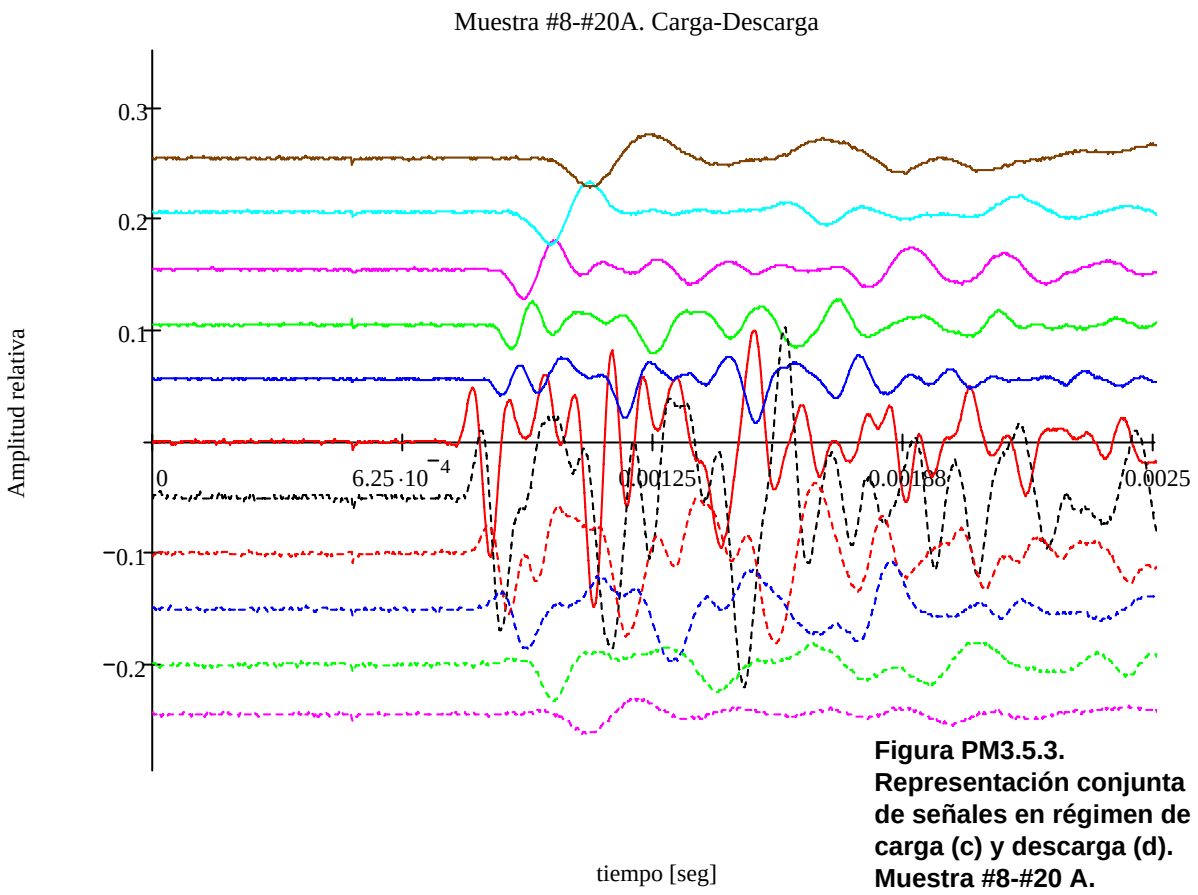


Figura PM3.5.3. Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d). Muestra #8-#20 A.

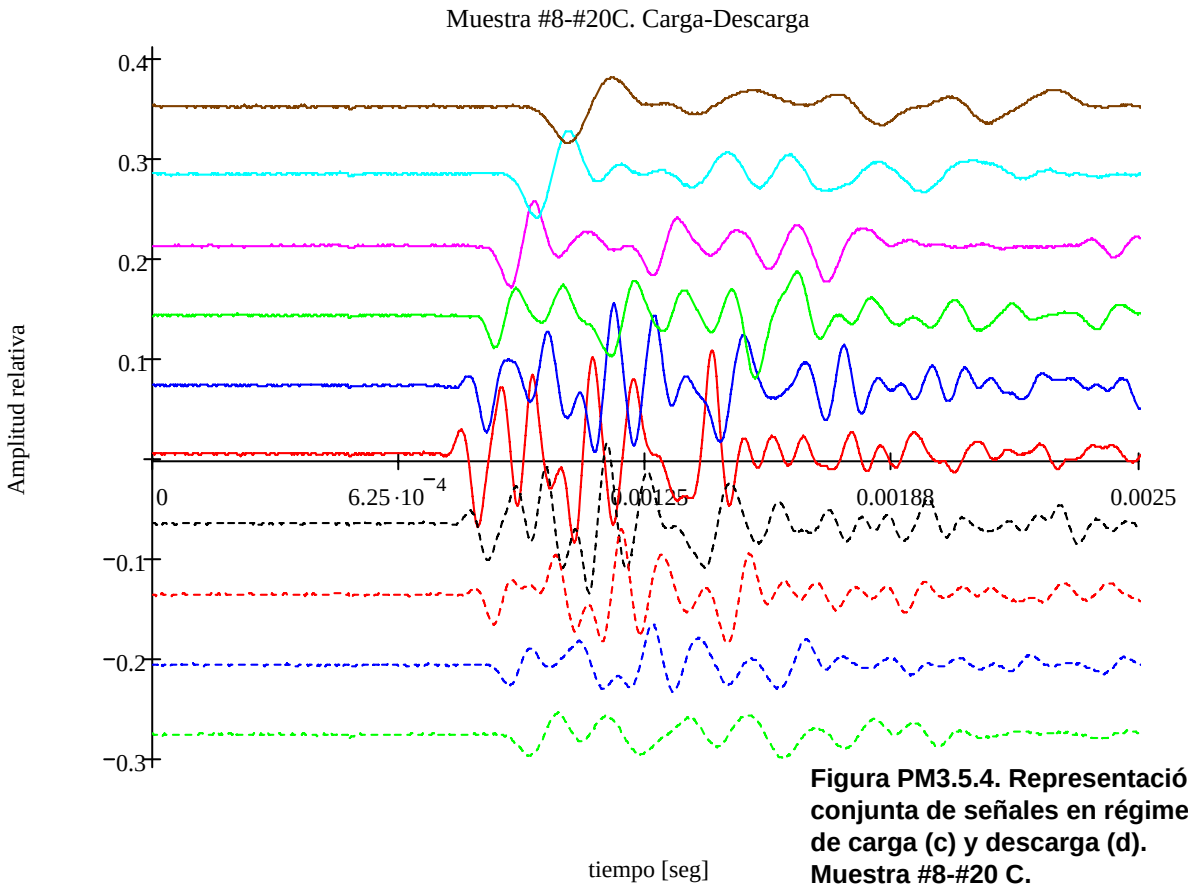


Figura PM3.5.4. Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d). Muestra #8-#20 C.

Relaciones entre las Velocidades de Propagación y los Esfuerzos efectivos (σ')

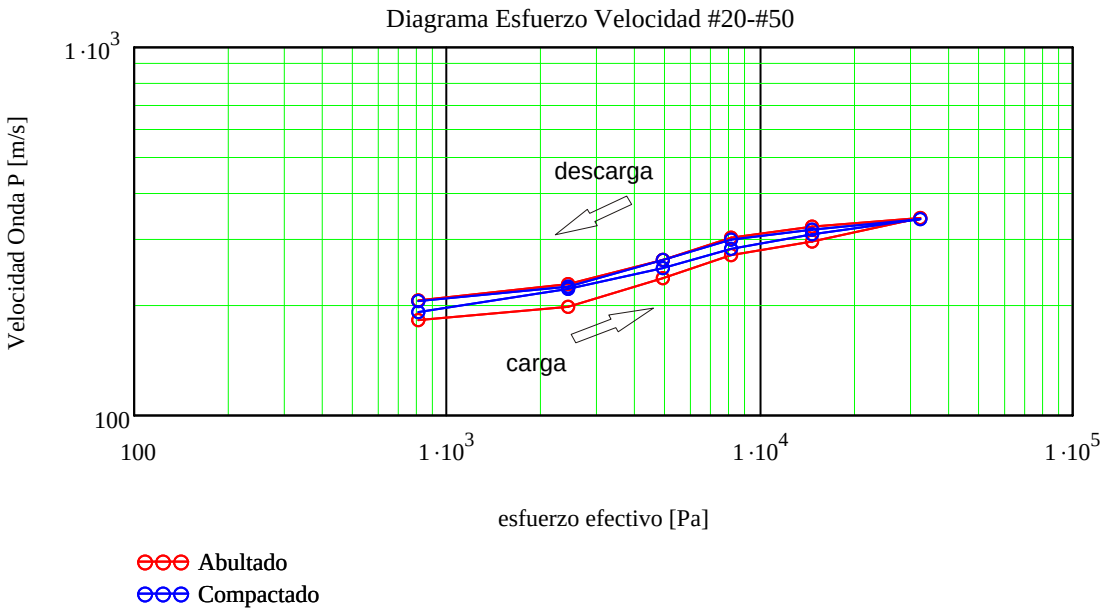


Figura PM3.5.5. Relación entre Velocidad de Propagación (onda P) y esfuerzo aplicado. Muestra #20-#50.

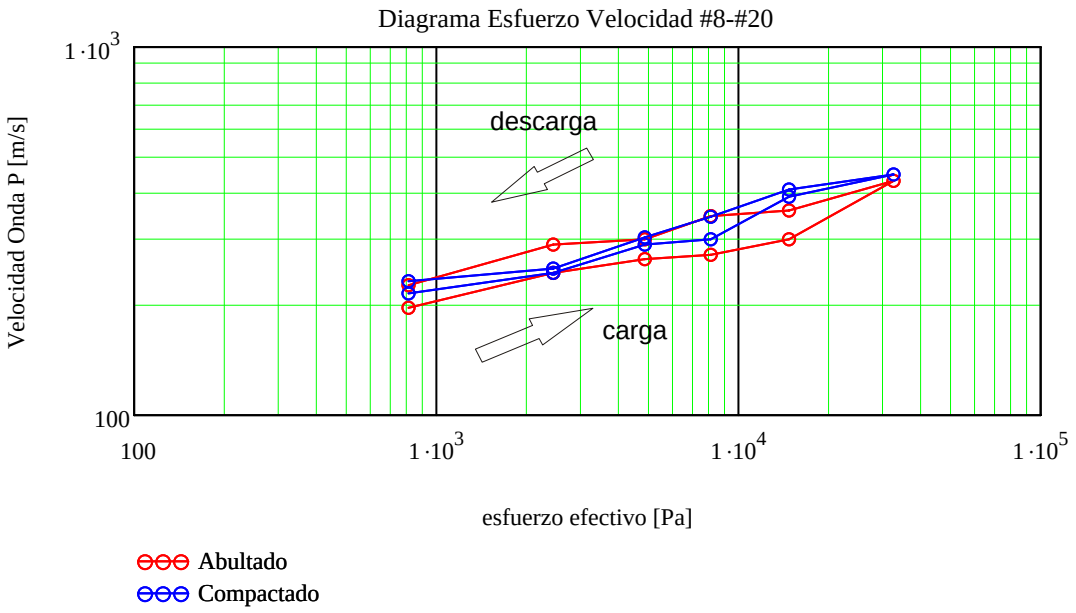


Figura PM3.5.6. Relación entre Velocidad de Propagación (onda P) y esfuerzo aplicado. Muestra #8-#20.

PLANILLA MATEMATICA 3.6 Representación Gráfica de Ondas que se propagan en muestras de 2 granulometrías: #20-#50; #8-#20 (IRAM-ASTM) sometidas a estados de carga y descarga sucesivos (Fuertes) con prensa (ver PM 3.4). La propagación se registró en modo abultado (A) (sin compactación previa) y compactada (C). Al final representación conjunta de los ensayos en estado D y F.

ORIGIN := 1

fn: PM36-Gráficas de Ensayos de Carga-F.mcd

Leer datos desde archivos

data1 := READPRN("ECF#20#50-carga-A.txt")

data2 := READPRN("ECF#20#50-descarga-A.txt")

data3 := READPRN("ECF#20#50-carga-C.txt")

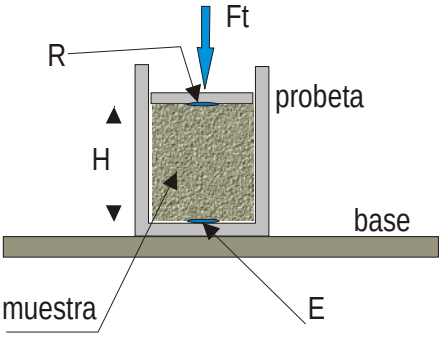
data4 := READPRN("ECF#20#50-descarga-C.txt")

data5 := READPRN("ECF#8#20-carga-A.txt")

data6 := READPRN("ECF#8#20-descarga-A.txt")

data7 := READPRN("ECF#8#20-carga-C.txt")

data8 := READPRN("ECF#8#20-descarga-C.txt")



H := 0.1m Distancia de viaje

Los archivos leídos contienen entre 7 (los de carga) y 6 (descarga) registros cada uno (además de la señal de trigger), de ondas leídas para las presiones efectivas siguientes:239kPa; 377kPa; 475kPa; 633kPa; 1026kPa; 1420kPa y 1774kPa (Ft/Area de la probeta). La Tabla de equivalencias entre presiones efectivas y cargas se encuentra en Tabla 3.2 y PM 3.4. La columna 1 contiene datos de tiempos de muestreo, la 2 el disparo (trigger) y las restantes lo citado.La letra *A* (abultada) indica que la muestra no está compactada y la *C* que lo está.

***Calcular los parámetros de las señales*.**

Nota : Todos los registros tuvieron la misma base de tiempo M=500μseg, con frecuencia de muestreo FS=5x10^{5}Hz

Indices: $N := \text{rows}(data1)$ $i := 1 .. N$ $N = 2.5 \times 10^3$

$tiempos := data1^{\langle 1 \rangle} \cdot sec$

Intervalo de Muestreo: (microsec) $\Delta t := tiempos_{2500} - tiempos_{2499}$

$\Delta t = 2 \times 10^{-6}\ s$

tiempo de registro: $rectime := 2500 \cdot \Delta t$

$rectime = 5 \times 10^{-3}\ s$

Base de tiempos $M := \frac{rectime}{10}$ $M = 5 \times 10^{-4}\ s$

Frecuencia de muestreo (FS): $FS := \frac{1}{\Delta t}$ $FS = 5 \times 10^5\ \frac{1}{s}$

Vector de esfuerzo y tiempos de primeros arribos en 2 muestras sometidas a cargas variables.

$$esf_tpa := \begin{pmatrix} 239\cdot10^{3} & 2.22\cdot10^{-4} & 1.80\cdot10^{-4} & 1.67\cdot10^{-4} & 1.80\cdot10^{-4} \\ 377\cdot10^{3} & 1.93\cdot10^{-4} & 1.60\cdot10^{-4} & 1.53\cdot10^{-4} & 1.62\cdot10^{-4} \\ 475\cdot10^{3} & 1.78\cdot10^{-4} & 1.55\cdot10^{-4} & 1.44\cdot10^{-4} & 1.56\cdot10^{-4} \\ 632\cdot10^{3} & 1.62\times10^{-4} & 1.40\cdot10^{-4} & 1.33\cdot10^{-4} & 1.42\cdot10^{-4} \\ 1026\cdot10^{3} & 1.40\cdot10^{-4} & 1.22\cdot10^{-4} & 1.20\cdot10^{-4} & 1.22\cdot10^{-4} \\ 1419\cdot10^{3} & 1.29\cdot10^{-4} & 1.11\cdot10^{-4} & 1.09\cdot10^{-4} & 1.11\cdot10^{-4} \\ 1774\cdot10^{3} & 1.22\cdot10^{-4} & 1.09\cdot10^{-4} & 1.09\cdot10^{-4} & 1.07\cdot10^{-4} \\ 1419\cdot10^{3} & 1.24\cdot10^{-4} & 1.11\cdot10^{-4} & 1.09\cdot10^{-4} & 1.09\cdot10^{-4} \\ 1026\cdot10^{3} & 1.22\cdot10^{-4} & 1.15\cdot10^{-4} & 1.18\cdot10^{-4} & 1.13\cdot10^{-4} \\ 632\cdot10^{3} & 1.40\cdot10^{-4} & 1.27\cdot10^{-4} & 1.27\cdot10^{-4} & 1.22\cdot10^{-4} \\ 475\cdot10^{3} & 1.49\cdot10^{-4} & 1.31\cdot10^{-4} & 1.36\cdot10^{-4} & 1.33\cdot10^{-4} \\ 377\cdot10^{3} & 1.60\cdot10^{-4} & 1.40\cdot10^{-4} & 1.38\cdot10^{-4} & 1.38\cdot10^{-4} \\ 239\cdot10^{3} & 1.82\cdot10^{-4} & 1.58\cdot10^{-4} & 1.62\cdot10^{-4} & 1.47\cdot10^{-4} \end{pmatrix}$$

Referencias (matriz esf_tpa):
Columna 1: vector de esfuerzos efectivos en todos los casos, en estado de carga (filas 1-7 y descarga (filas 8-13). [Pa]
Columna 2: tiempos de primeros arribos de ondas, muestra #20-#50 A [seg], para carga (filas 1-7) y descarga (filas 8-13).
Columna 3: tiempos de primeros arribos de ondas, muestra #20-#50 C [seg]. idem
Columna 4: tiempos de primeros arribos de ondas, muestra #8-#20 A [seg]. idem
Columna 5: tiempos de primeros arribos de ondas, muestra #8-#20 C [seg].idem.

$l := 1 .. 13 \qquad n := 1 .. 4$ indices

$tpa := submatrix(esf_tpa, 1, 13, 2, 5)$ s

$$velF_{l,n} := \frac{H}{tpa_{l,n}}$$

Matriz de velocidades en carga y descarga para todas las muestras

velF =

	1	2	3	4
1	450.45	555.556	598.802	555.556
2	518.135	625	653.595	617.284
3	561.798	645.161	694.444	641.026
4	617.284	714.286	751.88	704.225
5	714.286	819.672	833.333	819.672
6	775.194	900.901	917.431	900.901
7	819.672	917.431	917.431	934.579
8	806.452	900.901	917.431	917.431
9	819.672	869.565	847.458	884.956
10	714.286	787.402	787.402	819.672
11	671.141	763.359	735.294	751.88
12	625	714.286	724.638	724.638
13	549.451	632.911	617.284	680.272

$\frac{m}{s}$

Referencias (matriz velF):
Columna 1: Velocidad de propagación muestra #20-#50 A [m/seg], carga (filas 1-7 y descarga(filas 8-13)
Columna 2: idem muestra #20-#50 C [m/seg]
Columna 3: idem muestra #8-#20 A [m/seg]
Columna 4: idem muestra #8-#20 C [m/seg]

$esf := submatrix(esf_tpa, 1, 13, 1, 1) \cdot Pa$ Vector de esfuerzos en Pascales

Asignación de Registros a Vectores

Separar señales en forma individual y representarlas gráficamente.

Nomenclatura:
xnjk:
x: indica granulometría; x=#20#50; y=#8-#20
n: indica presión efectiva en kPa;
j: indica c:carga; d:descarga
k: indica a: abultado; c: compactado
Ejemplo: *x239ca: registro muestra #20-#50, presión efectiva σ'=239kPa en (c)arga con muestra (a)bultada.*

a) Señales de muestras #20-#50

ABULTADO

$x239ca := data1^{\langle 4 \rangle}$ $x377ca := data1^{\langle 5 \rangle}$ $x475ca := data1^{\langle 6 \rangle}$ $x1774ca := data1^{\langle 10 \rangle}$

$x633ca := data1^{\langle 7 \rangle}$ $x1026ca := data1^{\langle 8 \rangle}$ $x1420ca := data1^{\langle 9 \rangle}$ $max(x239ca) = 0.648$ $a1 := .25$

$x239da := data2^{\langle 4 \rangle}$ $x377da := data2^{\langle 5 \rangle}$ $x475da := data2^{\langle 6 \rangle}$ $max(x1774ca) = 1.072$

$x633da := data2^{\langle 7 \rangle}$ $x1026da := data2^{\langle 8 \rangle}$ $x1420da := data2^{\langle 9 \rangle}$

NOTA: en las figuras inferiores el trigger posicionado en tiempo=500 microseg.

COMPACTADO

$x239cc := data3^{\langle 4 \rangle}$ $x377cc := data3^{\langle 5 \rangle}$ $x475cc := data3^{\langle 6 \rangle}$ $x1774cc := data3^{\langle 10 \rangle}$

$x633cc := data3^{\langle 7 \rangle}$ $x1026cc := data3^{\langle 8 \rangle}$ $x1420cc := data3^{\langle 9 \rangle}$ $max(x239cc) = 0.107$

$x239dc := data4^{\langle 4 \rangle}$ $x377dc := data4^{\langle 5 \rangle}$ $x475dc := data4^{\langle 6 \rangle}$ $max(x1774cc) = 0.107$

$x633dc := data4^{\langle 7 \rangle}$ $x1026dc := data4^{\langle 8 \rangle}$ $x1420dc := data4^{\langle 9 \rangle}$

b) Señales de muestras #8-#20

ABULTADO

$y239ca := data5^{\langle 4 \rangle}$ $y377ca := data5^{\langle 5 \rangle}$ $y475ca := data5^{\langle 6 \rangle}$ $y1774ca := data5^{\langle 10 \rangle}$

$y633ca := data5^{\langle 7 \rangle}$ $y1026ca := data5^{\langle 8 \rangle}$ $y1420ca := data5^{\langle 9 \rangle}$ $max(y239ca) = 0.094$

$y239da := data6^{\langle 4 \rangle}$ $y377da := data6^{\langle 5 \rangle}$ $y475da := data6^{\langle 6 \rangle}$ $max(y1774ca) = 0.107$

$y633da := data6^{\langle 7 \rangle}$ $y1026da := data6^{\langle 8 \rangle}$ $y1420da := data6^{\langle 9 \rangle}$

NOTA: en las figuras inferiores el trigger posicionado en tiempo=500 microseg.

COMPACTADO

$y239cc := data7^{\langle 4 \rangle}$ $y377cc := data7^{\langle 5 \rangle}$ $y475cc := data7^{\langle 6 \rangle}$ $y1774cc := data7^{\langle 10 \rangle}$

$y633cc := data7^{\langle 7 \rangle}$ $y1026cc := data7^{\langle 8 \rangle}$ $y1420cc := data7^{\langle 9 \rangle}$ $\max(y239cc) = 0.072$ $a4 := .04$

$y239dc := data8^{\langle 4 \rangle}$ $y377dc := data8^{\langle 5 \rangle}$ $y475dc := data8^{\langle 6 \rangle}$ $\max(y1774cc) = 0.107$

$y633dc := data8^{\langle 7 \rangle}$ $y1026dc := data8^{\langle 8 \rangle}$ $y1420dc := data8^{\langle 9 \rangle}$

NOTA: en las figuras inferiores el trigger posicionado en tiempo=500 microseg.

Representación Gráfica de las Ondas en Régimen de Carga y Descarga

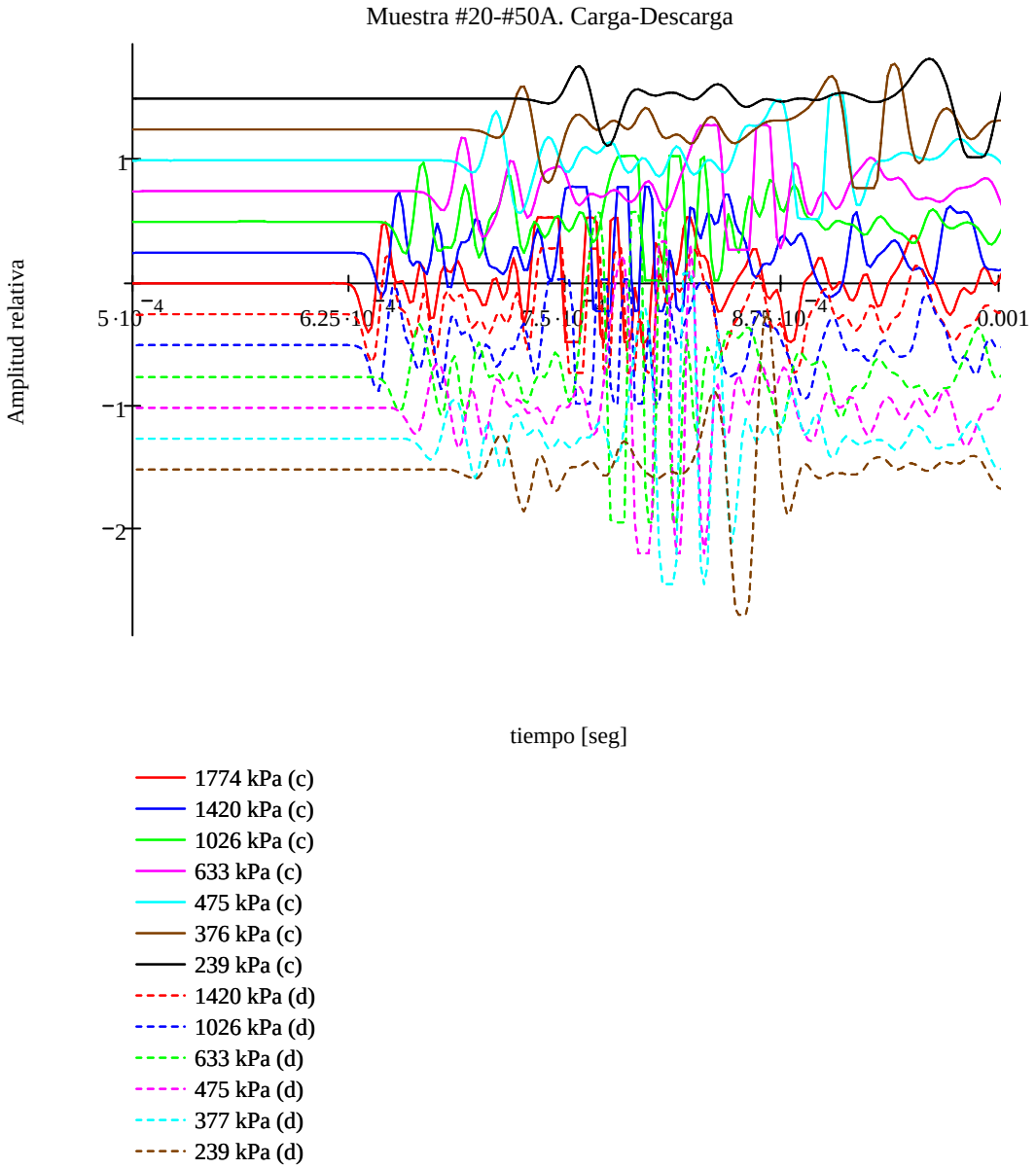


Figura PM3.6.1. Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d). Muestra #20-#50 A.

a2 := .05

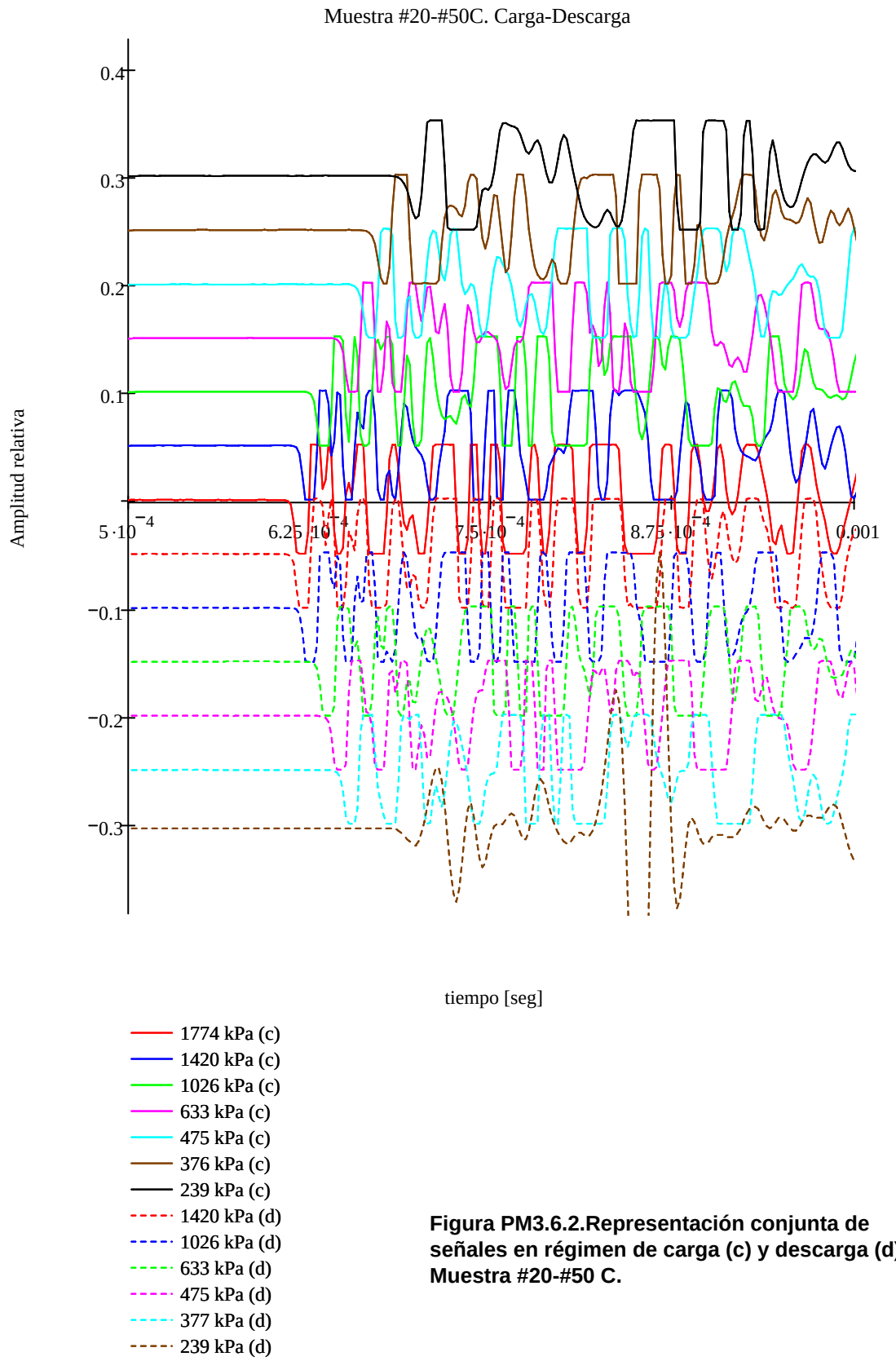


Figura PM3.6.2.Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d). Muestra #20-#50 C.

a3 := .05

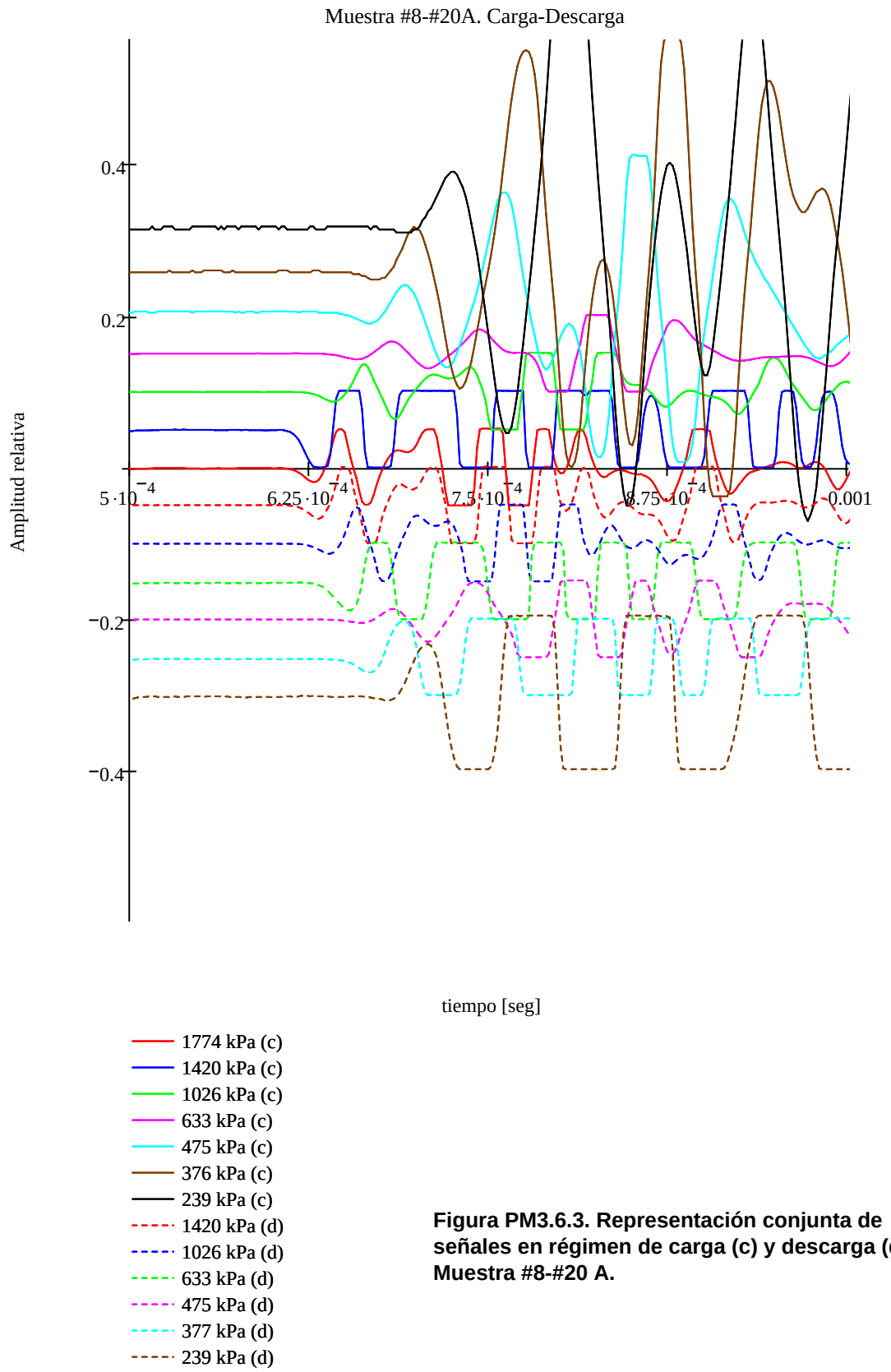


Figura PM3.6.3. Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d). Muestra #8-#20 A.

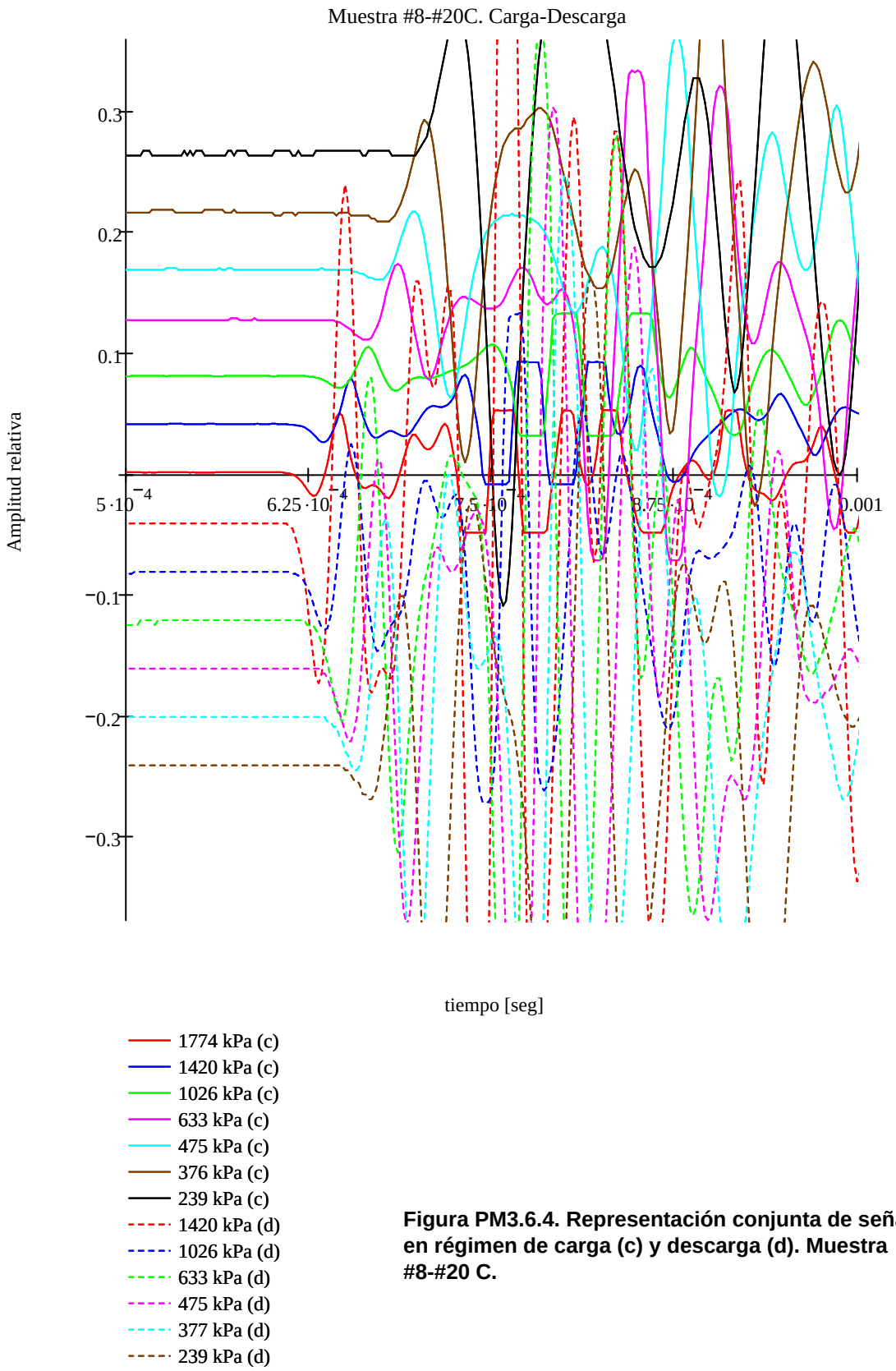


Figura PM3.6.4. Representación conjunta de señales en régimen de carga (c) y descarga (d). Muestra #8-#20 C.

Relaciones entre las Velocidades de Propagación y los Esfuerzos efectivos (σ')

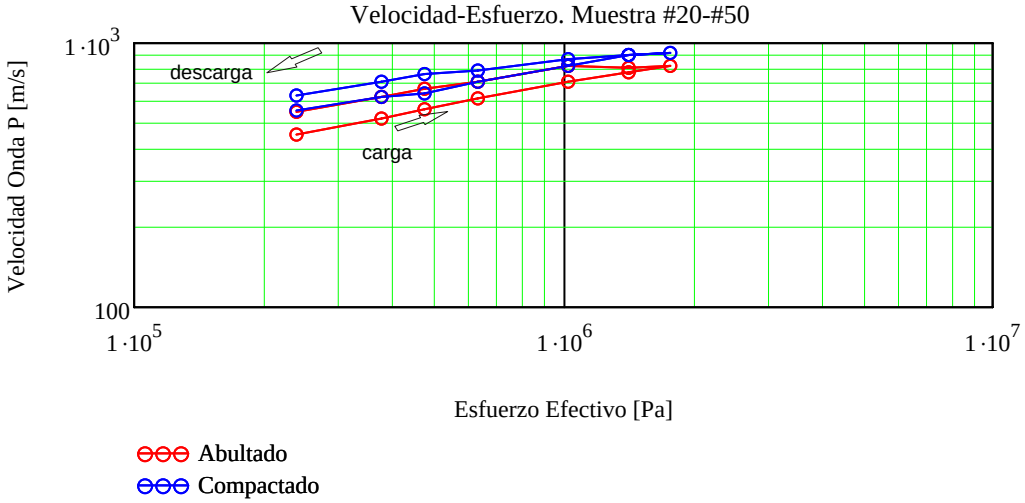


Figura PM3.6.5.Relación entre Velocidad de Propagación (onda P) y esfuerzo aplicado. Muestra #20-#50.

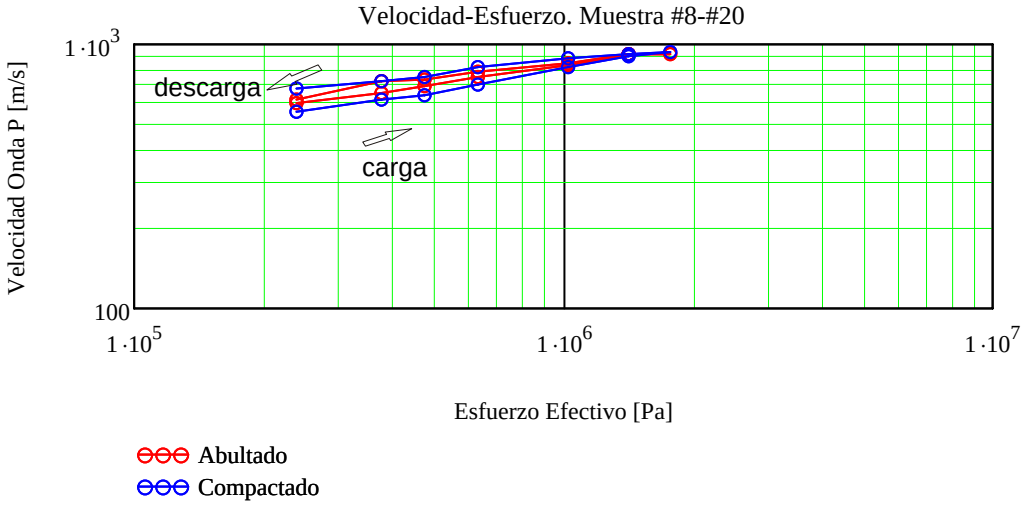


Figura PM3.6.6.Relación entre Velocidad de Propagación (onda P) y esfuerzo aplicado. Muestra #8-#20.

Representación Conjunta de los Resultados en Régimen Débil e Intenso

Caso A: Muestra #20-#50 Abultado

$$esfuerzoasc := \begin{pmatrix} 0.81\cdot 10^3 \\ 2.4\cdot 10^3 \\ 4.9\cdot 10^3 \\ 8.15\cdot 10^3 \\ 14.7\cdot 10^3 \\ 32\cdot 10^3 \\ 239\cdot 10^3 \\ 377\cdot 10^3 \\ 475\cdot 10^3 \\ 633\cdot 10^3 \\ 1026\cdot 10^3 \\ 1420\cdot 10^3 \\ 1774\cdot 10^3 \end{pmatrix} Pa \qquad esfuerzodesc := \begin{pmatrix} 1420\cdot 10^3 \\ 1026\cdot 10^3 \\ 633\cdot 10^3 \\ 475\cdot 10^3 \\ 377\cdot 10^3 \\ 239\cdot 10^3 \\ 14.7\cdot 10^3 \\ 8.15\cdot 10^3 \\ 4.9\cdot 10^3 \\ 2.4\cdot 10^3 \\ 0.81\cdot 10^3 \end{pmatrix}$$

velF =

	1	2	3	4
1	450.45	555.556	598.802	555.556
2	518.135	625	653.595	617.284
3	561.798	645.161	694.444	641.026
4	617.284	714.286	751.88	704.225
5	714.286	819.672	833.333	819.672
6	775.194	900.901	917.431	900.901
7	819.672	917.431	917.431	934.579
8	806.452	900.901	917.431	917.431
9	819.672	869.565	847.458	884.956
10	714.286	787.402	787.402	819.672
11	671.141	763.359	735.294	751.88
12	625	714.286	724.638	724.638
13	549.451	632.911	617.284	680.272

$\frac{m}{s}$

$$\begin{pmatrix} 181.488 & 190.84 & 195.695 & 214.133 \\ 197.239 & 220.751 & 243.309 & 243.309 \\ 235.849 & 251.256 & 265.252 & 290.698 \\ 272.48 & 283.286 & 272.48 & 300.3 \\ 296.736 & 310.559 & 300.3 & 392.157 \\ 343.643 & 341.297 & 432.9 & 450.45 \\ 325.733 & 319.489 & 359.712 & 409.836 \\ 303.951 & 300.3 & 347.222 & 346.021 \\ 264.55 & 264.55 & 300.3 & 303.951 \\ 227.273 & 223.714 & 290.698 & 250 \\ 205.339 & 204.499 & 225.225 & 230.947 \end{pmatrix} \frac{m}{s}$$

carga2050A := stack(submatrix(velD, 1, 6, 1, 1), submatrix(velF, 1, 7, 1, 1))

$carga2050A^T =$

	1	2	3	4	5	6	7
1	181.488	197.239	235.849	272.48	296.736	343.643	450.45

$\frac{m}{s}$

descarga2050A := stack(submatrix(velF, 8, 13, 1, 1), submatrix(velD, 7, 11, 1, 1))

$descarga2050A^T =$

	1	2	3	4	5	6	7
1	806.452	819.672	714.286	671.141	625	549.451	325.733

$\frac{m}{s}$

Gráfico en Escala Logarítmica

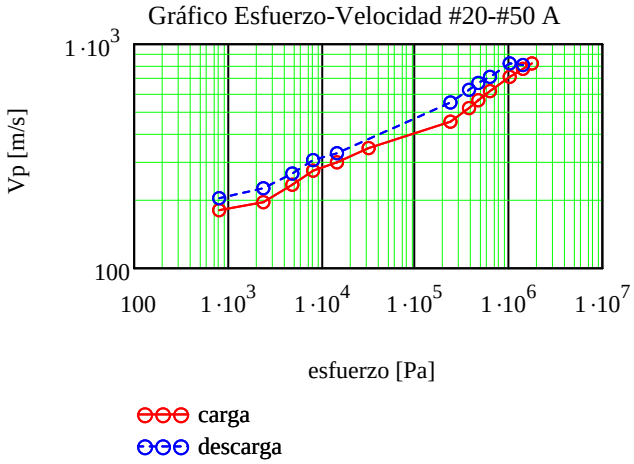
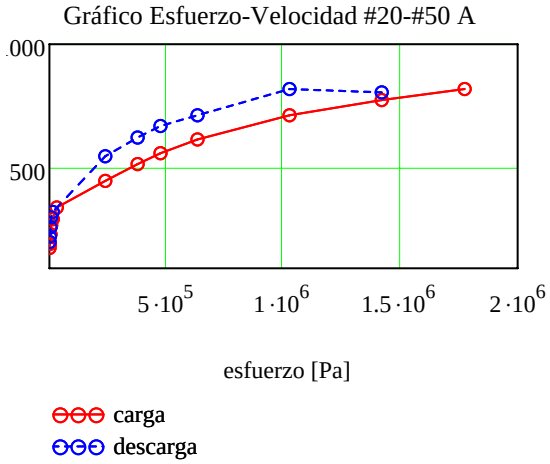


Gráfico en Escala Lineal



Caso B: Muestra #20-#50 Compactada

carga2050C := stack(submatrix(velD, 1, 6, 2, 2), submatrix(velF, 1, 7, 2, 2))

descarga2050C := stack(submatrix(velF, 8, 13, 2, 2), submatrix(velD, 7, 11, 2, 2))

Gráfico en Escala Logarítmica

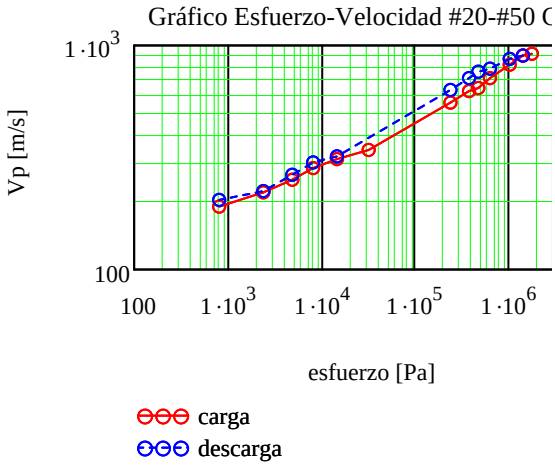
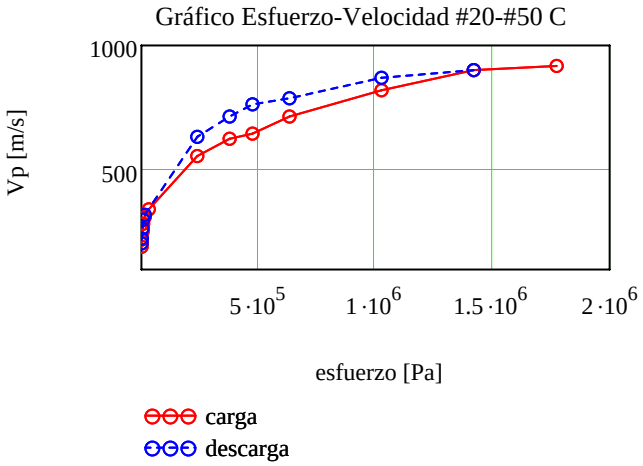


Gráfico en Escala Lineal



Caso C: Muestra #8-#20 Abultado

carga820A := stack(submatrix(velD, 1, 6, 3, 3), submatrix(velF, 1, 7, 3, 3))

descarga820A := stack(submatrix(velF, 8, 13, 3, 3), submatrix(velD, 7, 11, 3, 3))

Gráfico en Escala Logarítmica

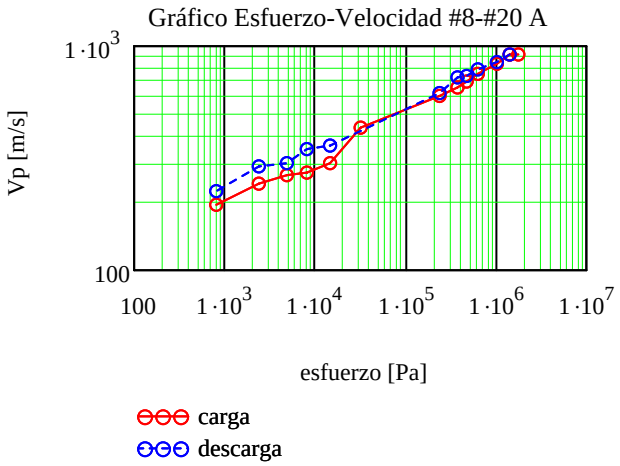
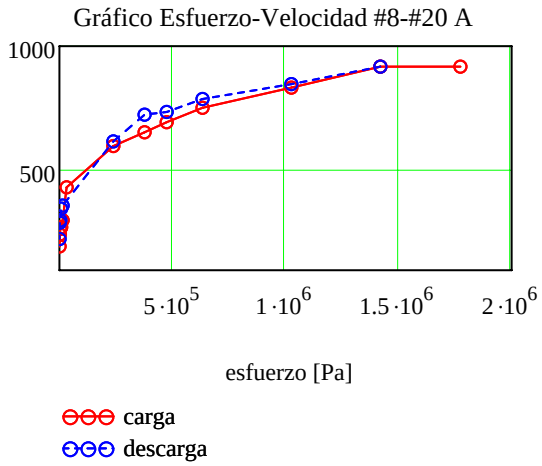


Gráfico en Escala Lineal



Caso D: Muestra #8-#20 Compactada

carga820C := stack(submatrix(velD, 1, 6, 4, 4), submatrix(velF, 1, 7, 4, 4))

descarga820C := stack(submatrix(velF, 8, 13, 4, 4), submatrix(velD, 7, 11, 4, 4))

Gráfico en Escala Logarítmica

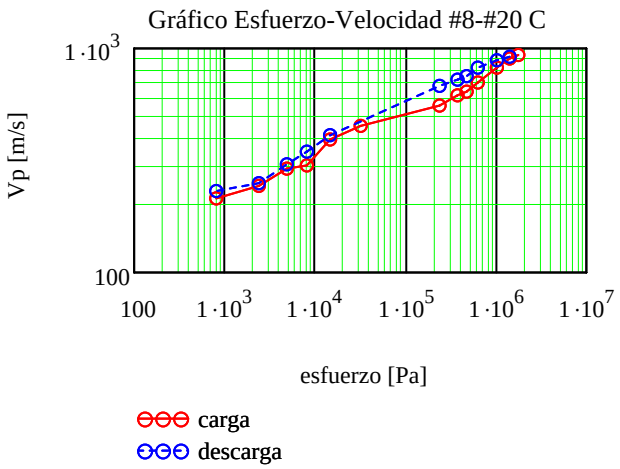
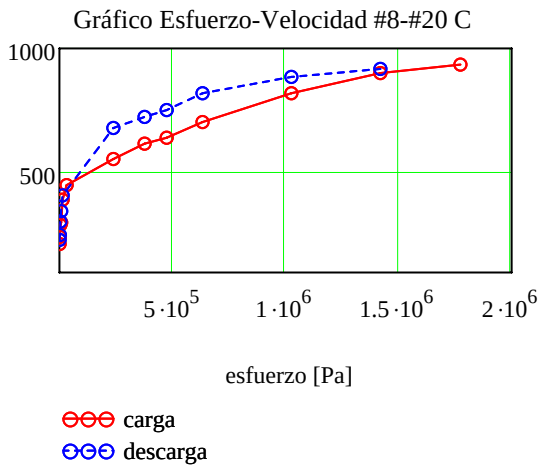


Gráfico en Escala Lineal

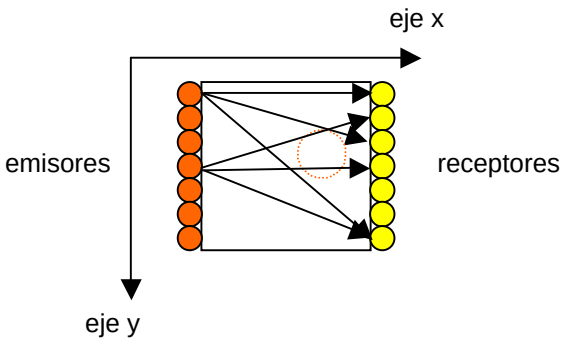


Planilla Matemática PM 4.1. Método de Inversión iterativo ART. Modelos A y B (Figuras 4.2 y 4.3).

ORIGIN := 1

fn1:PM41-ART.MCD
fn2:ModeloA-ch.prd
fn3:S-ModeloA-ch.prd

Planteo :



a) Ingresar matriz de datos experimentales

data := READPRN("ModeloA-ch.prd") data en metros; tiempos en seg.

ymeas := $data^{\langle 5 \rangle}$ lectura de los tiempos de viaje (seg.)

data =

	1	2	3	4	5
1	0	0.076	1.532	0.076	$4.376 \cdot 10^{-3}$
2	0	0.076	1.532	0.305	$4.425 \cdot 10^{-3}$
3	0	0.076	1.532	0.533	$4.567 \cdot 10^{-3}$
4	0	0.076	1.532	0.762	$4.795 \cdot 10^{-3}$
5	0	0.076	1.532	0.991	$5.097 \cdot 10^{-3}$
6	0	0.076	1.532	1.219	$5.46 \cdot 10^{-3}$
7	0	0.076	1.532	1.448	$5.874 \cdot 10^{-3}$
8	0	0.305	1.532	0.076	$4.425 \cdot 10^{-3}$
9	0	0.305	1.532	0.305	$4.376 \cdot 10^{-3}$
10	0	0.305	1.532	0.533	$4.425 \cdot 10^{-3}$
11	0	0.305	1.532	0.762	$4.567 \cdot 10^{-3}$
12	0	0.305	1.532	0.991	$4.795 \cdot 10^{-3}$
13	0	0.305	1.532	1.219	$5.097 \cdot 10^{-3}$
14	0	0.305	1.532	1.448	$5.224 \cdot 10^{-3}$
15	0	0.533	1.532	0.076	$4.567 \cdot 10^{-3}$
16	0	0.533	1.532	0.305	$4.425 \cdot 10^{-3}$
17	0	0.533	1.532	0.533	$4.376 \cdot 10^{-3}$
18	0	0.533	1.532	0.762	$4.425 \cdot 10^{-3}$
19	0	0.533	1.532	0.991	$4.34 \cdot 10^{-3}$
20	0	0.533	1.532	1.219	$4.521 \cdot 10^{-3}$
21	0	0.533	1.532	1.448	$4.88 \cdot 10^{-3}$
22	0	0.762	1.532	0.076	$4.795 \cdot 10^{-3}$
23	0	0.762	1.532	0.305	$4.567 \cdot 10^{-3}$
24	0	0.762	1.532	0.533	$4.194 \cdot 10^{-3}$
25	0	0.762	1.532	0.762	$4.104 \cdot 10^{-3}$

b) y=S.x. Formar la matriz S geométrica

Se construye con un algoritmo trazador de rayos. Los datos de entrada al programa son el número de emisores, número de receptores y el archivo de datos experimentales de cinco columnas: *xs,ys,xr,yr,tmedido*; se lo denomina S-ModeloA.prd y se definen 7x7=49 pixeles rectangulares, aunque el programa permite cualquier número de ellos (con lo que aumenta la subdeterminación).
Nota: La matriz S es idéntica tanto para Modelo A como el B por tener configuraciones geométricas idénticas.

$S := \text{READPRN}(\text{"S-ModeloA-ch.prd"})$

$M := \text{rows}(S)$ $\quad M = 49$ $\quad i := 1 .. M$

$N := \text{cols}(S)$ $\quad N = 49$ $\quad j := 1 .. N$

NOTA: las columnas de 'S' representan pixels, las filas rayos

S =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.219	0.219	0.219	0.219	0.219	0.219	0.219	0	0	0
2	0.243	0.241	0.222	0.179	0.082	0	0	0	0	0
3	0.245	0.207	0	0	0	0	0	0	0	0.184
4	0.237	0.118	0	0	0	0	0	0	0.159	0.239
5	0.243	0	0	0	0	0	0	0	0.233	0.21
6	0.252	0	0	0	0	0	0	0	0.268	0
7	0.247	0	0	0	0	0	0	0.115	0.261	0
8	0	0	0.082	0.179	0.222	0.241	0.243	0.234	0.204	0.143
9	0	0	0	0	0	0	0	0.219	0.219	0.219
10	0	0	0	0	0	0	0	0.252	0.245	0.219
11	0	0	0	0	0	0	0	0.246	0.196	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0.235	0.081	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0.234	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0.245	0	0
15	0	0	0	0	0	0.207	0.245	0	0.124	0.229
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0.118	0.237	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0.243	0	0	0

c) Cálculo de la estabilidad de 'S'. SVD

rango de S y de S aumentada:

$\mathrm{rank}(S) = 46$ sistema subdeterminado e inconsistente

$Saum := \mathrm{augment}(S, ymeas)$ matriz no singular

$\mathrm{rank}(Saum) = 47$ 49 incógnitas con 46 ecuaciones LI

Análisis de la estabilidad a partir del número de condición:

SVD : $MM := \mathrm{svd}(S)$

$U := \mathrm{submatrix}(MM, 1, M, 1, N)$ $V := \mathrm{submatrix}(MM, M+1, M+N, 1, N)$ $\Lambda := \mathrm{diag}(\mathrm{svds}(S))$

$\min(\mathrm{svds}(S)) = 0$ $\max(\mathrm{svds}(S)) = 1.843$

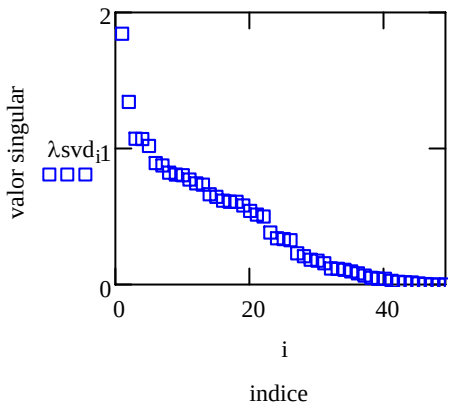
$\kappa := \dfrac{\max(\mathrm{svds}(S))}{\min(\mathrm{svds}(S))}$ $\kappa = 9.466 \times 10^{18}$ matriz mal condicionada singular κ muy grande.

Verificación de igualdad entre UAV^T y S :

$U \cdot \Lambda \cdot V^T =$

	1	2	3	4
1	0.219	0.219	0.219	0.219
2	0.243	0.241	0.222	0.179
3	0.245	0.207	0	0
4	0.237	0.118	0	0
5	0.243	0	0	0
6	0.252	0	0	0
7	0.247	0	0	0
8	0	0	0.082	0.179
9	0	0	0	0

Ranking de svds: $\lambda svd := \mathrm{svds}(S)$



TECNICA DE RECONSTRUCCION ALGEBRAICA (ART)

$$errdist_{i,j} := \frac{S_{i,j}}{\sum_j \left(S_{i,j}\right)^2} \qquad errdis := errdist^T$$

```
Range3Vec(s, e, i) := | count ← 1
                      | for i ∈ s, s + i .. e
                      |   | V_count ← 0.005
                      |   | count ← count + 1
                      | V
```

se forma el vector de inicio con valores unitarios (hay varias formas de hacerlo, ver SIRT). Se arranca con valores iniciales de lentitud (slowness) = 0.005 (= 200 m/s)

$xesti := Range3Vec(1, N, 1)$ primera entrada estimada de x (para 1era iteración)

error entre valores reales y los calculados

$er := ymeas - S \cdot xesti$

$er^T =$

	1	2	3	4	5	6
1	$-3.282 \cdot 10^{-3}$	$-3.318 \cdot 10^{-3}$	$-3.425 \cdot 10^{-3}$	$-3.597 \cdot 10^{-3}$	$-3.823 \cdot 10^{-3}$	$-4.096 \cdot 10^{-3}$

Rutina para calcular xest para iteración 's'

```
xestfART(p) := | s ← 2
               | i ← 1
               | x ← xesti
               | while s ≤ p
               |   | er_i ← ymeas_i − (S·x)_i
               |   | x ← x + er_i·errdis^⟨i⟩
               |   | s ← s + 1
               |   | i ← i + 1  if i < M
               |   | i ← 1  otherwise
               | x
```

ejemplo de salida para iteración 150.-

$xestfART(150)^T =$

	1	2	3	4	5	6
1	$3.564 \cdot 10^{-3}$	$2.691 \cdot 10^{-3}$	$2.835 \cdot 10^{-3}$	$2.649 \cdot 10^{-3}$	$2.714 \cdot 10^{-3}$	$2.627 \cdot 10^{-3}$

$p := 300$ se fija el nro de iteraciones en 300.

se transforma los resultados de la función en vector

$s := 1 .. p$ índice para generar el vector

$xestfART^{\langle s \rangle} := xestfART(s)$

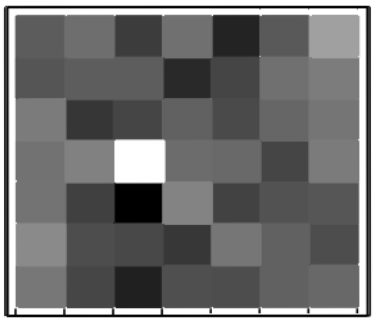
$velestART^{\langle 300 \rangle} := \dfrac{1}{xestfART^{\langle 300 \rangle}}$ NOTA : se puede variar desde 1 a p (que vale 300)

$nh := 7 \qquad nv := 7 \qquad n := nh \cdot nv$

$k := 1 .. n \qquad x := 1 .. nh \qquad y := 1 .. nv$

$\psi ART := velestART^{\langle 300 \rangle} \qquad \Psi ART_{x,y} := \psi ART_{x+nh\cdot(y-1)}$

Modelo A



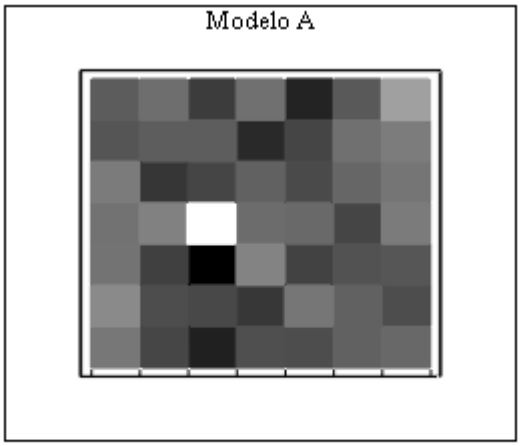
NOTAS IMPORTANTES:
CASO 1) Cuando se parte de valores arbitrarios de *xest* inicial; casi siempre los resultados son altamente oscilantes y no convergen a una solución.-
CASO 2) Se inicia con una estimación velocidad promedio = 200 m/s (slowness = 0.005) y se logra converger a solución.

ΨART

$$\Psi ART = \begin{pmatrix} 363.989 & 373.502 & 361.889 & 361.007 & 365.93 & 346.279 & 350.065 \\ 338.602 & 342.115 & 335.804 & 368.628 & 330.658 & 350.417 & 359.274 \\ 319.054 & 339.707 & 302.596 & 433.068 & 337.999 & 350.645 & 333.75 \\ 343.417 & 331.06 & 369.663 & 358.067 & 352.33 & 323.881 & 360.032 \\ 342.413 & 363.291 & 336.492 & 356.453 & 340.91 & 338.214 & 320.788 \\ 352.57 & 352.42 & 344.699 & 338.315 & 354.815 & 360.301 & 348.405 \\ 356.026 & 342.306 & 347.068 & 365.967 & 362.767 & 366.466 & 384.774 \end{pmatrix}$$

$stdev(\Psi ART) = 19.466$

Resultados de la inversión. Modelo A.



ΨART

$$\Psi ART = \begin{pmatrix} 363.989 & 373.502 & 361.889 & 361.007 & 365.93 & 346.279 & 350.065 \\ 338.602 & 342.115 & 335.804 & 368.628 & 330.658 & 350.417 & 359.274 \\ 319.054 & 339.707 & 302.596 & 433.068 & 337.999 & 350.645 & 333.75 \\ 343.417 & 331.06 & 369.663 & 358.067 & 352.33 & 323.881 & 360.032 \\ 342.413 & 363.291 & 336.492 & 356.453 & 340.91 & 338.214 & 320.788 \\ 352.57 & 352.42 & 344.699 & 338.315 & 354.815 & 360.301 & 348.405 \\ 356.026 & 342.306 & 347.068 & 365.967 & 362.767 & 366.466 & 384.774 \end{pmatrix}$$

Tamaño de cada pixel $\Delta x := 0.219m$ $\Delta y := 0.196m$

$xc := 2.5 \cdot \Delta x$ $\boxed{xc = 0.547\,m}$

$yc := 3.5 \cdot \Delta y$ $\boxed{yc = 0.686\,m}$

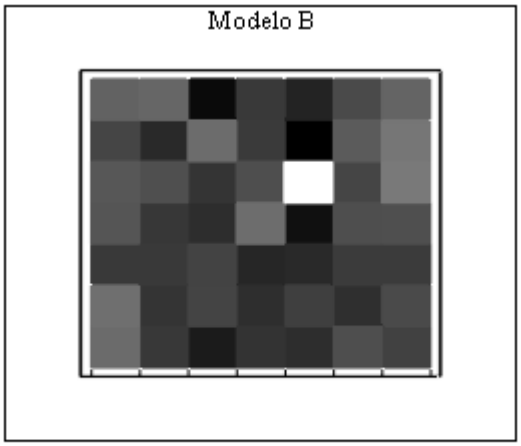
$\boxed{\max(\Psi ART) = 433.068}$ velocidad de la inclusión.

$\boxed{V2 := 433.1 \frac{m}{sec}}$

$\text{mean}(\Psi ART) = 350.59$ velocidad del medio hospedante

$\boxed{V1 := 350.6 \frac{m}{sec}}$

Resultados de la inversión. Modelo B.



ΨART

$$\Psi ART = \begin{pmatrix} 382.362 & 385.058 & 343.838 & 364.962 & 366.469 & 353.007 & 375.046 \\ 343.033 & 339.944 & 343.298 & 341.79 & 360.75 & 331.229 & 378.509 \\ 320.099 & 351.666 & 351.196 & 334.563 & 339.846 & 382.549 & 307.141 \\ 338.457 & 335.054 & 328.893 & 383.778 & 359.686 & 343.933 & 343.702 \\ 334.135 & 348.279 & 331.489 & 311.643 & 496.027 & 299.047 & 326.486 \\ 359.868 & 335.612 & 344.913 & 359.37 & 353.041 & 370.07 & 356.295 \\ 349.999 & 356.789 & 344.805 & 360.184 & 392.532 & 390.875 & 376.356 \end{pmatrix}$$

Tamaño de cada pixel $\Delta x := 0.219m$ $\Delta y := 0.196m$

$xc := 4.5 \cdot \Delta x$ $\boxed{xc = 0.986\,m}$

$yc := 4.5 \cdot \Delta y$ $\boxed{yc = 0.882\,m}$

$\boxed{\max(\Psi ART) = 496.027}$ velocidad de la inclusión.

$\boxed{V2 := 496 \frac{m}{sec}}$

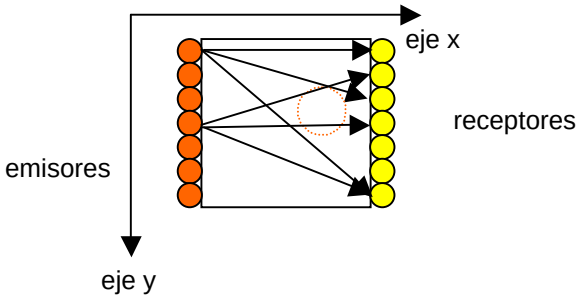
$\text{mean}(\Psi ART) = 353.626$ velocidad del medio hospedante

$\boxed{V1 := 353.6 \frac{m}{sec}}$

Comentarios:
a) Resuelve bien la velocidad V1
b) La velocidad V2 es inferior a la real (600m/s)
c) Resuelve xc con error del 8%
d) Resuelve yc con un error del 8.5%
e) No resuelve la forma por el tamaño de los pixeles.

Planilla Matemática PM 4.2. Método de Inversión iterativo SIRT. Modelos A y B (Figuras 4.12 y 4.13).

$ORIGIN := 1$



fn1:PM42-SIRT.MCD
fn2:ModeloA-ch.prd
fn3:ModeloB-ch.prd
fn4:S-ModeloA-ch.prd

El planteo inicial del problema es el mismo; es decir se lee la misma matriz de datos experimentales, y la matriz que representa el modelo geométrico, generada anteriormente con el trazador de rayos. El origen se considera en el extremo inferior izquierdo.

a) Ingresar matrices de datos experimentales
(archivos ModeloA-ch.prd y ModeloB-ch.prd)

Importante: Para utilizar la planilla matemática, con diferentes modelos, con la misma configuración de emisores y receptores, cambiar el archivo de datos en el comando siguiente.

$data := READPRN("ModeloB\text{-}ch.prd")$ datos en metros; tiempos en seg.

$ymeas := data^{\langle 5 \rangle}$ lectura de los tiempos de viaje (seg.). Modelos A y B

b) y=S.x. Formar la matriz S geométrica

Se construye con un algoritmo trazador de rayos. Los datos de entrada al programa son el número de emisores, número de receptores y el archivo de datos experimentales de cinco columnas: *xs,ys,xr,yr,tmedido* (e.g ver Tabla 4.1 o 4.2); se lo denomina S-ModeloA.prd (el S-ModeloB.prd es idéntico por ser la misma configuración de emisores receptores y número de pixels) y se definen 7x7=49 pixeles rectangulares, aunque el programa permite cualquier número de pixeles (con lo que aumenta la subdeterminación).-

$S := READPRN("S\text{-}ModeloA\text{-}ch.prd")$

$M := rows(S)$ $M = 49$ $i := 1 .. M$

$N := cols(S)$ $N = 49$ $j := 1 .. N$

NOTA: las columnas de 'S' representan pixels, las filas rayos

Técnica Secuencial de Reconstrucción de Imágenes (SIRT) (basado en Santamarina *et al*, 1998)

$\Lambda := identity(M)$

$$\Lambda_{i,i} := \left[\sum_j \left(S_{i,j}\right)^2\right]^{-1}$$

Elevar $S_{i,j}$ al cuadrado $\Theta_{i,j} := \left(S_{i,j}\right)^2$

Suma de los elementos e inversa $\Psi_{j,j} := \left(\sum_i S_{i,j}\right)^{-1}$

Matriz de coeficientes de corrección de pixeles $\Omega := \Psi \cdot \Theta^T \cdot \Lambda$

Valores Inciales: $xestSIRT_{j,1} := 0.005$ el 2do indice es el número de iteración.

Iteraciones: $p := 300$ $s := 2 .. p$ $r := 1 .. p$

$$xestSIRT^{\langle s \rangle} := xestSIRT^{\langle s-1 \rangle} + \left(\left[ymeas - \left(S \cdot xestSIRT^{\langle s-1 \rangle}\right)\right]^T \cdot \Omega^T\right)^T$$

$$e_r := \sum_i \left[ymeas_i - \sum_j \left(S_{i,j} \cdot xestSIRT_{j,r}\right)\right]^2$$

$$a_{j,s} := xestSIRT_{j,s} - xestSIRT_{j,s-1}$$

$$velestSIRT^{\langle 300 \rangle} := \frac{1}{xestSIRT^{\langle 300 \rangle}}$$

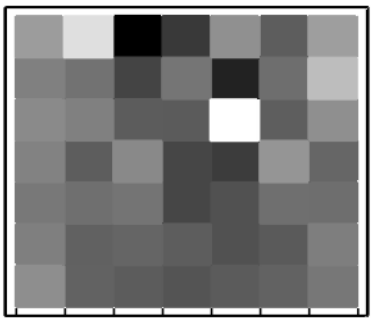
$nh := 7$ $nv := 7$ $n := nh \cdot nv$

$k := 1 .. n$ $x := 1 .. nh$ $y := 1 .. nv$

$\psi SIRT := velestSIRT^{\langle 300 \rangle}$ $\Psi SIRT_{x,y} := \psi SIRT_{x+nh\cdot(y-1)}$

$\max(\Psi SIRT) = 505.55$ velocidad de la inclusión

Modelo B

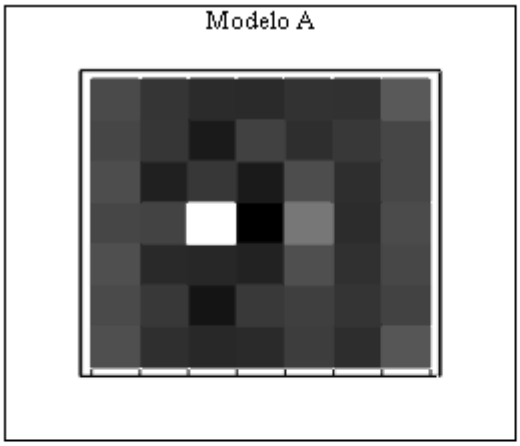


$stdev(\Psi SIRT) = 43.064$

$\Psi SIRT$

$$\Psi SIRT = \begin{pmatrix} 390.746 & 375.168 & 367.394 & 377.845 & 386.357 & 376.335 & 404.478 \\ 345.441 & 344.385 & 358.584 & 339.811 & 376.381 & 361.568 & 473.465 \\ 339.082 & 348.332 & 363.898 & 385.224 & 338.977 & 314.883 & 244.338 \\ 331.213 & 340.023 & 316.105 & 316.628 & 338.555 & 365.022 & 303.486 \\ 338.245 & 327.325 & 327.415 & 306.626 & 505.55 & 280.076 & 391.928 \\ 345.644 & 337.122 & 358.254 & 397.5 & 340.654 & 357.518 & 340.228 \\ 367.108 & 374.416 & 357.339 & 349.093 & 391.145 & 438.866 & 406.603 \end{pmatrix}$$

Resultados de la inversión. Modelo A



ΨSIRT

$$\Psi SIRT = \begin{pmatrix} 374.043 & 369.383 & 374.22 & 365.178 & 371.899 & 365.164 & 369.161 \\ 340.83 & 350.322 & 334.944 & 361.54 & 325.158 & 348.052 & 346.647 \\ 333.11 & 312.492 & 331.985 & 557.192 & 349.286 & 319.281 & 336.129 \\ 335.45 & 351.067 & 327.34 & 291.239 & 318.564 & 359.466 & 335.895 \\ 354.89 & 357.666 & 374.334 & 415.36 & 372.364 & 339.616 & 344.402 \\ 338.819 & 346.466 & 342.279 & 337.438 & 340.229 & 350.268 & 343.161 \\ 381.483 & 360.368 & 365.324 & 369.774 & 365.143 & 365.079 & 384.854 \end{pmatrix}$$

Tamaño de cada pixel $\Delta x := 0.219m$ $\Delta y := 0.196m$

$xc := 2.5 \cdot \Delta x$ $\boxed{xc = 0.547\,m}$

$yc := 3.5 \cdot \Delta y$ $\boxed{yc = 0.686\,m}$

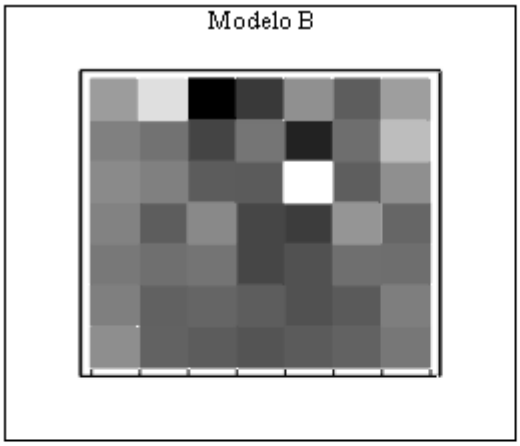
$\boxed{\max(\Psi SIRT) = 557.192}$ velocidad de la inclusión.

$\boxed{V2 := 557.2 \frac{m}{sec}}$

$\text{mean}(\Psi SIRT) = 355.191$ velocidad del medio hospedante

$\boxed{V1 := 355.1 \frac{m}{sec}}$

Resultados de la inversión. Modelo B



ΨSIRT

$$\Psi SIRT = \begin{pmatrix} 390.746 & 375.168 & 367.394 & 377.845 & 386.357 & 376.335 & 404.478 \\ 345.441 & 344.385 & 358.584 & 339.811 & 376.381 & 361.568 & 473.465 \\ 339.082 & 348.332 & 363.898 & 385.224 & 338.977 & 314.883 & 244.338 \\ 331.213 & 340.023 & 316.105 & 316.628 & 338.555 & 365.022 & 303.486 \\ 338.245 & 327.325 & 327.415 & 306.626 & 505.55 & 280.076 & 391.928 \\ 345.644 & 337.122 & 358.254 & 397.5 & 340.654 & 357.518 & 340.228 \\ 367.108 & 374.416 & 357.339 & 349.093 & 391.145 & 438.866 & 406.603 \end{pmatrix}$$

Tamaño de cada pixel $\Delta x := 0.219m$ $\Delta y := 0.196m$

$xc := 4.5 \cdot \Delta x$ $\boxed{xc = 0.986\,m}$

$yc := 4.5 \cdot \Delta y$ $\boxed{yc = 0.882\,m}$

$\max(\Psi SIRT) = 505.55$

$\boxed{V2 := 505.55 \frac{m}{sec}}$ velocidad de la inclusión

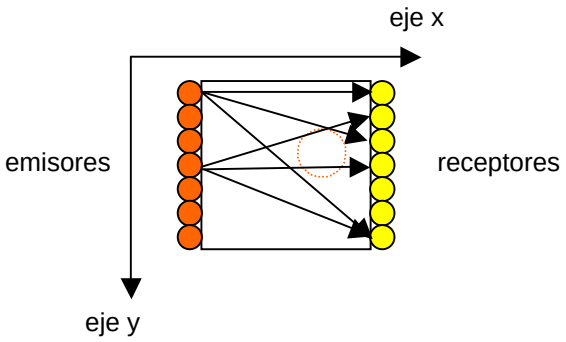
$\mathrm{mean}(\Psi SIRT) = 358.416$

$\boxed{V1 := 358.42 \frac{m}{sec}}$ velocidad del medio hospedante

Comentarios:
a) Resuelve bien la velocidad V1.
b) La velocidad V2 es inferior a la real (600m/s) pero más precisa que en ART. Es decir posee mayor resolución.
c) No resuelve la forma por el tamaño de los pixeles.

Planilla Matemática PM 4.3. Método de Inversión iterativo MART. Modelos A y B. (Figuras 4.12 y 4.13).

$ORIGIN := 1$



fn1:PM43-MART.MCD
fn2:ModeloA-ch.prd
fn3:ModeloB-ch.prd
fn4:S-ModeloA-ch.prd

El planteo inicial del problema es el mismo; es decir se lee la misma matriz de datos experimentales, y la matriz que representa el modelo geométrico, generada anteriormente con el trazador de rayos. El origen se considera en el extremo inferior izquierdo.

a) Ingresar matrices de datos experimentales
(archivos ModeloA-ch.prd y ModeloB-ch.prd)

Importante: Para utilizar la planilla matemática, con diferentes modelos, con la misma configuración de emisores y receptores, cambiar el archivo de datos en el comando siguiente.

$data := READPRN("ModeloA\text{-}ch.prd")$ datos en metros; tiempos en seg.

$ymeas := data^{\langle 5 \rangle}$ lectura de los tiempos de viaje (seg.). Modelos A y B

b) y=S.x. Formar la matriz S geométrica

Se construye con un algoritmo trazador de rayos. Los datos de entrada al programa son el número de emisores, número de receptores y el archivo de datos experimentales de cinco columnas: *xs,ys,xr,yr,tmedido* (ver Figura 4.12 y 4.13); se lo denomina S-ModeloA.prd (el S-ModeloB.prd es idéntico por ser la misma configuración de emisores receptores y número de pixels) y se definien 7x7=49 pixeles rectangulares, aunque el programa permite cualquier número de pixeles (con lo que aumenta la subdeterminación).-

$S := READPRN("S\text{-}ModeloA\text{-}ch.prd")$

$M := rows(S)$ $M = 49$ $i := 1 .. M$

$N := cols(S)$ $N = 49$ $j := 1 .. N$

NOTA: las columnas de 'S' representan pixels, las filas rayos

Técnica Algebraica de Reconstrucción Multiplicativa (MART)

$xesti_{j,1} := 0.0028$ primera entrada estimada de x (para 1era iteración)

MART es muy sensible a los parámetros iniciales

error entre valores reales y los calculados

$er_1 := \dfrac{ymeas_1}{(S \cdot xesti)_1}$ $er_1 = 1.02$ primer vector de errores

Rutina para calcular xest para iteración 's'

```
xestMART(p) := | s ← 1
               | i ← 1
               | x ← xesti
               | while s ≤ p
               |   | er ← ymeas_i / (S·x)_i
               |   | for j ∈ 1 .. N
               |   |   | x_j ← x_j·er  if S_i,j ≠ 0
               |   |   | x_j ← x_j
               |   | s ← s + 1
               |   | i ← i + 1  if i < M
               |   | i ← 1  otherwise
               | x
```

Graficar las diferentes iteraciones. Para ello se formarán vectores xestf para cada iteración.

$p := 100$ se fija el nro de iteraciones en 150.

$s := 1 .. p$ índice para generar el vector

$xestMART^{\langle s \rangle} := xestMART(s)$ se transforma los resultados de la función en vector

$$velestMART^{\langle 50 \rangle} := \frac{1}{xestMART^{\langle 50 \rangle}}$$

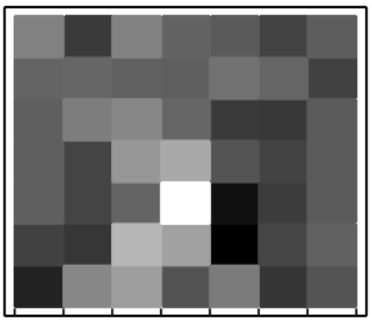
$nh := 7$ $nv := 7$ $n := nh \cdot nv$

$k := 1 .. n$ $x := 1 .. nh$ $y := 1 .. nv$

$\psi MART := velestMART^{\langle 50 \rangle}$ $\Psi MART_{x,y} := \psi MART_{y+nh\cdot(x-1)}$

$\max(\Psi MART) = 390.067$ velocidad de la inclusión

Modelo A

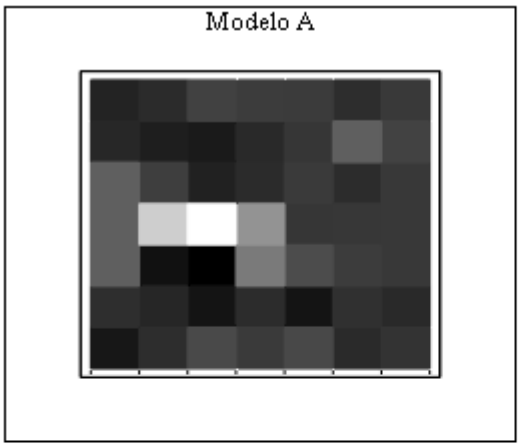


$stdev(\Psi MART) = 10.364$

$\Psi MART$

$$\Psi MART = \begin{pmatrix} 337.328 & 344.681 & 351.911 & 351.911 & 351.911 & 353.016 & 360.109 \\ 361.488 & 341.958 & 345.476 & 345.345 & 359.149 & 353.513 & 342.929 \\ 366.687 & 372.792 & 352.995 & 365.351 & 361.532 & 352.288 & 360.197 \\ 348.823 & 367.763 & 390.067 & 369.567 & 353.638 & 351.796 & 352.799 \\ 358.482 & 329.002 & 332.874 & 349.137 & 342.946 & 356.395 & 350.757 \\ 341.725 & 345.989 & 343.587 & 345.25 & 342.592 & 353.412 & 345.066 \\ 349.274 & 352.328 & 350.823 & 350.823 & 350.823 & 344.656 & 351.352 \end{pmatrix}$$

Resultados de la inversión. Modelo A.



ΨMART

$$\Psi MART = \begin{pmatrix} 310.046 & 339.375 & 402.311 & 402.311 & 402.311 & 329.787 & 324.614 \\ 338.033 & 329.693 & 301.879 & 543.348 & 359.561 & 319.294 & 335.01 \\ 374.065 & 306.053 & 279.874 & 605.836 & 322.298 & 313.877 & 363.355 \\ 354.831 & 336.81 & 436.321 & 469.028 & 335.887 & 332.659 & 356.693 \\ 372.482 & 306.232 & 377.48 & 349.673 & 354.703 & 349.702 & 355.857 \\ 333.793 & 341.712 & 357.726 & 351.436 & 336.347 & 402.074 & 337.806 \\ 345.751 & 333.533 & 352.701 & 352.701 & 352.701 & 364.415 & 352.943 \end{pmatrix}$$

Tamaño de cada pixel $\Delta x := 0.219m$ $\Delta y := 0.196m$

$xc := 2.5 \cdot \Delta x$ $xc = 0.547\,m$

$yc := 3.5 \cdot \Delta y$ $yc = 0.686\,m$

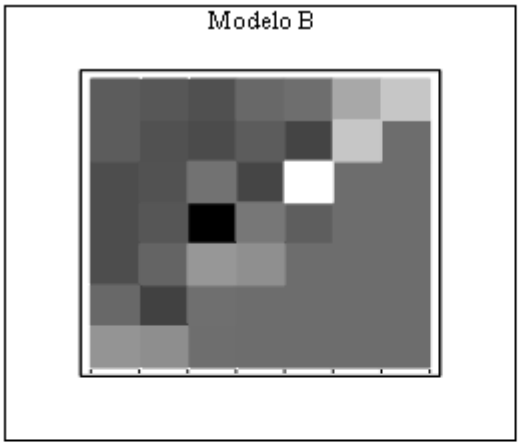
$\max(\Psi MART) = 605.836$

$V2 := 605.83 \frac{m}{sec}$ velocidad de la inclusión

$\mathrm{mean}(\Psi MART) = 359.325$

$V1 := 359.25 \frac{m}{sec}$ Velocidad del medio hospedante

Resultados de la inversión. Modelo B.



ΨMART

$$\Psi MART = \begin{pmatrix} 374.932 & 354.987 & 342.691 & 342.691 & 342.691 & 349.585 & 349.585 \\ 372.153 & 337.361 & 353.196 & 346.941 & 344.874 & 344.523 & 347.132 \\ 357.507 & 358.364 & 376.347 & 307.21 & 359.593 & 341.744 & 343.907 \\ 357.143 & 357.143 & 373.021 & 362.066 & 339.164 & 349.601 & 354.897 \\ 357.143 & 357.143 & 357.143 & 350.447 & 423.803 & 338.398 & 357.952 \\ 357.143 & 357.143 & 357.143 & 357.143 & 357.143 & 398.156 & 384.466 \\ 357.143 & 357.143 & 357.143 & 357.143 & 357.143 & 357.143 & 398.156 \end{pmatrix}$$

Tamaño de cada pixel $\Delta x := 0.219m$ $\Delta y := 0.196m$

$xc := 4.5 \cdot \Delta x$ $xc = 0.986\,m$

$yc := 4.5 \cdot \Delta y$ $yc = 0.882\,m$

$\max(\Psi MART) = 423.803$

$V2 := 423.80 \frac{m}{sec}$ velocidad de la inclusión

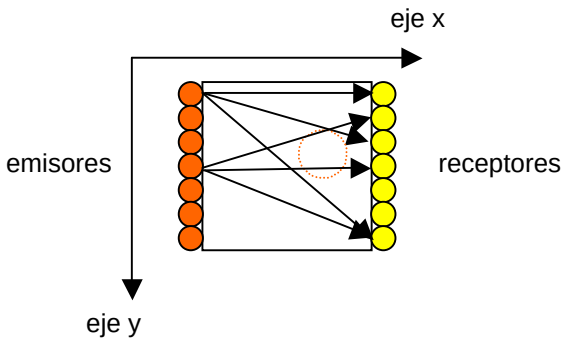
$\mathrm{mean}(\Psi MART) = 356.988$

$V1 := 356.99 \frac{m}{sec}$ Velocidad del medio hospedante

Planilla Matemática PM 4.4. Método de Inversión por Lógica Difusa (Fuzzy Logic). Modelos A y B.

$ORIGIN := 1$

Planteo :



fn1:PM44-FUZZYL.MCD
fn2:ModeloA-ch.prd
fn3:ModeloB-ch.prd
fn4:S-ModeloA-ch.prd

a) Ingresar matriz de datos experimentales (files ModeloA-ch.prd y ModeloB-ch.prd)

$data := READPRN("ModeloA\text{-}ch.prd")$ coordenadas en metros; tiempos en seg.

$ydato := data^{\langle 5 \rangle}$ lectura de los tiempos de viaje (seg.)

b) y=S.x. Formar la matriz S geométrica

Se construye con un algoritmo trazador de rayos. Los datos de entrada al programa son el número de emisores, número de receptores y el archivo de datos experimentales de cinco columnas: *xs,ys,xr,yr,tmedido*; se lo denomina S-ModeloA.prd y se definen 7x7=49 pixeles rectangulares, aunque el programa permite cualquier número de pixeles (con lo que aumenta la subdeterminación).-

$S := READPRN("S\text{-}ModeloA\text{-}ch.prd")$

$M := rows(S)$ $M = 49$ $i := 1 .. M$

$N := cols(S)$ $N = 49$ $j := 1 .. N$

NOTA: las columnas de 'S' representan pixels, las filas rayos

c) Convertir los $y^{<dato>}$ (tiempos de viaje) a "lpr" (lentitud promedio de los rayos) para cada rayo, mediante la siguiente ecuación:

$$lpr_i := \frac{ydato_i}{\sum_j S_{i,j}}$$

Donde el denominador es la distancia total de viaje en todos los pixeles del i-ésimo rayo.-

d) Computar la matrix T (MxN) de "pixels tocados": dividir cada entrada S_{ij} por el tamaño de pixels t (lado), y redondee a cero o uno.

$$\Delta x := \left(\frac{\max\left(data^{\langle 3 \rangle}\right) - \max\left(data^{\langle 1 \rangle}\right)}{7} \right)$$ $\Delta x = 0.219$ $\max\left(data^{\langle 1 \rangle}\right) = 0$ $\max\left(data^{\langle 3 \rangle}\right) = 1.532$

Cada pixel tiene t = 0.219 (1.532m / 7)

$$T_{i,j} := \text{round}\left(\frac{S_{i,j}}{0.219}\right)$$

T está compuesta de ceros o unos para indicar cuales pixels son tocados en forma significativa por los rayos.-

T =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0
3	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
4	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
7	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
8	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1
12	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
13	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1
14	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0
15	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

$\text{rows}(T) = 49$

$\text{cols}(T) = 49$

e) Retro proyectar (back project) el vector de *lpr*: Reemplazar las entradas diferentes de cero en la iésima fila de T (es decir el i-esimo rayo) por el correspondiente lpr_i computado para el i-esimo rayo. Esta es la matriz Q.

$$Q_{i,j} := \text{if}\left(T_{i,j} > 0, lpr_i, 0\right)$$

Q =

	1	2	3	4	5	6	7
1	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$
2	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	0	0	0
3	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	0	0	0	0	0
4	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	0	0	0	0	0
5	$2.857 \cdot 10^{-3}$	0	0	0	0	0	0
6	$2.857 \cdot 10^{-3}$	0	0	0	0	0	0
7	$2.857 \cdot 10^{-3}$	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$	$2.857 \cdot 10^{-3}$
9	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0

f) Regiones de altos valores de lentitud: Extraiga el mínimo valor de cada columna de Q

$smin_j := min\left(Q^{\langle j \rangle}\right)$ $\quad min(smin) = 0$ lentitud mínima por columna

h) Regiones de bajos valores de lentitud: Extraiga el máximo valor de cada columna de Q

$smax_j := max\left(Q^{\langle j \rangle}\right)$ $\quad max(smax) = 2.857 \times 10^{-3}$ lentitud máxima por columna

i) Construir un plot tomográfico usando el vector de lentitud (Hallado en h).-

$nh := 7 \qquad nv := 7$

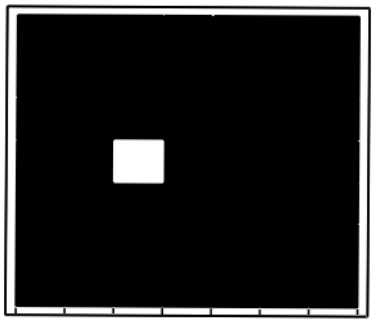
$n := nh \cdot nv \qquad k := 1 .. n$

$x := 1 .. nh \qquad y := 1 .. nv$

$\psi 1 := smax \qquad \Psi FL_{x,y} := \psi 1_{x+nh\cdot(y-1)}$

$\Psi FL_{x,y} := \dfrac{1}{\Psi FL_{x,y}}$ invertir para calcular velocidades

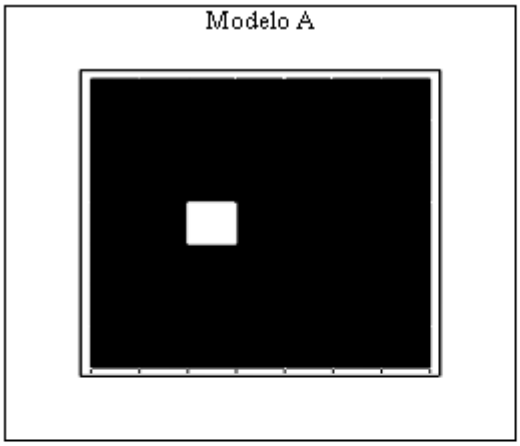
Modelo A



ΨFL

$$\Psi FL^T = \begin{pmatrix} 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \\ 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.995 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \\ 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 \\ 350.015 & 350.015 & 363.561 & 350.011 & 349.999 & 349.999 & 349.999 \\ 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 \\ 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.995 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \\ 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \end{pmatrix}$$

Resultados de la inversión. Modelo A.



ΨFL

$$\Psi FL^T = \begin{pmatrix} 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \\ 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.995 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \\ 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 \\ 350.015 & 350.015 & 363.561 & 350.011 & 349.999 & 349.999 & 349.999 \\ 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 \\ 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.995 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \\ 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \end{pmatrix}$$

Tamaño de cada pixel $\Delta x := 0.219m$ $\Delta y := 0.196m$

$xc := 2.5 \cdot \Delta x$ $\boxed{xc = 0.547\,m}$

$yc := 3.5 \cdot \Delta y$ $\boxed{yc = 0.686\,m}$

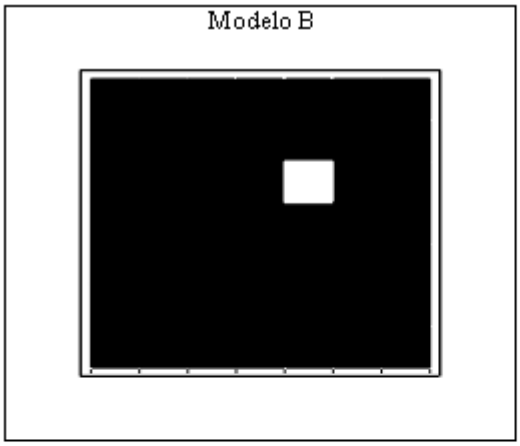
$\max(\Psi FL) = 363.561$

$\boxed{V2 := 363.561 \frac{m}{sec}}$ Velocidad de la inclusión

$\mathrm{mean}(\Psi FL) = 350.261$

$\boxed{V1 := 350.26 \frac{m}{sec}}$ velocidad del medio hospedante

Resultados de la inversión. Modelo B.



ΨFL

$$\Psi FL^T = \begin{pmatrix} 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \\ 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.995 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \\ 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 \\ 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 & 349.995 \\ 349.999 & 349.999 & 350.005 & 350.005 & 363.114 & 350.018 & 350.005 \\ 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.995 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \\ 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 & 349.972 \end{pmatrix}$$

Tamaño de cada pixel $\Delta x := 0.219m$ $\Delta y := 0.196m$

$xc := 4.5 \cdot \Delta x$ $xc = 0.986\,m$

$yc := 4.5 \cdot \Delta y$ $yc = 0.882\,m$

$\max(\Psi FL) = 363.114$

$V2 := 363.114 \frac{m}{sec}$ velocidad de la inclusión

$\mathrm{mean}(\Psi FL) = 350.252$

$V1 := 350.252 \frac{m}{sec}$ Velocidad del medio hospedante

Planilla Matemática 5.1. Resultados de Inversión por Mínima Longitud del Vector Incógnitas (MLS). Modelo A. Comparación entre Pixeles (*pr*) e Ipixeles (*ip*).

El método se aplica a sistemas subdeterminados y consistentes. Se aplicará con y sin información adicional (ver *sección 5.5.4*).

SIN INFORMACION ADICIONAL

fn: PM51-MLS.mcd

CASO A: 7x7.

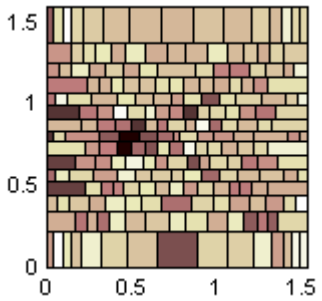
El método MLS se aplica a sistemas subdeterminados, por lo que no funciona para igual-determinados (7x7)

CASO B: 15x15 y 21x21

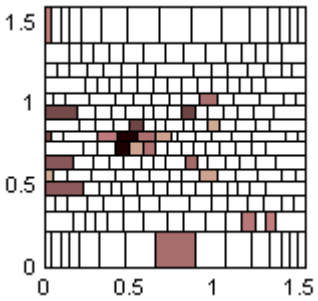
nota: los sufijos 'i' y 'r' indican ipixeles y pixeles regulares, respectivamente.

El método no converge en ningún caso para *pr* cuando no se dispone de información adicional. En realidad esta situación se mantiene además para cualquier densidad mayor de elementos. No obstante se logra localizar la inclusión en el caso de *ip* obteniéndose además una buena estimación de los demás parámetros, como se aprecian en los siguientes ejemplos:

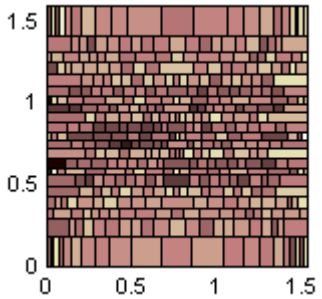
Ejemplos:



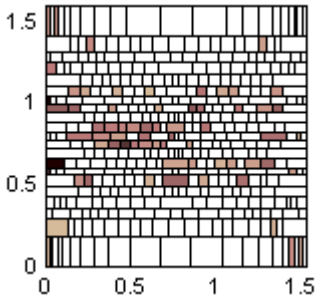
(a) V_{inic} = no
V_{base}= ver (b)
V_{inc}= ver (b)
X_{inc}= ver (b)
Y_{inc}= ver (b)



(b) V_{inic}= no
con filtro
V_{base}=356 m/s
V_{inc}=425 m/s
X_{inc}=0.52 m.
Y_{inc}=0.78 m.



(c) V_{inic}= no
sin filtro
V_{base}=358 m/s
V_{inc}= 451 m/s
X_{inc}= 0.47 m
Y_{inc}= 0.79 m.



(c) V_{inic}= no
con filtro
V_{base}= ver (c)
V_{inc}= ver (c)
X_{inc}= ver (c)
Y_{inc}= ver (c)

Figura PM5.1.1 Inversión con MLS. (a-b) 15x15 *ip*. (c-d) 21x21 *ip*. Aún en condiciones extremas MLS permite esbozar un resultado con *ip*.

Nota: para densidades mayores de *pr* o *ip* no converge en ningún caso

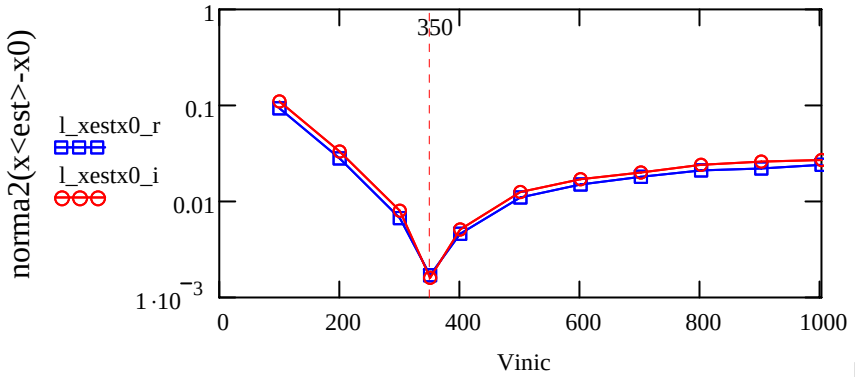
CON INFORMACION ADICIONAL (xo=1/Vinic)

Se alcanzan resultados satisfactorios tanto con *pr* como con *ip*. La diferencia radica en que **el margen de error permitido en la estimación de velocidades iniciales es mayor en el caso de los *ip*** (ver ejemplos).

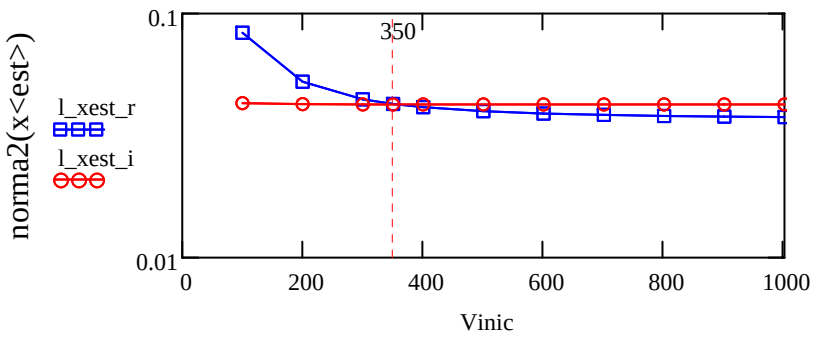
Se calcularon las longitudes considerando la información inicial:l_xestx0_r/i=norma2($\mathbf{x}^{<est>}$-**xo**) y sin ella: l_xest_r/i=norma2($\mathbf{x}^{<est>}$). Se aprecia en los gráficos.

CASO: 15x15

$$\text{Vinic} := \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 300 \\ 350 \\ 400 \\ 500 \\ 600 \\ 700 \\ 800 \\ 900 \\ 1000 \end{pmatrix} \frac{m}{sec} \quad \text{l_xestx0_r} := \begin{pmatrix} 0.093 \\ 0.028 \\ 0.0067 \\ 0.0017 \\ 0.0046 \\ 0.011 \\ 0.015 \\ 0.018 \\ 0.021 \\ 0.022 \\ 0.024 \end{pmatrix} \quad \text{l_xestx0_i} := \begin{pmatrix} 0.11 \\ 0.033 \\ 0.008 \\ 0.0016 \\ 0.0051 \\ 0.0125 \\ 0.017 \\ 0.02 \\ 0.024 \\ 0.026 \\ 0.027 \end{pmatrix} \quad \text{l_xest_r} := \begin{pmatrix} 0.0834 \\ 0.0525 \\ 0.0445 \\ 0.0426 \\ 0.0413 \\ 0.0398 \\ 0.0389 \\ 0.0384 \\ 0.0380 \\ 0.0378 \\ 0.0376 \end{pmatrix} \quad \text{l_xest_i} := \begin{pmatrix} 0.0429 \\ 0.0425 \\ 0.0424 \\ 0.0424 \\ 0.0424 \\ 0.0424 \\ 0.0424 \\ 0.0424 \\ 0.0424 \\ 0.0424 \\ 0.0424 \end{pmatrix}$$



Velocidad Inicial estimada [m/s]



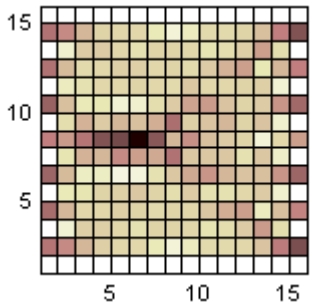
Velocidad Inicial estimada [m/s]

pixel
ipixel

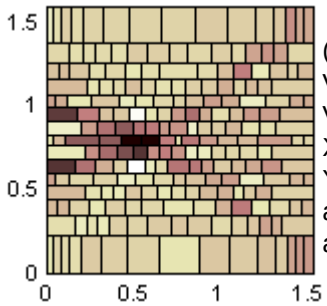
Figura PM5.1.2. (a) Longitud del vector de estimados ($\mathbf{x}^{<est>}$-x0). Elementos *ip* y *pr*. (b) idem pero solo considerando $\mathbf{x}^{<est>}$.

Ejemplos:

15x15

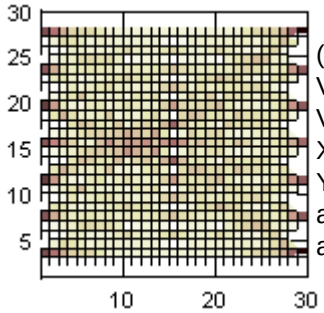


(a) Vinicial= 300 m/s
Vh=340 m/s
Vi=455 m/s
Xinc=0.56 m.
Yinc=0.80 m.
ancho: ??
altura: ??

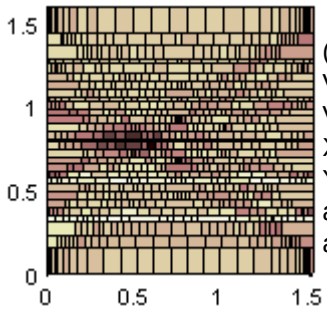


(b) Vinicial= 300 m/s
Vh=354 m/s
Vi=412 m/s
Xinc=0.51 m.
Yinc=0.79 m.
ancho: 0.29 m.
altura: 0.22 m.

29x29



(c) Vinicial= 300 m/s
Vh=334 m/s
Vi=554 m/s
Xinc=0.51 m.
Yinc=0.79 m.
ancho: ??
altura: ??



(d) Vinicial= 300 m/s
Vh=352 m/s
Vi=424 m/s
Xinc=0.51 m.
Yinc=0.79 m.
ancho: 0.29 m.
altura: 0.22 m.

Figura 5.1.3. Inversión c/ V_{inic}=300 m/s. (a-b) 15x15 elementos. (c-d) 29x29. *Ip* define mejor la ubicación de la anomalía.

Este método hace énfasis en minimizar la longitud de $\mathbf{x}^{<est>}$; lo que se aprecia en la Figura PM5.1.2. La longitud $\mathbf{x}^{<est>}$ para *ip* es uniforme en 0.0424; excepto para *Vinic*=100 m/s (único punto en que no se encuentra solución). Por otra parte el único punto en que se alcanza solución para *pr* es en el rango *Vinic*=300-400 m/s.

No siempre el tener una norma baja entre los vectores $\mathbf{y}^{<dato>}$ e $\mathbf{y}^{<pred>}$ asegura que se pueda ubicar la inclusión, tal como sucede en este caso. Esto es debido a que el método acentúa el énfasis en el vector de estimados $\mathbf{x}^{<est>}$.

Conclusiones:
a) El método MLS funciona sin datos iniciales solo para *ip* para el caso considerado.
2) En caso de ingreso de éstos, el intervalo de error permitido en su estimación es mayor para los *ip*.
3) Teniendo datos de arranque cercanos a los reales, tanto *ip* como *pr* invierten satisfactoriamente, aunque *ip* define mejor el contorno de la anomalía.
4) Lo ideal es ejecutar una vez el programa para *ip* sin datos iniciales y calcular la *Vinic (Vbase)*;
5) Se ejecuta por segunda vez con aquél dato y se logra convergencia exacta.

Planilla Matemática 5.2. Resultados de Inversión por Mínimos Cuadrados (LSS) con criterio de Ockham. Modelo A. Comparación entre Pixeles e Ipixeles.

El método se aplica a sistemas sobredeterminados e inconsistentes, que no es el caso tratado aquí. Por ende para poder utilizar el mismo se disminuye el número de incógnitas mediante el criterio de Ockham, para transformarlo en sobredeterminado (forma de incluir información adicional '*ia*', ver *sección 5.5.4*).

fn: PM52-LSSO.mcd

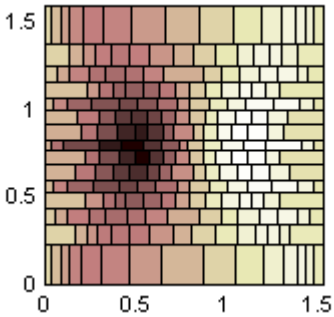
CASO A: 7x7.

No converge para *pr* ni *ip*.

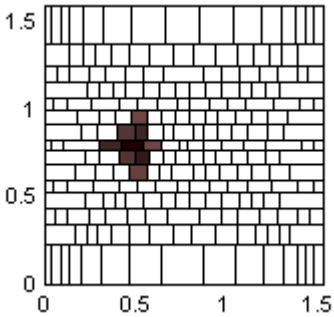
Nota: El método no converge en ningún caso (i.e. ninguna densidad) para *pr* si no se dispone de *ia*. En realidad esta situación se mantiene además para cualquier densidad mayor. No obstante se logra localizar la inclusión en el caso de *ip* obteniéndose además una buena estimación de los demás parámetros, como se aprecian en los siguientes ejemplos:

CASO B: 15x15. Solo converge para *ip*

Ejemplos:

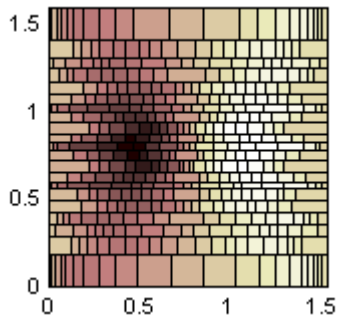


(a) V_{inic} = no
V_{base}=361 m/s
V_{inc}=488 m/s
X_{inc}= 0.50 m..
Y_{inc}= 0.80 m.

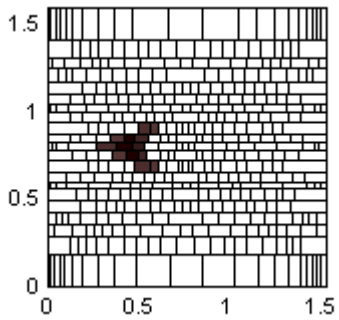


(b) V_{inic}= no
con filtro
V_{base}= ver (a)
V_{inc}= ver (a)
X_{inc}= ver (a)
Y_{inc}= ver (a)

CASO C: 21x21.Solo converge para *ip*

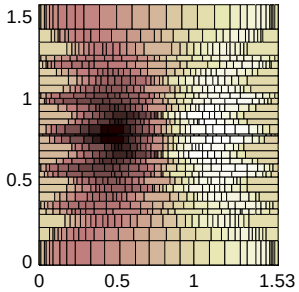


(c) V_{inic}= no
sin filtro
V_{base}=358 m/s
V_{inc}= 514 m/s
X_{inc}= 0.46 m
Y_{inc}= 0.81 m.

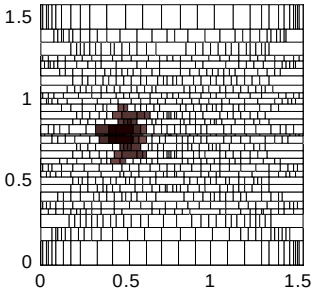


(c) V_{inic}= no
con filtro
V_{base}= ver (c)
V_{inc}= ver (c)
X_{inc}= ver (c)
Y_{inc}= ver (c)

CASO D: 29x29. Solo converge para *ip*



(a) V_{inic}= no
sin filtro
V_{base}=359 m/s
V_{inc}= 490 m/s
X_{inc}= 0.5 m
Y_{inc}= 0.8 m.
dx=0.26 m
dy=0.26 m



(b) V_{inic}= no
con filtro
V_{base}= ver (a)
V_{inc}= ver (a)
X_{inc}= ver (a)
Y_{inc}= ver (a)
dx= ver (a)
dy= ver (a)

Planilla Matemática 5.3. Resultados de Inversión por Mínimos Cuadrados Amortiguados. Modelo A. Determinación del coeficiente óptimo 'η' de amortiguación. Comparación entre Pixeles e Ipixeles.

Utilizando el método de inversión por mínimos cuadrados amortiguados (*apartado 5.5.4*) tanto para el caso de pixeles regulares como ipixeles, se analiza la estabilidad de cada uno de los mismos. Como siempre, los vectores maxV y minV representan los picos máximo y mínimos de la matriz de velocidades resultado de la inversión para cada valor determinado de 'η' (se resolvió para varios valores diferentes de éstos); para ambos tipos de elementos, y para diferentes densidades de los mismos. Los resultados se presentan aquí con comentarios.

SIN INFORMACION ADICIONAL

CASO A: 7x7. Modelo A.

fn: PM53-DLSS.mcd

nota: los sufijos 'i' y 'r' indican ipixeles y pixeles regulares, respectivamente.

$$\eta := \begin{pmatrix} 0.001 \\ 0.01 \\ 0.05 \\ 0.07 \\ 0.1 \\ 0.5 \\ 1 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix} \quad minVr := \begin{pmatrix} 292 \\ 295.2 \\ 318 \\ 324 \\ 325 \\ 327 \\ 338 \\ 1803 \\ 6487 \end{pmatrix} \quad maxVr := \begin{pmatrix} 553 \\ 548 \\ 503 \\ 485 \\ 467 \\ 602 \\ 1108 \\ 13752 \\ 52500 \end{pmatrix} \quad maxVi := \begin{pmatrix} 6644 \\ 525 \\ 474 \\ 466 \\ 460 \\ 457 \\ 544 \\ 3839 \\ 14233 \end{pmatrix} \quad minVi := \begin{pmatrix} -7.7 \\ 270 \\ 325 \\ 327 \\ 328 \\ 358 \\ 449 \\ 3287 \\ 12163 \end{pmatrix}$$

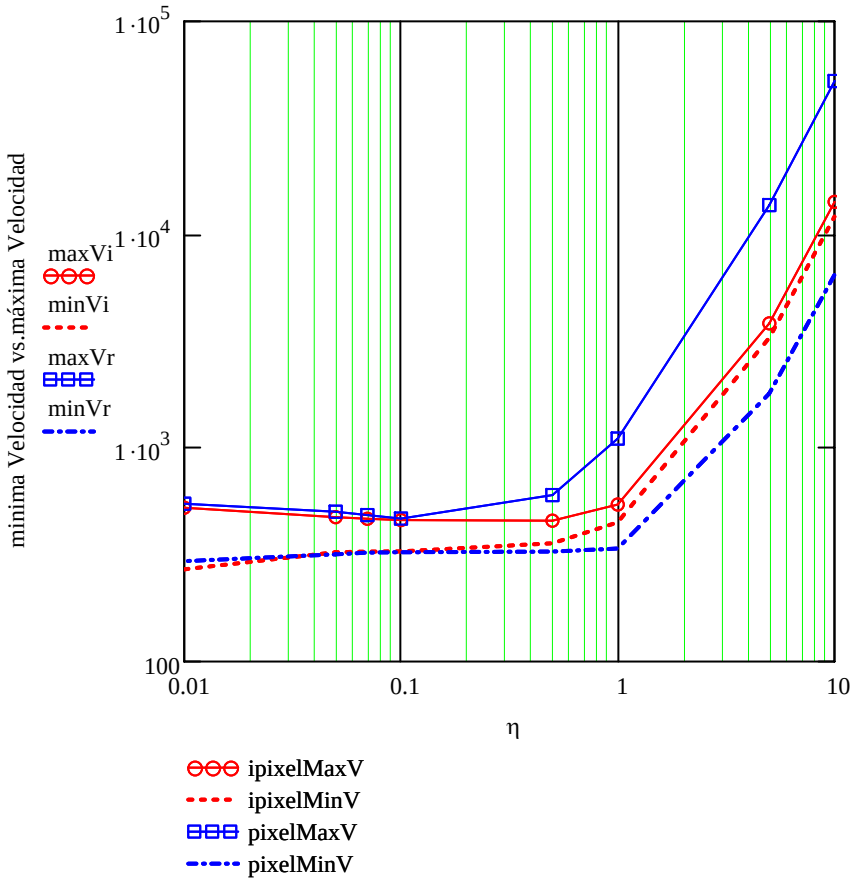


Figura PM5.3.1 (a) Valores extremos de velocidades en las matrices de inversión para cada valor de 'η'. Pixeles e ipixeles. Escala logarítmica.

$$error_r := \begin{pmatrix} 6.4\times 10^{-5} \\ 6.4\cdot 10^{-5} \\ 9.1\cdot 10^{-5} \\ 1.2\times 10^{-4} \\ 2\times 10^{-4} \\ 3\times 10^{-3} \\ 8.5\times 10^{-3} \\ 3\times 10^{-2} \\ 3.1\times 10^{-2} \end{pmatrix} \qquad error_i := \begin{pmatrix} 5.1\times 10^{-6} \\ 3.8\cdot 10^{-5} \\ 6.3\cdot 10^{-5} \\ 8.2\times 10^{-5} \\ 1.3\times 10^{-4} \\ 2.7\times 10^{-3} \\ 8.7\times 10^{-3} \\ 2.9\times 10^{-2} \\ 3.2\times 10^{-2} \end{pmatrix}$$

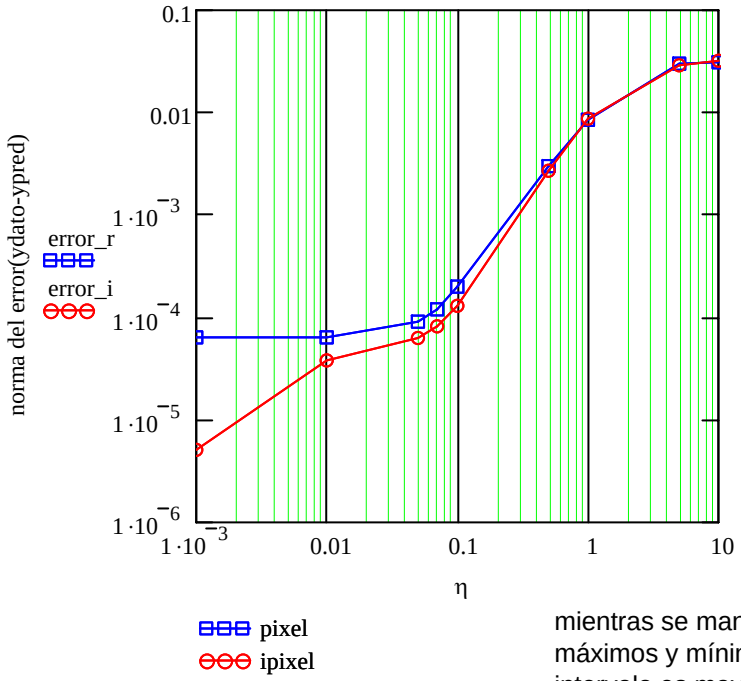
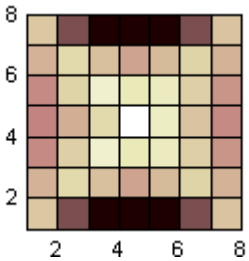


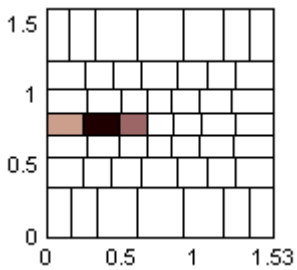
Figura PM5.3.1 (b) Errores entre los datos de campo ($y^{<dato>}$) y los calculados ($y^{<pred>}$). Escala logarítmica.

mientras se mantienen paralelas las líneas de valores máximos y mínimos se obtiene convergencia. El intervalo es mayor en los *ip*.

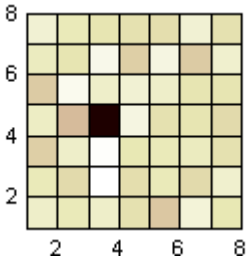
Ejemplos:



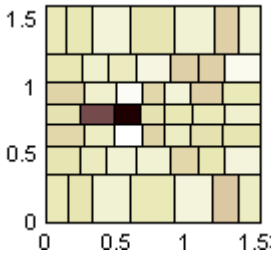
(a) DLSS s/info inicial. η=1. s/filtro.
V_{base} ----
V_{inc}= ----
X_{inc}= ----
Y_{inc}= ----



(b) DLSS s/info inicial. η=1. c/filtro.
V_{base}=485 m/s
V_{inc}=544 m/s
X_{inc}=0.5 m.
Y_{inc}=0.8 m.



(c) DLSS s/info inicial. η=0.07. s/filtro.
V_{base}= 355 m/s.
V_{inc}= 485 m/s.
X_{inc}= 0.55 m.
Y_{inc}= 0.8 m.



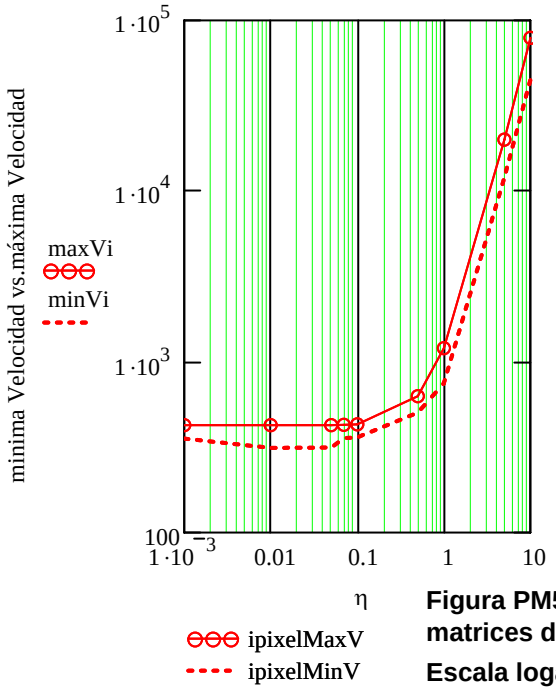
(d) DLSS s/info inicial. η=0.07. s/filtro.
V_{base}=356 m/s
V_{inc}=466 m/s
X_{inc}=0.46 m.
Y_{inc}=0.79 m.

Figura PM5.3.2 Inversión de Modelo A (Capítulo 4) utilizando DLSS. sin información adicional. (a-b) Extremo inferior de 'η' para 'pr, pero no para 'ip". No resuelve para *pr* pero sí para *ip*. Observar la Figura PM5.3.1(b) los errores en ambos casos. (c-d) Para η=0.07 el método funciona para los dos tipos de elementos (óptimo).

<u>CASO B: 15x15</u>. Modelo A.

Sin información adicional, la inversión para *pr* no converge en ningún caso, por lo que se presentarán los resultados para *ip*. Además las velocidades máximas y mínimas para aquél son infinitas y muy alejadas de la realidad en todos los casos, respectivamente.

$$maxVi := \begin{pmatrix} 425 \\ 425 \\ 425.6 \\ 427 \\ 429.8 \\ 629 \\ 1.2\cdot 10^{3} \\ 2\cdot 10^{4} \\ 7.9\cdot 10^{4} \end{pmatrix} \qquad minVi := \begin{pmatrix} 355 \\ 313 \\ 314.4 \\ 357 \\ 361 \\ 503.4 \\ 749 \\ 1.2\cdot 10^{4} \\ 4.5\cdot 10^{4} \end{pmatrix} \qquad error_i := \begin{pmatrix} 5.6\times 10^{-8} \\ 5.6\cdot 10^{-6} \\ 1.4\cdot 10^{-4} \\ 2.7\times 10^{-4} \\ 5.4\times 10^{-4} \\ 9.6\times 10^{-3} \\ 2\times 10^{-2} \\ 3.2\times 10^{-2} \\ 3.2\times 10^{-2} \end{pmatrix}$$



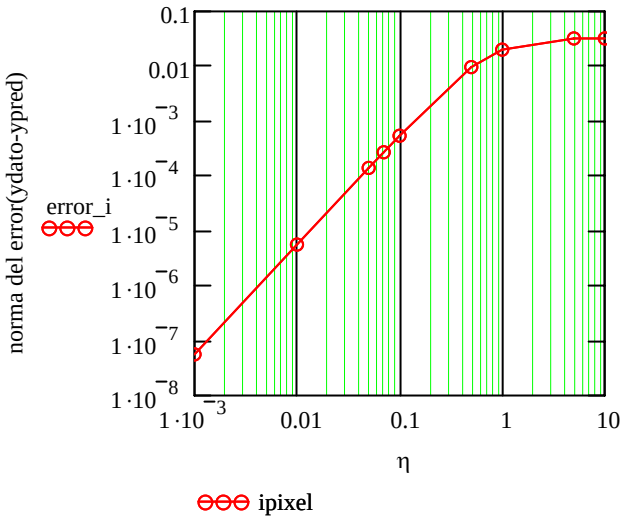
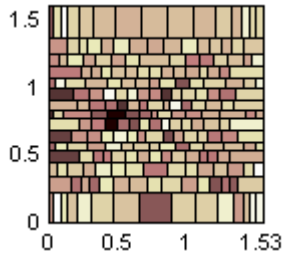
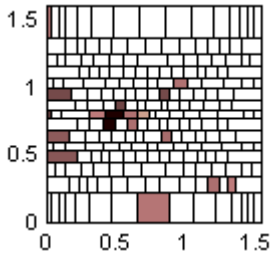


Figura PM5.3.3 (a) Valores extremos de velocidades en las matrices de inversión para cada valor de 'η'. Pixeles e ipixeles. Escala logarítmica.(b) Errores entre los datos de campo ($y^{<dato>}$) y los calculados ($y^{<pred>}$). Escala logarítmica.



(a) DLSS s/info inicial. η=0.07. s/filtro.
V_{base}= ver (b)
V_{inc}= ver (b)
X_{inc}= ver (b)
Y_{inc}= ver (b)



(b) DLSS s/info inicial. η=0.07. c/filtro.
V_{base}=362.4 m/s
V_{inc}=426.6 m/s
X_{inc}=0.53 m.
Y_{inc}=0.78 m.

Figura PM5.3.4 Inversión de Modelo A utilizando DLSS sin información adicional. 15x15 ip. (a) Optimo 'η' *ip*. (b) Idem con filtro. Con *pr* no converge.

CON INFORMACION ADICIONAL

El hecho de tener errores inferiores en el caso de *ip* (Figura PM5.3.5-a) posibilita que, en caso de contar con información adicional (por ejemplo vector inicial de velocidades del medio base, *Vbase*=*Vinic*); la misma pueda estar más alejada de la realidad y no obstante converger. En otras palabras utilizar *ip* para armar la matriz **S** permite trabajar con mayor margen de error en la estimación de los parámetros iniciales y lograr resultados aceptables en la inversión. Esto se demuestra en la Figura PM 5.3.6 donde se trabaja con casos extremos.

Nota: recordar que *Vbase_real* = 350 m/s (*Vbase* real en Modelo A)

$$Vinic := \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 300 \\ 350 \\ 400 \\ 500 \\ 600 \\ 700 \\ 800 \\ 900 \\ 1000 \end{pmatrix} \frac{m}{sec} \quad e_r := \begin{pmatrix} 5.5\cdot 10^{-4} \\ 1.6\times 10^{-4} \\ 4.5\times 10^{-5} \\ 2.4\times 10^{-5} \\ 3.6\times 10^{-5} \\ 6.97\times 10^{-5} \\ 9.4\times 10^{-5} \\ 1.1\times 10^{-4} \\ 1.2\times 10^{-4} \\ 1.4\times 10^{-4} \\ 1.4\times 10^{-4} \end{pmatrix} \quad e_i := \begin{pmatrix} 6.8\cdot 10^{-4} \\ 2\times 10^{-4} \\ 5.2\times 10^{-5} \\ 1.9\times 10^{-5} \\ 3.6\times 10^{-5} \\ 8.1\times 10^{-5} \\ 1.1\times 10^{-4} \\ 1.3\times 10^{-4} \\ 1.5\times 10^{-4} \\ 1.6\times 10^{-4} \\ 1.6\times 10^{-4} \end{pmatrix} \quad st_dev_pr := \begin{pmatrix} 422 \\ 72.01 \\ 10.2 \\ 7.4 \\ 7.3 \\ 18.3 \\ 28 \\ 36.3 \\ 44 \\ 51.2 \\ 58.2 \end{pmatrix} \quad st_dev_ip := \begin{pmatrix} 6.39 \\ 4.15 \\ 5.55 \\ 5.88 \\ 6 \\ 5.9 \\ 5.8 \\ 5.6 \\ 5.5 \\ 5.5 \\ 5.4 \end{pmatrix}$$

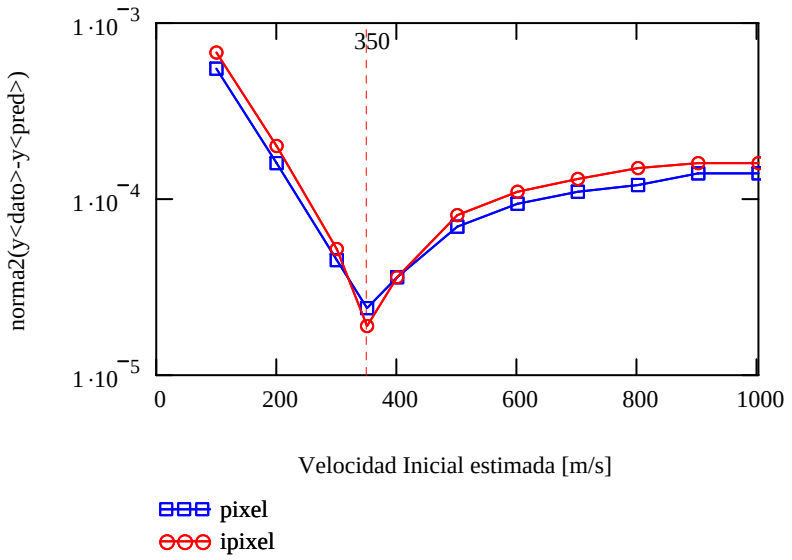


Figura PM5.3.5 (a) Errores entre los datos reales y los predichos, para *ip* y *pr*.

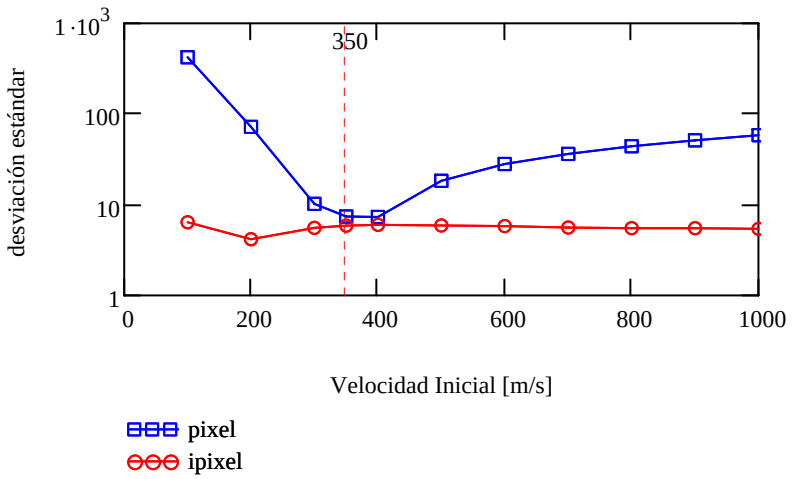
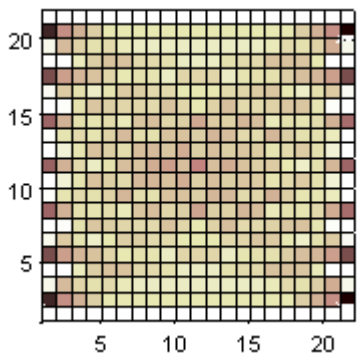


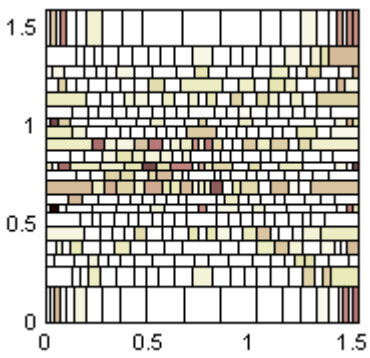
Figura PM5.3.5 (b) Desviación estándar de los componentes para cada uno de los vectores de velocidades resultado de la inversión (η=0.07)

El hecho de utilizar *pr* produce gran dispersión (ruido) en los valores del vector V solución, provocando por ello la no convergencia. Solo para $0.85*V_{base}<V_{inic}<1.15*V_{base}$ se alcanzan resultados aceptables para *pr*. Sin embargo para *ip* solo en V=100 m/s no converge.

<u>Conclusión</u>: con información adicional resuelven los dos casos. La diferencia está en que el márgen de valores 'p' que producen convergencia es mayor en el caso de los *ip*. Esto tendrá incidencia para densidades mayores de *pr/ip*, como se demuestra a continuación.



(b) DLSS c/*ia* s/filtro.
η=0.07.
V_{inic}=200 m/s
V_{base}=280 m/s (?)
V_{inc}=2302 m/s (¿?)
X_{inc}= ----
Y_{inc}= ----



(b) DLSS c/*ia* c/filtro.
η=0.07.
V_{inic}=200 m/s
V_{base}=358 m/s
V_{inc}=461 m/s
X_{inc}=0.48 m.
Y_{inc}=0.78 m.

Figura 5.3.6. Inversión DLSS con V_{inic}=200m/s; η=0.07 (óptimo) (a) 21x21 *pr*. No converge. (b) 21x21 *ip*. Nótese la anomalía en la intersección de los rayos. Buena resolución de V_{base} y V_{inc} (dentro del límite de resolución propio del método)

Planilla Matemática 5.4. Resultados de Inversión por Mínimos Cuadrados Regularizados (RLSS). Modelo A. Determinación del coeficiente óptimo 'λ' de regularización. Comparación entre Pixeles e Ipixeles.

Utilizando el método de inversión por mínimos cuadrados regularizados (apartado 5.5.4) tanto para el caso de pixeles regulares como ipixeles, se analiza la estabilidad de cada uno de los mismos. Como siempre, los vectores minV y maxV representan los picos máximo y mínimos de la matriz de velocidades resultado de la inversión para cada valor determinado de 'λ' (se resolvió para varios valores diferentes de estos); para ambos casos de elementos, y para diferentes densidades de los mismos. Los resultados se presentan aquí con comentarios.

fn: PM54-RLSS.m

CASO : 15x15. Modelo A.

nota: los sufijos 'i' y 'r' indican ipixeles y pixeles regulares, respectivamente.

$$\lambda := \begin{pmatrix} 1\cdot 10^{-5} \\ 1\times 10^{-4} \\ 5\times 10^{-4} \\ 1\times 10^{-3} \\ 1\times 10^{-2} \\ 0.1 \\ 1 \\ 10 \\ 100 \\ 1000 \end{pmatrix} \quad minVr := \begin{pmatrix} 316 \\ 316 \\ 316 \\ 319 \\ 331 \\ 342 \\ 343 \\ 349 \\ 353 \\ 354 \end{pmatrix} \quad maxVr := \begin{pmatrix} 484 \\ 482 \\ 476 \\ 470 \\ 436.4 \\ 391 \\ 370 \\ 359 \\ 354 \\ 354 \end{pmatrix} \quad maxVi := \begin{pmatrix} 498 \\ 497 \\ 494 \\ 492 \\ 459 \\ 400 \\ 376 \\ 363.5 \\ 355 \\ 354 \end{pmatrix} \quad minVi := \begin{pmatrix} 320 \\ 320 \\ 321 \\ 322 \\ 331 \\ 339 \\ 345 \\ 351 \\ 353 \\ 354 \end{pmatrix}$$

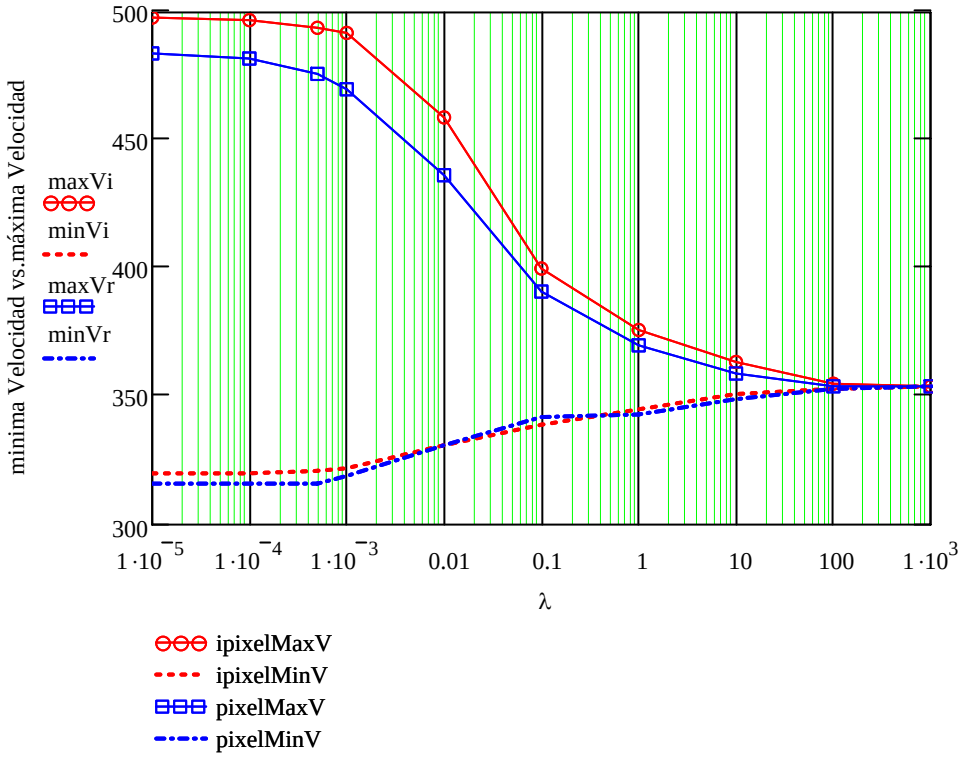


Figura PM5.4.1 (a) Valores extremos de velocidades en las matrices de inversión para cada valor de 'λ'. Pixeles e ipixeles. Nota: λ óptimo=0.01

Se alcanza el λ óptimo en el intermedio del incremento de la derivada de la velocidad máxima respecto de λ (dmaxV/dλ)

$$error_r := \begin{pmatrix} 5.4\times 10^{-7} \\ 5.6\cdot 10^{-6} \\ 2.4\cdot 10^{-5} \\ 4.3\times 10^{-5} \\ 1.8\times 10^{-4} \\ 3.7\times 10^{-4} \\ 5\times 10^{-4} \\ 6\times 10^{-4} \\ 6.6\times 10^{-4} \\ 6.7\times 10^{-4} \end{pmatrix} \qquad error_i := \begin{pmatrix} 2.8\times 10^{-7} \\ 2.7\cdot 10^{-6} \\ 1.3\cdot 10^{-5} \\ 2.3\times 10^{-5} \\ 1.2\times 10^{-4} \\ 3.2\times 10^{-4} \\ 4.6\times 10^{-4} \\ 5.7\times 10^{-4} \\ 6.6\times 10^{-4} \\ 6.8\times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

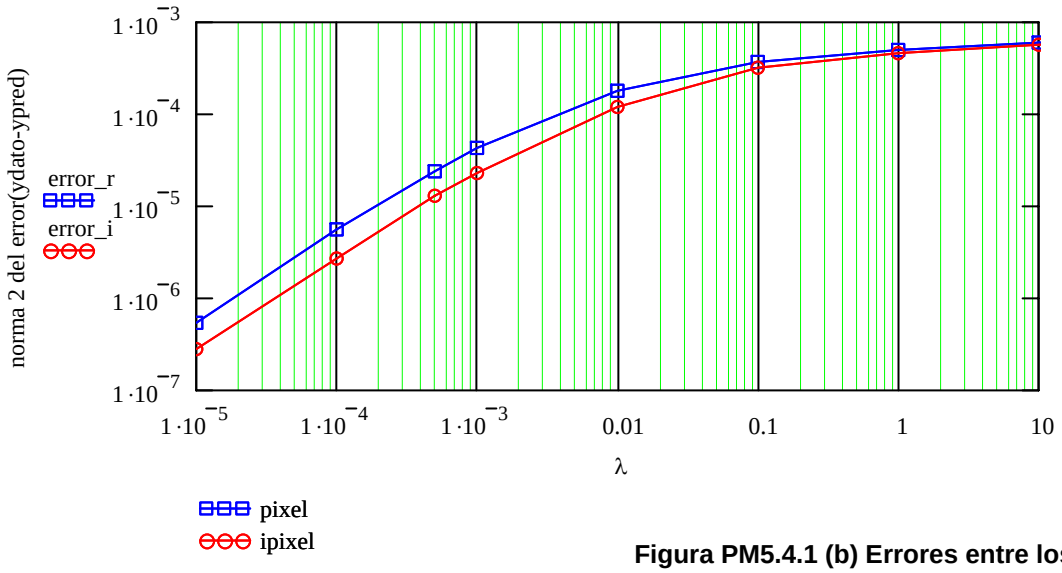


Figura PM5.4.1 (b) Errores entre los datos de campo ($y^{<dato>}$) y los calculados ($y^{<pred>}$). Escala logarítmica.

$$st_dev_ip := \begin{pmatrix} 12.8 \\ 12.8 \\ 12.6 \\ 12.5 \\ 10.7 \\ 6.8 \\ 4.5 \\ 1.6 \\ 0.21 \\ 0.02 \end{pmatrix} \qquad st_dev_pr := \begin{pmatrix} 11.2 \\ 11.1 \\ 11 \\ 10.66 \\ 8.6 \\ 5.2 \\ 3.7 \\ 1.3 \\ 0.17 \\ 0.017 \end{pmatrix}$$

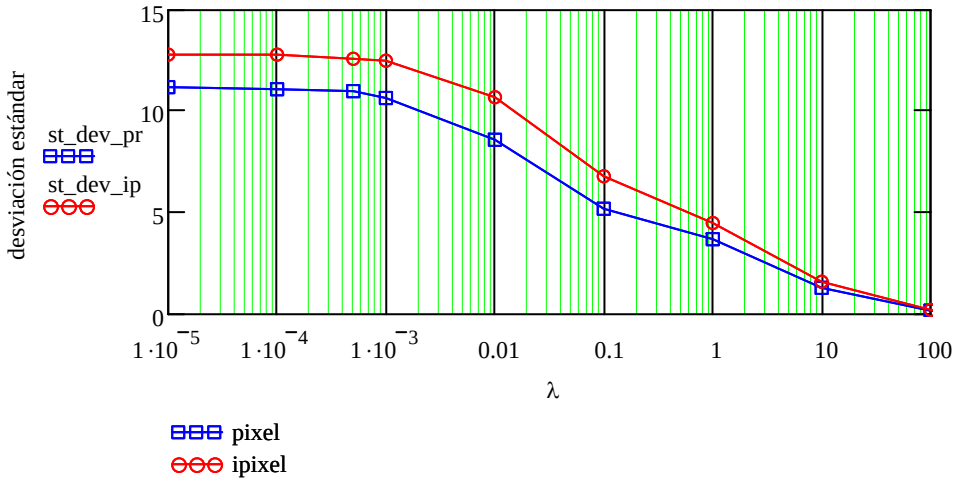
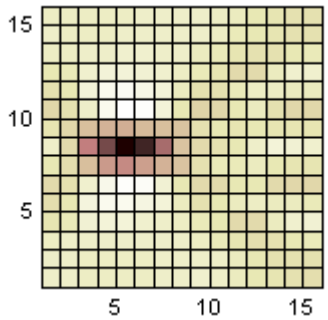


Figura PM5.4.1 (c) Desviación estándar de los componentes del vector V<est> .

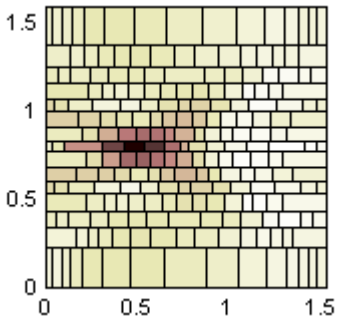
Tiene que existir una dispersión, a la vez baja pero no tanto porque se pierde *Vinc*.

Los resultados demuestran ser muy similares en los dos tipos de elementos, para cualquier densidad de los mismos.

Ejemplos:

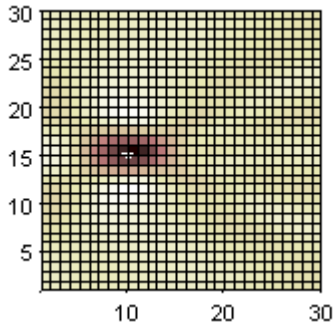


(a) 15x15 *pr.* λ=0.01 (s/filtro). V_{base}=353 m/s V_{inc}=436.4 m/s X_{inc}=0.5 m. Y_{inc}=0.8 m.

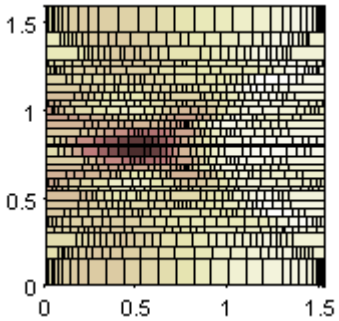


(b) 15x15 *pi.* λ=0.01 (s/filtro). V_{base}=354 m/s V_{inc}=459 m/s X_{inc}=0.51 m. Y_{inc}=0.79 m.

.



(c) RLSS λ=0.01 (s/filtro) V_{base}=354 m/s V_{inc}=460 m/s X_{inc}=0.5 m. Y_{inc}=0.8 m.



(d) RLSS λ=0.01. (s/filtro). V_{base}=354 m/s V_{inc}=459 m/s X_{inc}=0.51 m. Y_{inc}=0.79 m.

Figura PM5.4.2 Inversión de Modelo A (Capítulo 4) utilizando RLSS. (a-b) 15x15 elementos. Define mejor el tamaño para *ip* y V_{inc}. Observar en las figuras PM5.4.1(a-c) los errores en ambos casos, siempre inferiores para *ip*. (c-d) 29x29 elementos. La inversión funciona para los dos tipos de elementos (λ óptimo=0.01).

Planilla Matemática 5.5. Resultados de Inversión por SVD. Modelo A. Determinación del número Optimo 'p' de Valores Singulares para inversión. Comparación entre Pixeles e Ipixeles.

Utilizando el método de inversión por valores singulares (apartado 5.5.4) tanto para el caso de pixeles regulares como ipixeles, se analiza la estabilidad de cada uno de los mismos. Los vectores minV y maxV representan los picos máximo y mínimos de la matriz de velocidades resultado de la inversión para cada valor determinado de 'p' (se resolvió para varios valores diferentes de estos); para ambos casos de elementos, y para diferentes densidades de los mismos. Los resultados se presentan aquí con comentarios.

SIN INFORMACION INICIAL

fn: PM55-SVD.mcd

CASO A: 7x7. Modelo A.

nota: los sufijos 'i' y 'r' indican ipixeles y pixeles regulares, respectivamente.

$$p := \begin{pmatrix} 20 \\ 23 \\ 25 \\ 27 \\ 29 \\ 30 \\ 33 \\ 35 \\ 37 \\ 38 \\ 40 \\ 42 \end{pmatrix} \qquad minVr := \begin{pmatrix} 242 \\ 309 \\ 307 \\ 320 \\ 322 \\ 352 \\ 319 \\ 322 \\ 317 \\ 292 \\ -1.76 \\ -0.33 \end{pmatrix} \qquad maxVi := \begin{pmatrix} 452 \\ 450 \\ 447 \\ 454 \\ 453 \\ 453 \\ 470 \\ 487 \\ 490 \\ 484 \\ 540 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

$$maxVr := \begin{pmatrix} 538 \\ 438 \\ 437 \\ 440 \\ 458 \\ 457 \\ 465 \\ 513 \\ 515 \\ 553 \\ 2.7 \\ 0.31 \end{pmatrix} \quad minVi := \begin{pmatrix} 333 \\ 326 \\ 325 \\ 322.7 \\ 322.7 \\ 323 \\ 330 \\ 330 \\ 329 \\ 322 \\ 313 \\ 195 \end{pmatrix} \quad error_r := \begin{pmatrix} 1.7 \times 10^{-3} \\ 4 \cdot 10^{-4} \\ 4 \cdot 10^{-4} \\ 1.2 \times 10^{-4} \\ 1.1 \times 10^{-4} \\ 1.1 \times 10^{-4} \\ 1 \times 10^{-4} \\ 8.7 \times 10^{-5} \\ 8.7 \times 10^{-5} \\ 6.4 \times 10^{-5} \\ 6.4 \times 10^{-5} \\ 6.4 \times 10^{-5} \end{pmatrix} \quad error_i := \begin{pmatrix} 2.7 \times 10^{-4} \\ 1.7 \cdot 10^{-4} \\ 1.5 \cdot 10^{-4} \\ 6.2 \times 10^{-5} \\ 6.2 \times 10^{-5} \\ 6.2 \times 10^{-5} \\ 6.2 \times 10^{-5} \\ 5.7 \times 10^{-5} \\ 5.6 \times 10^{-5} \\ 5.4 \times 10^{-5} \\ 5.2 \times 10^{-5} \\ 2.3 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

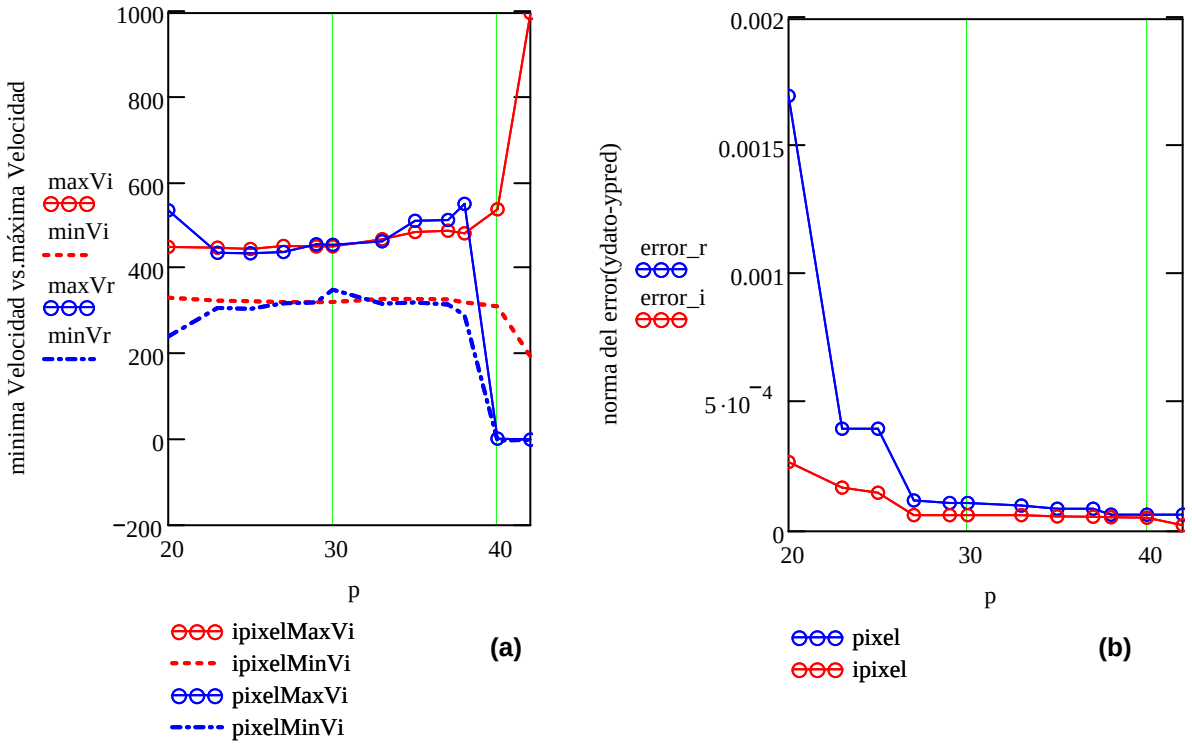
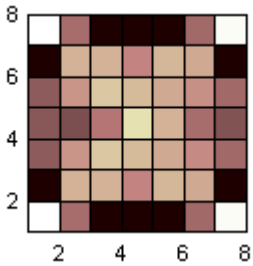


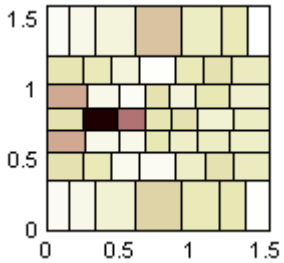
Figura PM5.5.1 (a) Valores extremos de velocidades en las matrices de inversión para cada valor de 'p'. *Pr* e *ip*. (b) Errores entre los datos de campo ($y^{<dato>}$) y los calculados ($y^{<pred>}$)

Mientras se mantienen paralelos las líneas de valores máximos y mínimos se obtiene convergencia. El intervalo es mayor en los *ip*.

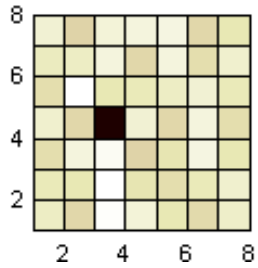
Ejemplos:



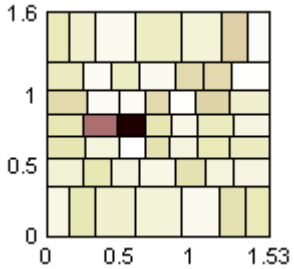
(a) SVD s/info inicial. p=20



(b) SVD s/info inicial. p=20



(c) SVD s/info inicial. p=35



(d) SVD s/info inicial. p=35

Figura PM5.5.2. Inversión de Modelo A (Capítulo 4) utilizando SVD. sin información adicional. (a-b) Extremo inferior de 'p'. No resuelve para *pr* pero sí para *ip*. Observar la Figura PM5.5.1 (b) los errores en ambos casos. (c-d) Para *p*=35 el método funciona para los dos tipos de elementos.

CASO B: 15x15.

Se repitió el proceso con densidades de 15x15 *pr / ip*, y se comprobó que sin información adicional los resultados para los primeros no convergieron para ningún valor de 'p'; sin embargo no ocurrió así en los segundos, cuyos resultados se muestran a continuación:

$$p := \begin{pmatrix} 20 \\ 23 \\ 25 \\ 27 \\ 29 \\ 30 \\ 33 \\ 35 \\ 37 \\ 38 \\ 40 \\ 42 \end{pmatrix} \quad minVi := \begin{pmatrix} 294 \\ 293 \\ 294.7 \\ 292 \\ 291 \\ 289 \\ 289 \\ 295 \\ 306 \\ 355 \\ 355 \\ 301 \end{pmatrix} \quad maxVi := \begin{pmatrix} 454 \\ 436 \\ 435 \\ 440 \\ 442 \\ 442 \\ 435 \\ 430 \\ 431 \\ 431 \\ 442 \\ 443 \end{pmatrix} \quad error_i := \begin{pmatrix} 1 \times 10^{-3} \\ 7.8 \cdot 10^{-4} \\ 7.4 \cdot 10^{-4} \\ 6.5 \times 10^{-4} \\ 6.1 \times 10^{-4} \\ 6.1 \times 10^{-4} \\ 6.1 \times 10^{-4} \\ 5.9 \times 10^{-4} \\ 5.9 \times 10^{-4} \\ 5.6 \times 10^{-4} \\ 4.5 \times 10^{-4} \\ 4.4 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

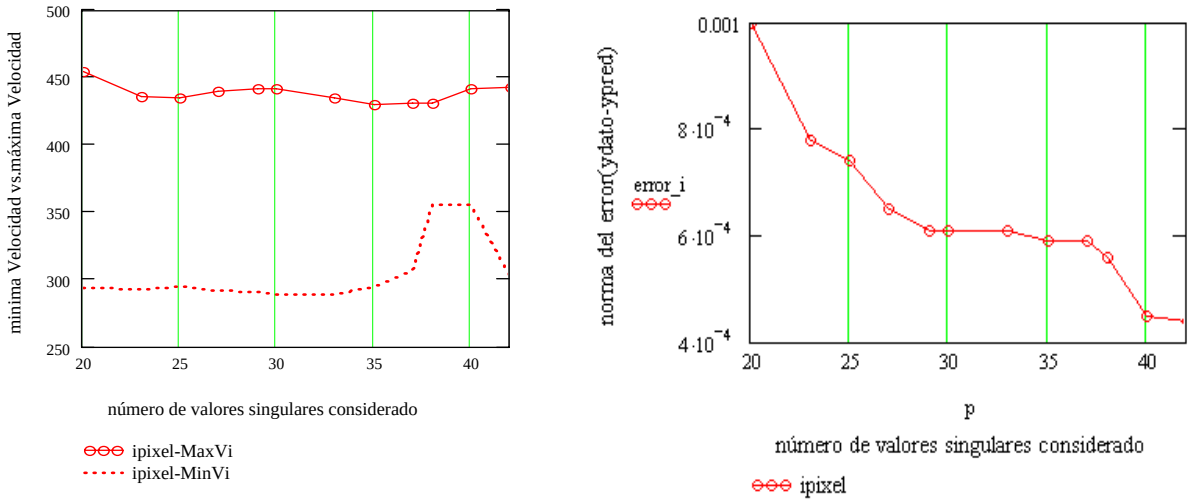
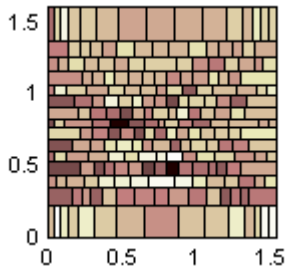
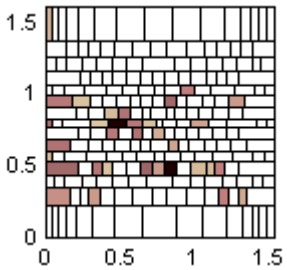


Figura PM5.5.3 (a) Representación de los valores extremos de velocidad en el dominio a partir de la inversión en función de los valores 'p'. (b) Distancia entre los valores reales y los predichos (tiempos).

Ejemplos:



(a) s/Vinicial.
p=40.



(a) s/Vinicial. p=40
idem (a) con filtro
Vbase=362 m/s
Vinc=442 m/s
Xinc=0.55 m.
Yinc=0.82 m.

Figura PM5.5.4. Resultados de la Inversión. Ipixeles. Sin Vinic. p=40 (óptimo entre 40-45).(a) Sin filtro); (b) Con filtro.

La sombra que se produce detrás de la inclusión cuando es atravesada por el rayo, permite inferir la ubicación de la misma. Luego con el filtrado es posible resaltar su presencia.
Hay que tener en cuenta que en muchas ocasiones es imposible contar con información adicional del problema, por lo que resulta muy útil contar con un método que aún en este caso permita obtener resultados aceptables.

CON INFORMACION ADICIONAL

El hecho de tener errores inferiores en el caso de *ip* (Figura PM5.5.1) posibilita que, en caso de contar con información adicional (por ejemplo vector inicial de velocidades del medio base, *Vinic*); la misma pueda estar más alejada de la realidad en el caso de ipixeles. En otras palabras utilizar *ip* para armar la matriz **S** permite trabajar con mayor margen de error en la estimación de los parámetros iniciales y lograr resultados aceptables en la inversión. Esto se demuestra en la Figura PM 5.5.5 donde se trabajó con casos extremos.

Nota: Vinicial correcta *Vbase* = 350 m/s (Vbase real en Modelo A)

CASO A: 7x7. Modelo A.

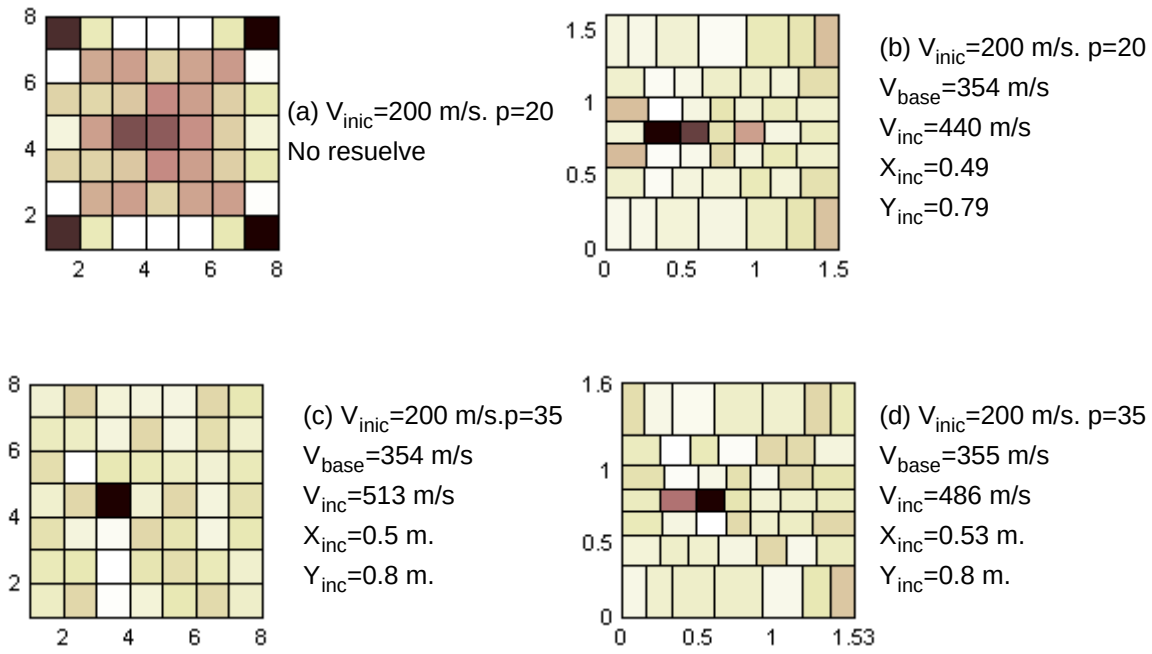


Figura PM5.5.5. Dos valores diferentes de 'p' y su relación para una determinada *Vinic*. (a-b) p=20; (c-d) p=35 (óptimo).-

Conclusión: con información adicional resuelven los dos casos. La diferencia está en que el márgen de valores 'p' que producen convergencia es mayor en el caso de los *ip*. Esto tendrá incidencia para densidades mayores de *pr/ip*, como se demuestra a continuación.

CASO B: 15x15. Modelo A.

Se alcanzan resultados satisfactorios en ambos casos. La diferencia radica en que **el márgen de error permitido en la estimación de velocidades iniciales es mayor en el caso de los ipixels** (ver ejemplos).

$$Vinic := \begin{pmatrix} 100 \\ 200 \\ 300 \\ 350 \\ 400 \\ 500 \\ 600 \\ 700 \\ 800 \\ 900 \\ 1000 \end{pmatrix} \frac{m}{sec}$$

$$e_r := \begin{pmatrix} 1.97 \cdot 10^{-3} \\ 6.2 \times 10^{-4} \\ 2.5 \times 10^{-4} \\ 2.2 \times 10^{-4} \\ 2.4 \times 10^{-4} \\ 3.3 \times 10^{-4} \\ 4 \times 10^{-4} \\ 4.6 \times 10^{-4} \\ 5 \times 10^{-4} \\ 5.4 \times 10^{-4} \\ 5.6 \times 10^{-4} \end{pmatrix} \quad e_i := \begin{pmatrix} 1.5 \cdot 10^{-3} \\ 3.8 \times 10^{-4} \\ 1.5 \times 10^{-4} \\ 1.2 \times 10^{-4} \\ 1.2 \times 10^{-4} \\ 1.6 \times 10^{-4} \\ 2 \times 10^{-4} \\ 2.3 \times 10^{-4} \\ 2.6 \times 10^{-4} \\ 2.8 \times 10^{-4} \\ 2.9 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

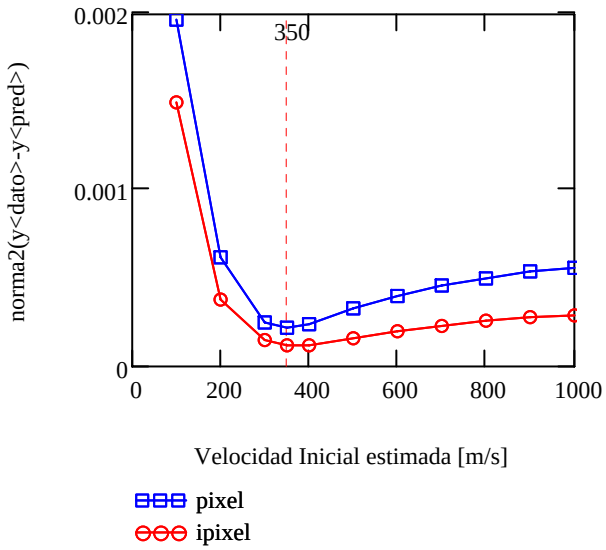
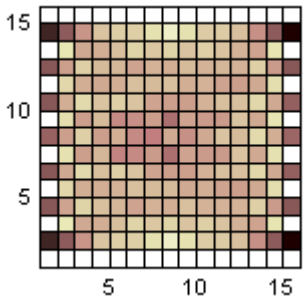
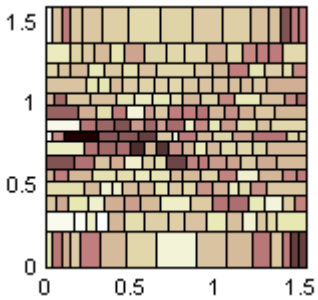


Figura PM5.5.6 Errores en los ajustes entre datos medidos y predichos para *pr* e *ip*. 15x15.

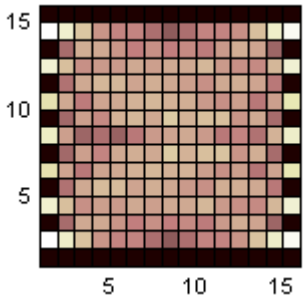
Ejemplos:



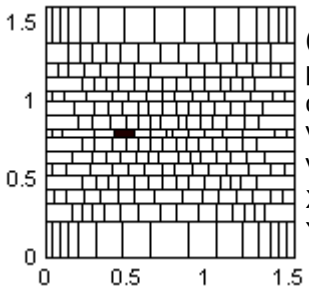
(a) Vinicial=200 m/s
p=30 (óptimo)
Vbase=326 m/s
Vinc=1073 m/s
Xinc= ?.
Yinc= ?



(b) Vinicial=200 m/s
p=40 (óptimo)
Vbase=354 m/s
Vinc=417 m/s
Xinc=0.46 m.
Yinc=0.81 m.



(c) Vinicial=1000 m/s
p=30
sin filtro
Vbase=500 m/s
Vinc=1000 m/s
Xinc= ?
Yinc= ?



(d) Vinicial=1000 m/s
p=40
con filtro
Vbase=355 m/s
Vinc=426 m/s
Xinc=0.48 m.
Yinc=0.79 m.

Figura PM5.5.7. Dos casos extremos de Vinic. (a-b) V_{inic}=200 m/s. (c-d) V_{inic}=1000 m/s. En todos los casos los valores de 'p' son los óptimos (que en ipixeles es ligeramente superior)

<u>Comentarios:</u>

1) A medida que se incrementa la densidad de elementos aumenta la subdeterminación. Esto perjudica más el trabajo con *pr* ya que el margen de error posible en la estimación de la velocidad inicial es mucho menor en este caso.

2) En ipixeles se puede arribar a un resultado mínimo aceptable aún cometiendo grandes errores en la estimación inicial de Vbase; no así en pixeles en los cuales el margen es mucho menor.

3) A medida que se aumenta la densidad de elementos se acentúan los items 1 y 2.

4) A partir de 21x21 elementos no se consigue convergencia con ninguno de los 2 tipos sin información adicional, **aunque con los irregulares** se detecta un esbozo de la inclusión. Con filtrados adecuados se podría modelarla.

5) En definitiva trabajar con *ip* resulta muy útil cuando **NO SE DISPONE DE INFORMACIÓN ADICIONAL SOBRE EL SISTEMA.**

Planilla Matemática 6.1 Representación Gráfica de Ondas Compresionales. Ensayo de adquisición Capítulo 6.

$ORIGIN := 0$ fn: PM61-señales.mcd

NOTA: El indice '5' en el nombre de los archivos de datos responde a que se repitió el ensayo cinco veces hasta corregir errores de distinta naturaleza.

Leer datos desde archivos

data := READPRN("TO-SA5-CH-signals.txt") archivo sin anomalía

data := READPRN("TO-CA5-CH-signals.txt") con anomalía

Indices: $NN := rows(data)$ $i := 0 .. NN - 1$ $NN = 2.5 \times 10^{3}$

$tiempos := data^{\langle 0 \rangle} \cdot sec$

Intervalo de Muestreo: (microsec) $\Delta t := tiempos_{2499} - tiempos_{2498}$ $\Delta t = 2 \times 10^{-6}\ s$

tiempo de registro: $rectime := NN \cdot \Delta t$ $rectime = 5 \times 10^{-3}\ s$ $trigger := data^{\langle 1 \rangle}$

Base de tiempos $M := \frac{rectime}{10}$ $M = 5 \times 10^{-4}\ s$

$FS := \frac{1}{\Delta t}$ $FS = 500000\ \frac{1}{s}$ muestras por segundo

señales tomadas de a siete

Nomenclatura

sij : i: emisor i-ésimo; j: receptor j-ésimo

$s11 := data^{\langle 2 \rangle}$ $s12 := data^{\langle 3 \rangle}$ $s13 := data^{\langle 4 \rangle}$ $s14 := data^{\langle 5 \rangle}$

$s15 := data^{\langle 6 \rangle}$ $s16 := data^{\langle 7 \rangle}$ $s17 := data^{\langle 8 \rangle}$

$s21 := data^{\langle 9 \rangle}$ $s22 := data^{\langle 10 \rangle}$ $s23 := data^{\langle 11 \rangle}$ $s24 := data^{\langle 12 \rangle}$

$s25 := data^{\langle 13 \rangle}$ $s26 := data^{\langle 14 \rangle}$ $s27 := data^{\langle 15 \rangle}$

$s31 := data^{\langle 16 \rangle}$ $s32 := data^{\langle 17 \rangle}$ $s33 := data^{\langle 18 \rangle}$ $s34 := data^{\langle 19 \rangle}$

$s35 := data^{\langle 20 \rangle}$ $s36 := data^{\langle 21 \rangle}$ $s37 := data^{\langle 22 \rangle}$

$s41 := data^{\langle 23 \rangle}$ $s42 := data^{\langle 24 \rangle}$ $s43 := data^{\langle 25 \rangle}$ $s44 := data^{\langle 26 \rangle}$

$s45 := data^{\langle 27 \rangle}$ $s46 := data^{\langle 28 \rangle}$ $s47 := data^{\langle 29 \rangle}$

$s51 := data^{\langle 30 \rangle}$ $s52 := data^{\langle 31 \rangle}$ $s53 := data^{\langle 32 \rangle}$ $s54 := data^{\langle 33 \rangle}$

$s55 := data^{\langle 34 \rangle}$ $s56 := data^{\langle 35 \rangle}$ $s57 := data^{\langle 36 \rangle}$

$s61 := data^{\langle 37 \rangle}$ $s62 := data^{\langle 38 \rangle}$ $s63 := data^{\langle 39 \rangle}$ $s64 := data^{\langle 40 \rangle}$

$s65 := data^{\langle 41 \rangle}$ $s66 := data^{\langle 42 \rangle}$ $s67 := data^{\langle 43 \rangle}$

$s71 := data^{\langle 44 \rangle}$ $s72 := data^{\langle 45 \rangle}$ $s73 := data^{\langle 46 \rangle}$ $s74 := data^{\langle 47 \rangle}$

$s75 := data^{\langle 48 \rangle}$ $s76 := data^{\langle 49 \rangle}$ $s77 := data^{\langle 50 \rangle}$

factor de escala $a := 0.5$

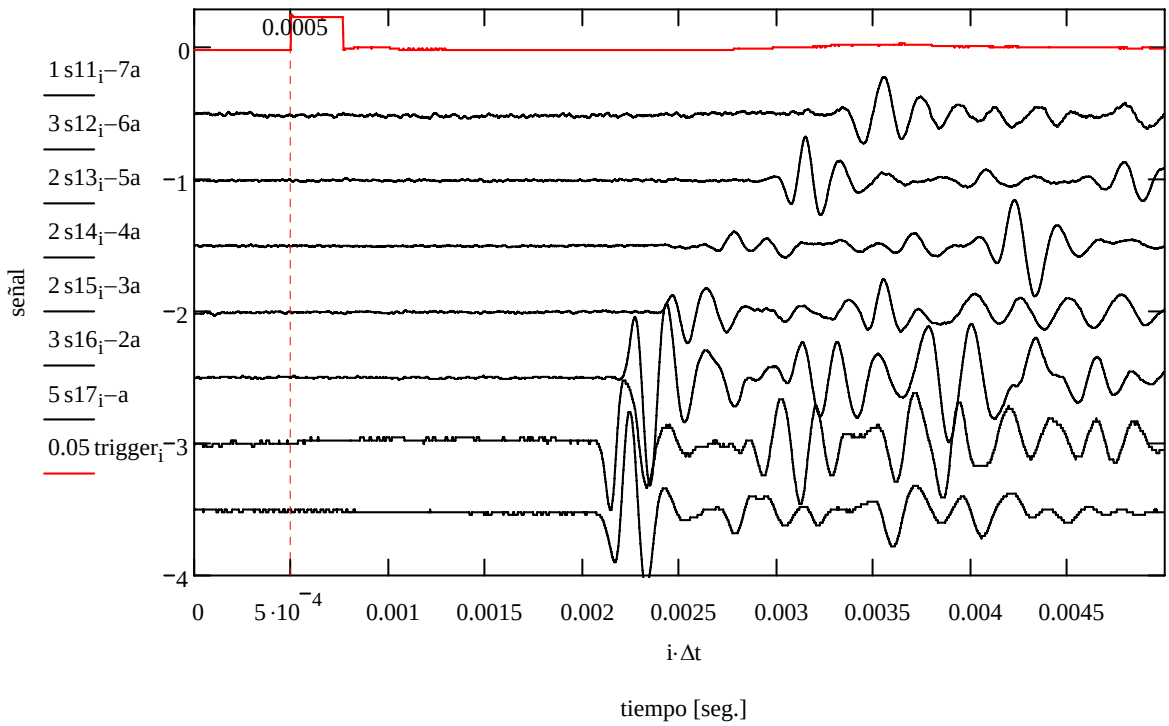


Figura PM6.1.1. Representación Gráfica de Señales Típicas del Ensayo Tomográfico.

Planilla Matemática 6.2. Tomografía: Análisis Espectral de Ondas Compresionales.

$ORIGIN := 0$ fn: PM62-espectros.mcd

Leer datos desde archivos

$data := READPRN("TO\text{-}SA5\text{-}CH\text{-}signals.txt")$ archivo sin anomalía

$data := READPRN("TO\text{-}CA5\text{-}CH\text{-}signals.txt")$ con anomalía Se selecciona CON anomalía

Indices: $NN := rows(data)$ $i := 0 .. NN - 1$ $NN = 2.5 \times 10^3$

$tiempos := data^{\langle 0 \rangle} \cdot sec$

Intervalo de Muestreo: (microsec) $\Delta t := tiempos_{2499} - tiempos_{2498}$ $\Delta t = 2 \times 10^{-6}\ s$

tiempo de registro: $rectime := NN \cdot \Delta t$

$rectime = 5 \times 10^{-3}\ s$

Base de tiempos $M := \frac{rectime}{10}$ $M = 5 \times 10^{-4}\ s$

$FS := \frac{1}{\Delta t}$ $FS = 500000\ \frac{1}{s}$ muestras por segundo

Separar señales sij (emisor i, receptor j) en forma individual y hallar el espectro de frecuencia.

a) Emisor 1 Receptores 1-7

$s11 := data^{\langle 2 \rangle}$ $s12 := data^{\langle 3 \rangle}$ $s13 := data^{\langle 4 \rangle}$

$s14 := data^{\langle 5 \rangle}$ $s15 := data^{\langle 6 \rangle}$ $s16 := data^{\langle 7 \rangle}$ $s17 := data^{\langle 8 \rangle}$

b) Emisor 2 Receptores 1-7

$s21 := data^{\langle 9 \rangle}$ $s22 := data^{\langle 10 \rangle}$ $s23 := data^{\langle 11 \rangle}$

$s24 := data^{\langle 12 \rangle}$ $s25 := data^{\langle 13 \rangle}$ $s26 := data^{\langle 14 \rangle}$ $s27 := data^{\langle 15 \rangle}$

c) Emisor 3 Receptores 1-7

$s31 := data^{\langle 16 \rangle}$ $s32 := data^{\langle 17 \rangle}$ $s33 := data^{\langle 18 \rangle}$

$s34 := data^{\langle 19 \rangle}$ $s35 := data^{\langle 20 \rangle}$ $s36 := data^{\langle 21 \rangle}$ $s37 := data^{\langle 22 \rangle}$

d) Emisor 4 Receptores 1-7

$s41 := data^{\langle 23 \rangle}$ $s42 := data^{\langle 24 \rangle}$ $s43 := data^{\langle 25 \rangle}$

$s44 := data^{\langle 26 \rangle}$ $s45 := data^{\langle 27 \rangle}$ $s46 := data^{\langle 28 \rangle}$ $s47 := data^{\langle 29 \rangle}$

e) Emisor 5 Receptores 1-7

$s51 := data^{\langle 30 \rangle}$ $s52 := data^{\langle 31 \rangle}$ $s53 := data^{\langle 32 \rangle}$

$s54 := data^{\langle 33 \rangle}$ $s55 := data^{\langle 34 \rangle}$ $s56 := data^{\langle 35 \rangle}$ $s57 := data^{\langle 36 \rangle}$

f) Emisor 6 Receptores 1-7

$s61 := data^{\langle 37 \rangle}$ $s62 := data^{\langle 38 \rangle}$ $s63 := data^{\langle 39 \rangle}$

$s64 := data^{\langle 40 \rangle}$ $s65 := data^{\langle 41 \rangle}$ $s66 := data^{\langle 42 \rangle}$ $s67 := data^{\langle 43 \rangle}$

g) Emisor 7 Receptores 1-7

$s71 := data^{\langle 44 \rangle}$ $s72 := data^{\langle 45 \rangle}$ $s73 := data^{\langle 46 \rangle}$

$s74 := data^{\langle 47 \rangle}$ $s75 := data^{\langle 48 \rangle}$ $s76 := data^{\langle 49 \rangle}$ $s77 := data^{\langle 50 \rangle}$

Para aumentar la resolución en frecuencia utilizar zero padding (agregar ceros en la cola del registro) a las 49 señales. Ver Santamarina & Fratta (1998).

$l := 0 .. NN$

$x_l := 0$

$s11zp := stack(s11, x)$	$s33zp := stack(s33, x)$	$s55zp := stack(s55, x)$	$s77zp := stack(s77, x)$
$s12zp := stack(s11, x)$	$s34zp := stack(s34, x)$	$s56zp := stack(s56, x)$	
$s13zp := stack(s12, x)$	$s35zp := stack(s35, x)$	$s57zp := stack(s57, x)$	
$s14zp := stack(s13, x)$	$s36zp := stack(s36, x)$	$s61zp := stack(s61, x)$	
$s15zp := stack(s14, x)$	$s37zp := stack(s37, x)$	$s62zp := stack(s62, x)$	
$s16zp := stack(s15, x)$	$s41zp := stack(s41, x)$	$s63zp := stack(s63, x)$	
$s17zp := stack(s16, x)$	$s42zp := stack(s42, x)$	$s64zp := stack(s64, x)$	
$s21zp := stack(s21, x)$	$s43zp := stack(s43, x)$	$s65zp := stack(s65, x)$	
$s22zp := stack(s22, x)$	$s44zp := stack(s44, x)$	$s66zp := stack(s66, x)$	
$s23zp := stack(s23, x)$	$s45zp := stack(s45, x)$	$s67zp := stack(s67, x)$	
$s24zp := stack(s24, x)$	$s46zp := stack(s46, x)$	$s71zp := stack(s71, x)$	

s25zp := stack(s25, x)	s47zp := stack(s47, x)	s72zp := stack(s72, x)
s26zp := stack(s26, x)	s51zp := stack(s51, x)	s73zp := stack(s73, x)
s27zp := stack(s27, x)	s52zp := stack(s52, x)	s74zp := stack(s74, x)
s31zp := stack(s31, x)	s53zp := stack(s53, x)	s75zp := stack(s75, x)
s32zp := stack(s32, x)	s54zp := stack(s54, x)	s76zp := stack(s76, x)

Análisis de Fourier

NNN := rows(s11zp) con zero padding cambia el nro de muestras

u := 0 .. NNN − 1 $\qquad f_u := \frac{u}{rectime}$

S11ZP := CFFT(s11zp)	S33ZP := CFFT(s33zp)	S55ZP := CFFT(s55zp)	S77ZP := CFFT(s77zp)
S12ZP := CFFT(s12zp)	S34ZP := CFFT(s34zp)	S56ZP := CFFT(s56zp)	
S13ZP := CFFT(s13zp)	S35ZP := CFFT(s35zp)	S57ZP := CFFT(s57zp)	
S14ZP := CFFT(s14zp)	S36ZP := CFFT(s36zp)	S61ZP := CFFT(s61zp)	
S15ZP := CFFT(s15zp)	S37ZP := CFFT(s37zp)	S62ZP := CFFT(s62zp)	
S16ZP := CFFT(s16zp)	S41ZP := CFFT(s41zp)	S63ZP := CFFT(s63zp)	
S17ZP := CFFT(s17zp)	S42ZP := CFFT(s42zp)	S64ZP := CFFT(s64zp)	
S21ZP := CFFT(s21zp)	S43ZP := CFFT(s43zp)	S65ZP := CFFT(s65zp)	
S22ZP := CFFT(s22zp)	S44ZP := CFFT(s44zp)	S66ZP := CFFT(s66zp)	
S23ZP := CFFT(s23zp)	S45ZP := CFFT(s45zp)	S67ZP := CFFT(s67zp)	
S24ZP := CFFT(s24zp)	S46ZP := CFFT(s46zp)	S71ZP := CFFT(s71zp)	
S25ZP := CFFT(s25zp)	S47ZP := CFFT(s47zp)	S72ZP := CFFT(s72zp)	
S26ZP := CFFT(s26zp)	S51ZP := CFFT(s51zp)	S73ZP := CFFT(s73zp)	
S27ZP := CFFT(s27zp)	S52ZP := CFFT(s52zp)	S74ZP := CFFT(s74zp)	
S31ZP := CFFT(s31zp)	S53ZP := CFFT(s53zp)	S75ZP := CFFT(s75zp)	
S32ZP := CFFT(s32zp)	S54ZP := CFFT(s54zp)	S76ZP := CFFT(s76zp)	

a := 0.000002

A continuación los espectrogramas:

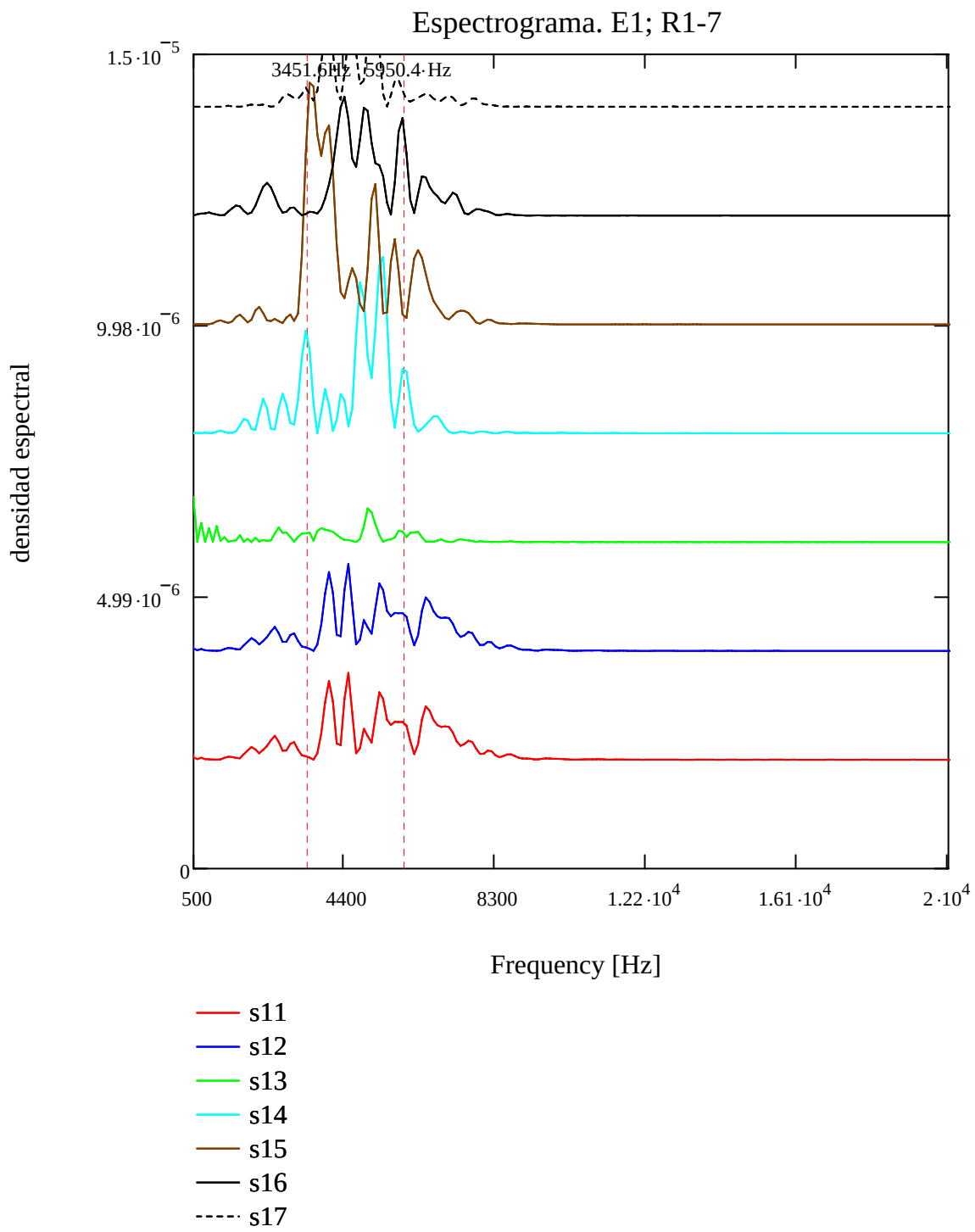


Figura PM6.2.1. Espectros de frecuencia. E1; R1-R7.

NOTA: El intervalo 3451.6 - 5950 Hz corresponde a E1;R1-7. Banda de respuesta principal del sistema de adquisición.

a := 0.0000025

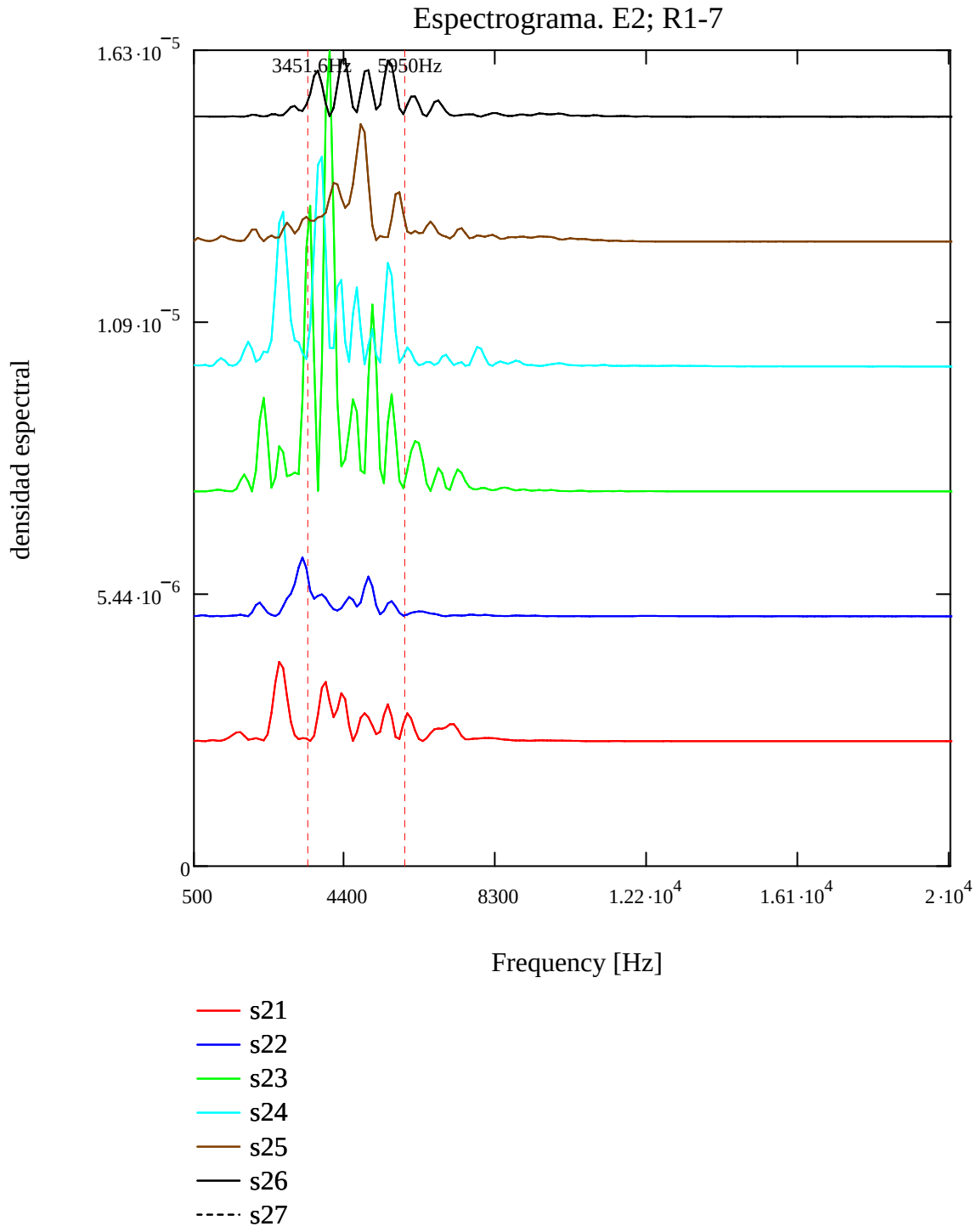


Figura PM6.2.2. Espectros de frecuencia. E2; R1-R7.

a := 0.000002

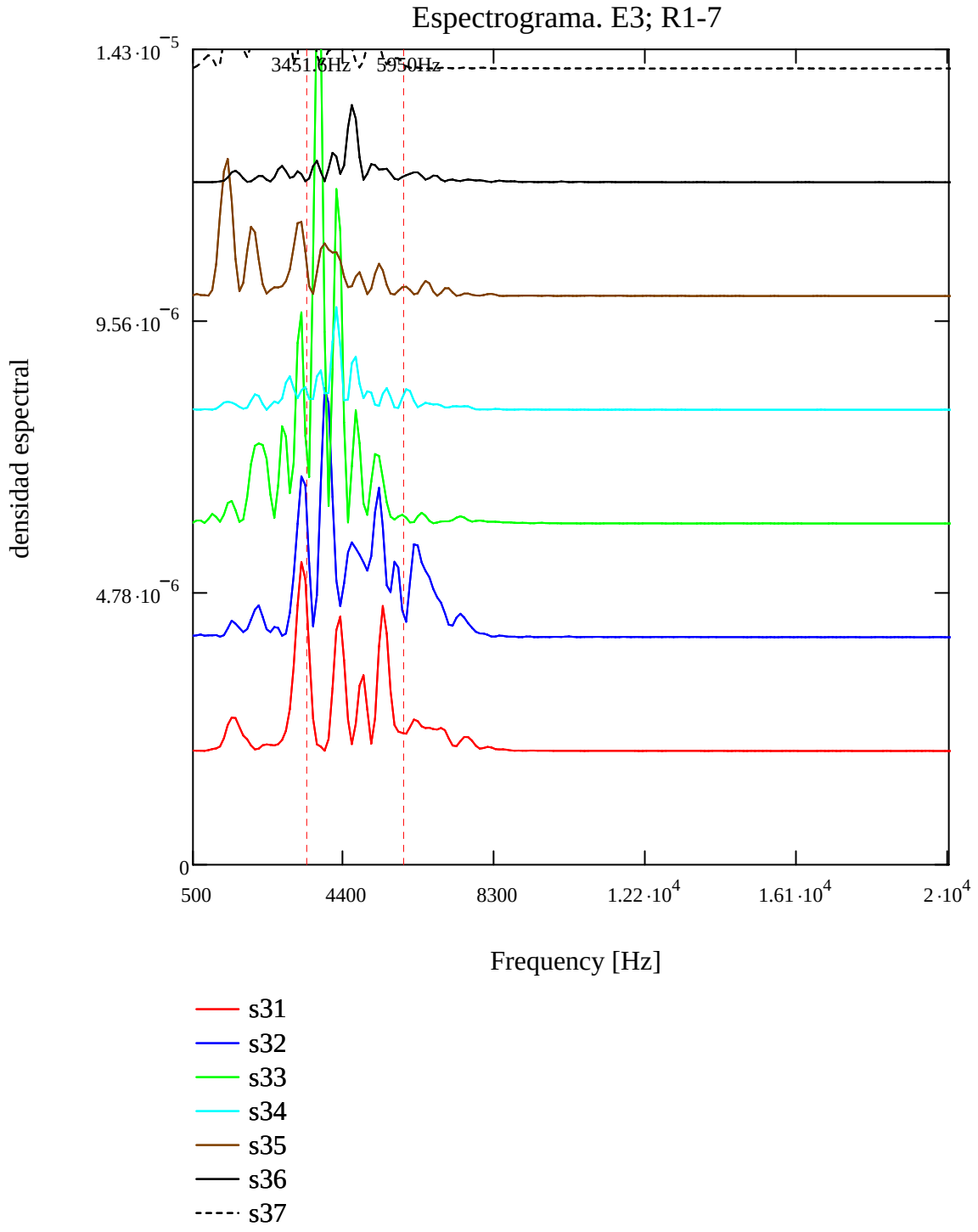


Figura PM6.2.3. Espectros de frecuencia. E3; R1-R7.

a := 0.000002

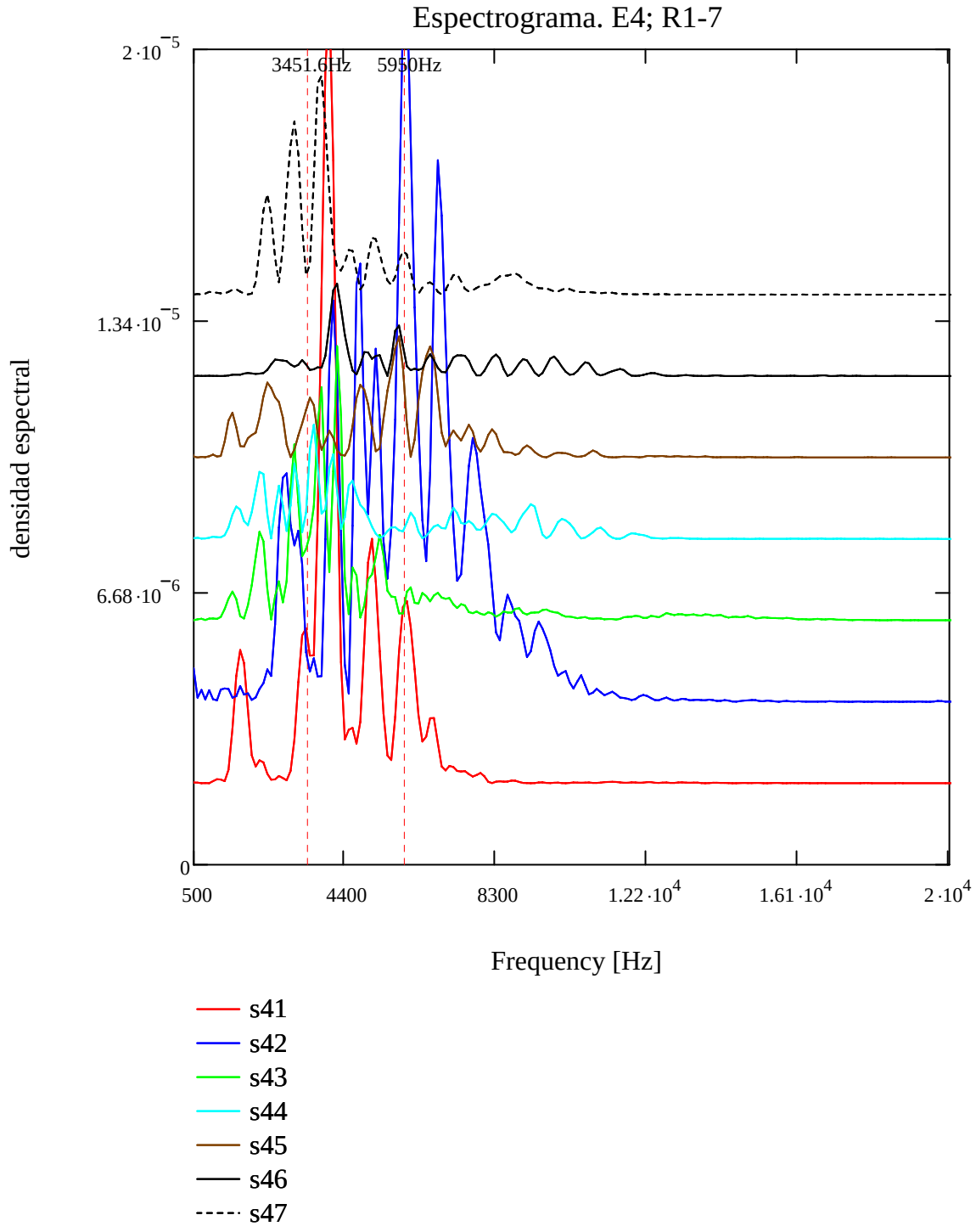


Figura PM6.2.4. Espectros de frecuencia. E4; R1-R7.

a := 0.000007

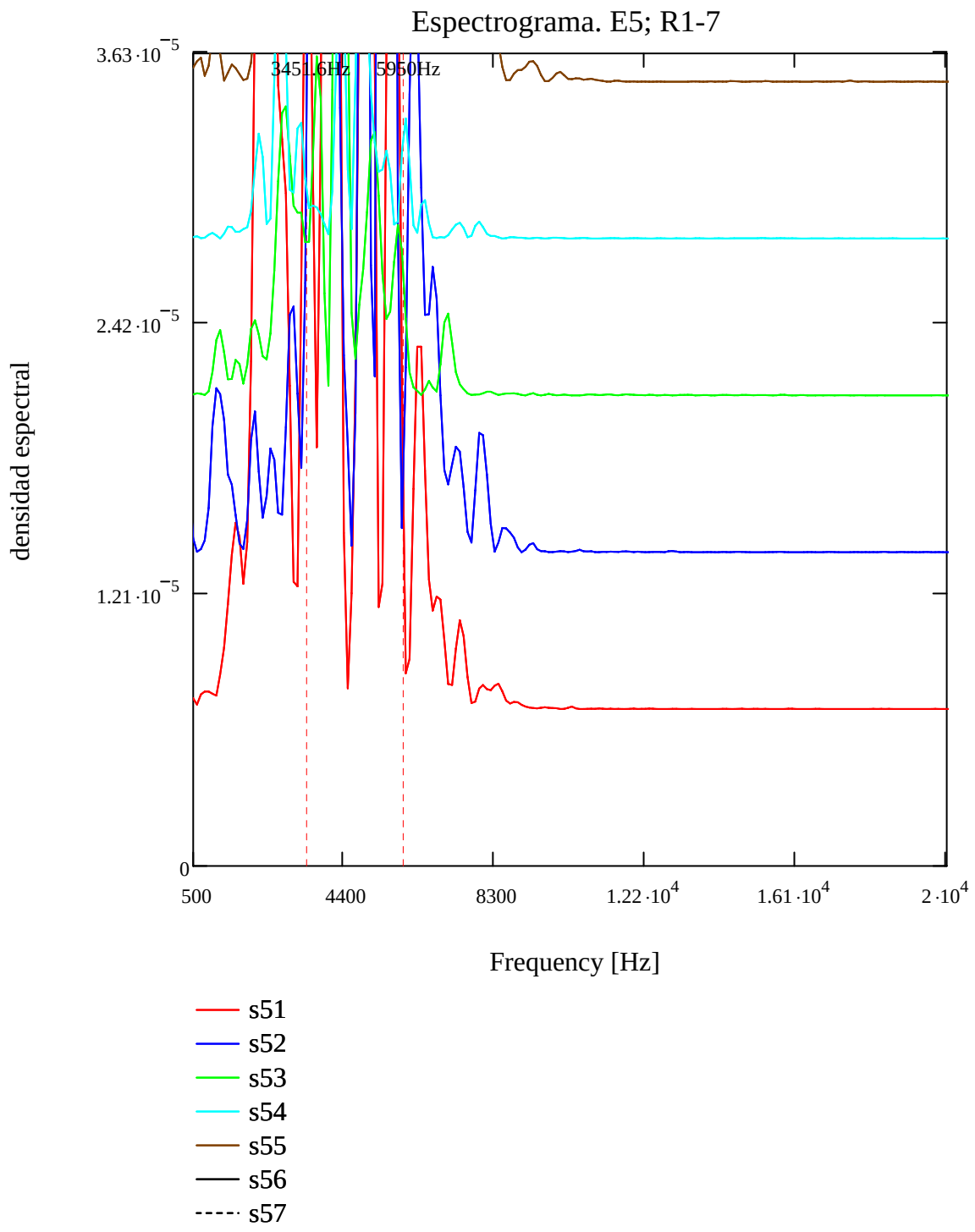


Figura PM6.2.5. Espectros de frecuencia. E5; R1-R7.

a := 0.0000075

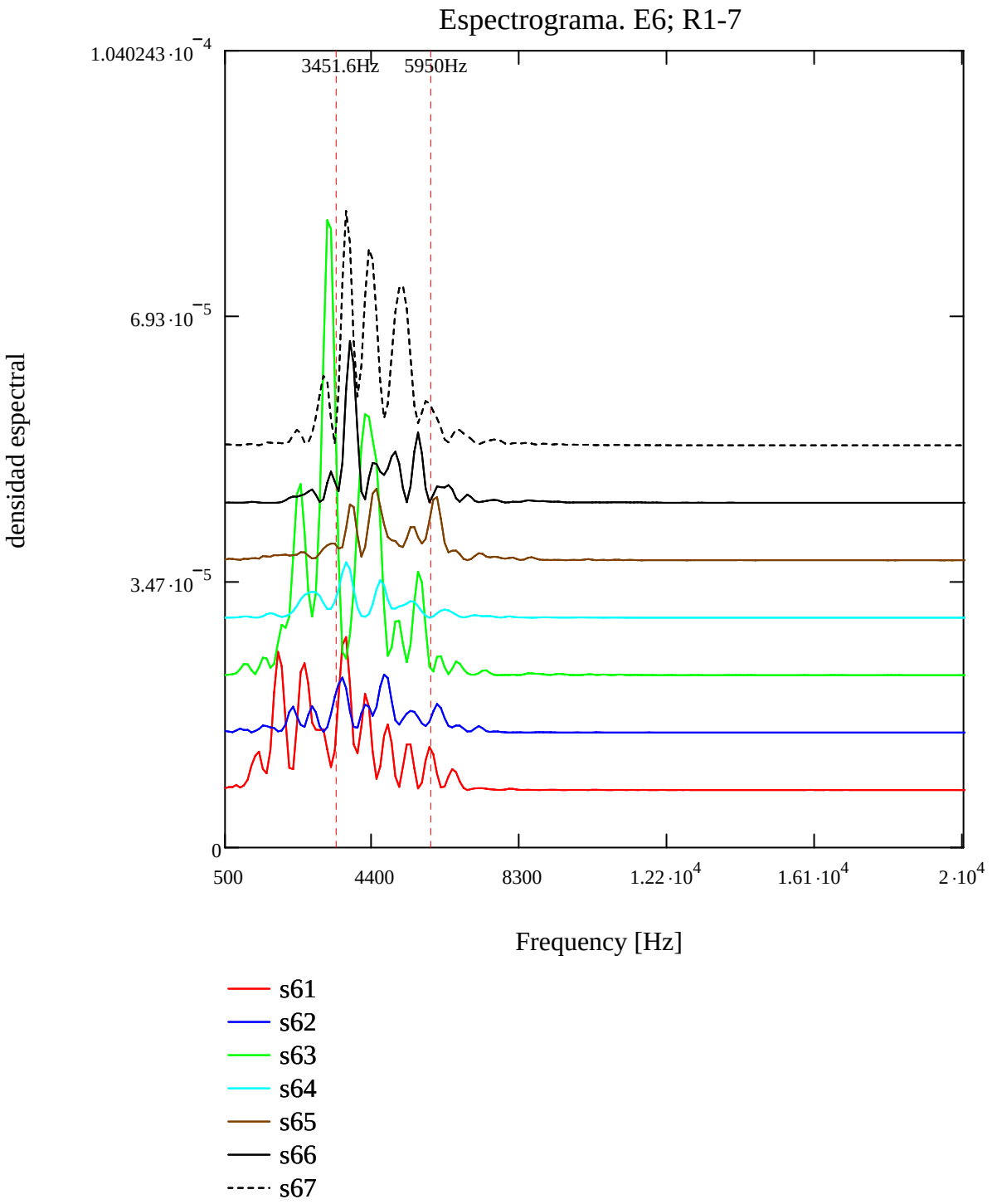


Figura PM6.2.6. Espectros de frecuencia. E6; R1-R7.

a := 0.000002

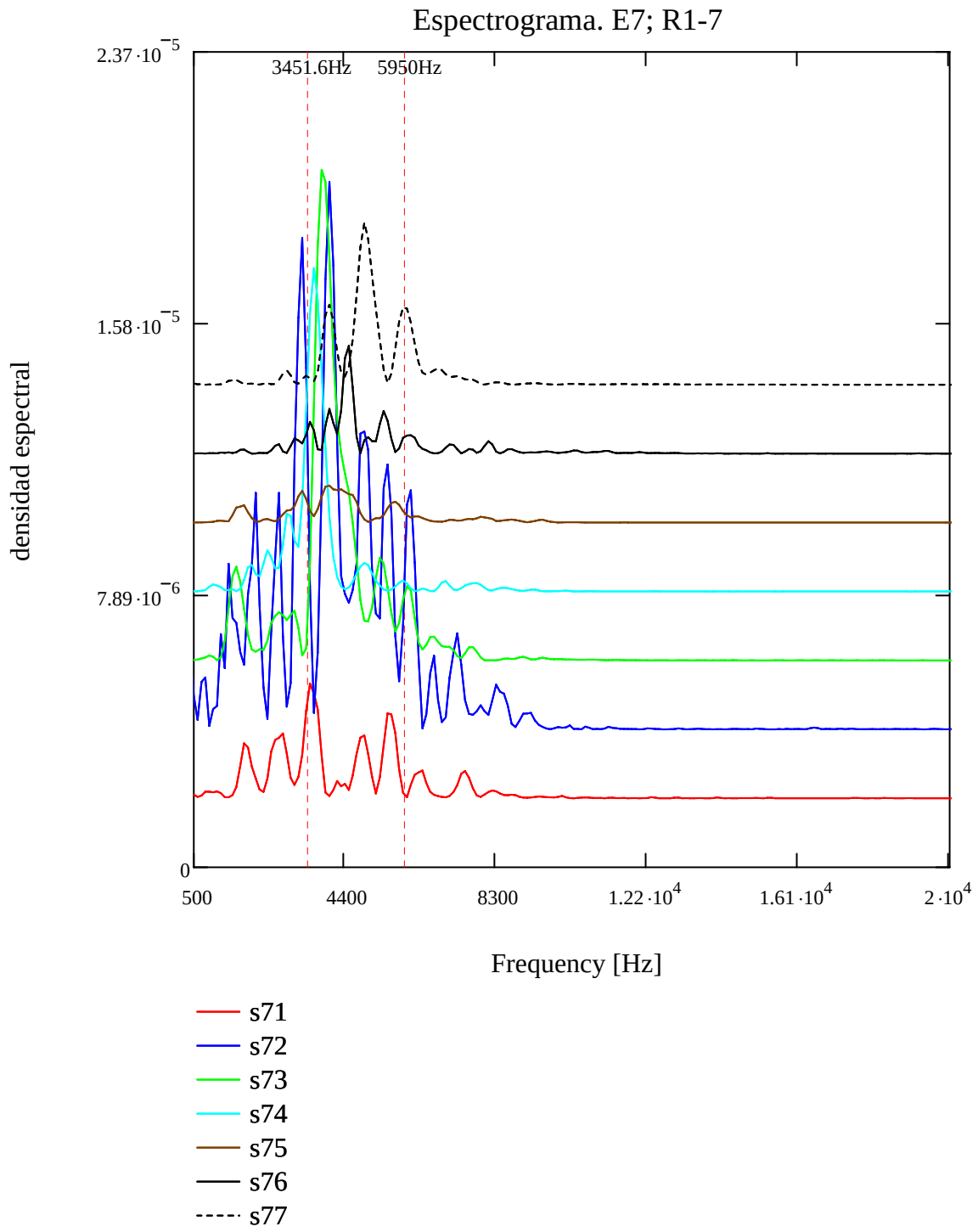


Figura PM6.2.7. Espectros de frecuencia. E7; R1-R7.

A continuación se calcularán las variaciones en las densidades espectrales para cada combinación emisor i, receptores j (j=1-7).-

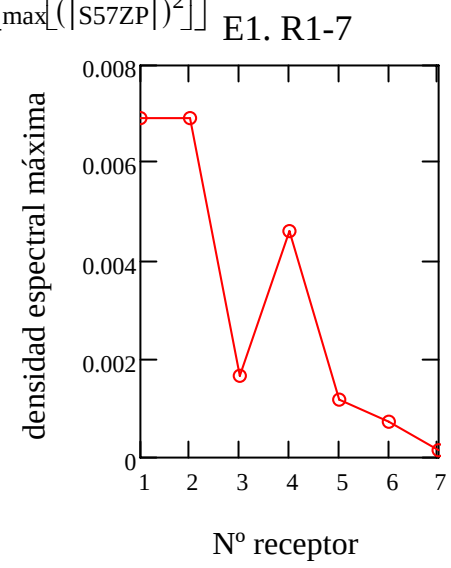
ORIGIN := 1

$i := 1 .. 7$

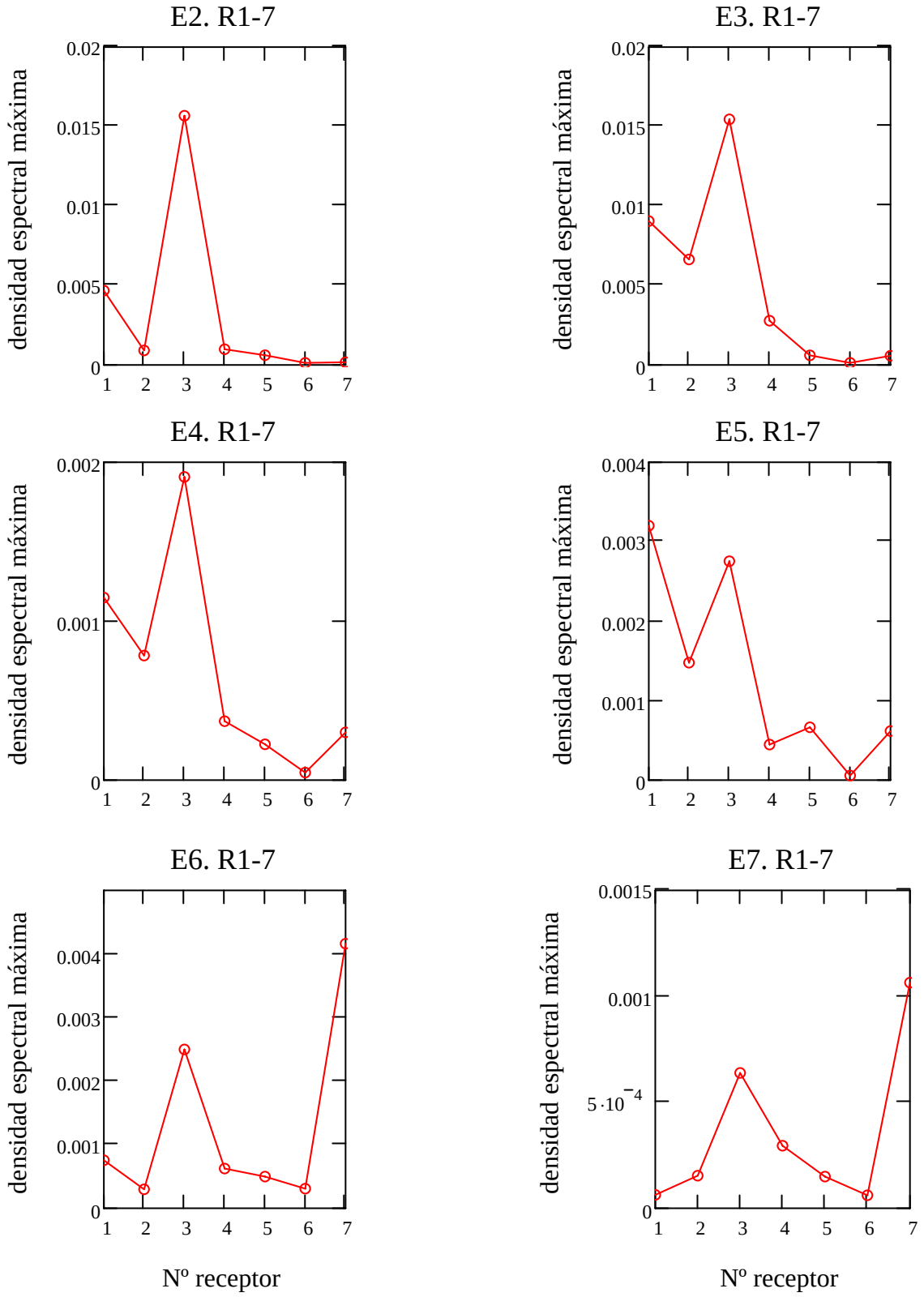
$$zE1 := \begin{bmatrix} \max\left[(|S11ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S12ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S13ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S14ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S15ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S16ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S17ZP|)^2\right] \end{bmatrix} \quad zE2 := \begin{bmatrix} \max\left[(|S21ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S22ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S23ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S24ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S25ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S26ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S27ZP|)^2\right] \end{bmatrix} \quad zE3 := \begin{bmatrix} \max\left[(|S31ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S32ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S33ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S34ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S35ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S36ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S37ZP|)^2\right] \end{bmatrix}$$

$$zE4 := \begin{bmatrix} \max\left[(|S41ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S42ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S43ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S44ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S45ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S46ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S47ZP|)^2\right] \end{bmatrix} \quad zE5 := \begin{bmatrix} \max\left[(|S51ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S52ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S53ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S54ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S55ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S56ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S57ZP|)^2\right] \end{bmatrix} \quad zE6 := \begin{bmatrix} \max\left[(|S61ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S62ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S63ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S64ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S65ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S66ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S67ZP|)^2\right] \end{bmatrix}$$

$$zE7 := \begin{bmatrix} \max\left[(|S71ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S72ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S73ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S74ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S75ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S76ZP|)^2\right] \\ \max\left[(|S77ZP|)^2\right] \end{bmatrix}$$



REPRESENTACION GRAFICA



Planilla Matemática 6.3. Preprocesamiento. Tomografía sin anomalía en muestra de arena limo arcillosa. Configuración cross-hole.

fn: PM63-prep.mcd

$ORIGIN := 1$

$data := READPRN("TO\text{-}SA5\text{-}CH\text{-}t.dat")$ Formato de columnas (matriz 49x5): *xs,ys,xr,yr,time*

SIN ANOMALIA

$x := \left(data^{\langle 3 \rangle} - data^{\langle 1 \rangle}\right)m$ $\quad tiempos := data^{\langle 5 \rangle}\, sec$

$y := \left(data^{\langle 4 \rangle} - data^{\langle 2 \rangle}\right)m$

$emisores := data^{\langle 1 \rangle}$

$longitudes := \sqrt{x^2 + y^2}$

$receptores := data^{\langle 2 \rangle}$

$i := 1 .. 49$

$velocidades_prom_i := \dfrac{longitudes_i}{tiempos_i}$

$a := intercept(longitudes, tiempos)$ $\quad a = 2.139 \times 10^{-4}\, s$

$b := slope(longitudes, tiempos)$ $\quad Vel := \dfrac{1}{b}$ $\quad Vel = 221.311\, \dfrac{m}{s}$

$lf_i := \dfrac{i \cdot m}{100}$ $\quad tf := a + b \cdot lf$

$\sigma := stdev(velocidades_prom)$ $\quad \sigma = 9.873\, \dfrac{m}{s}$ Desviación Standard

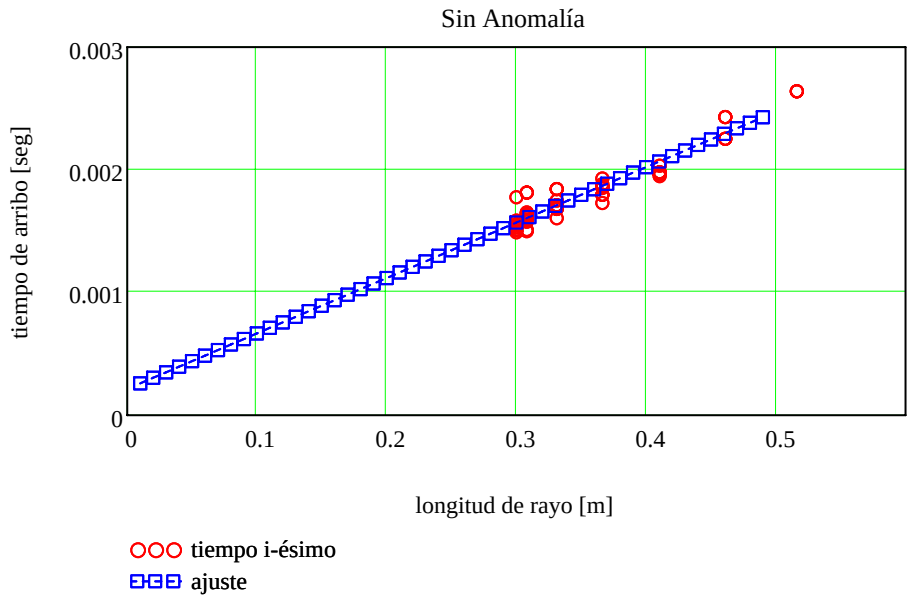
$\mu := mean(velocidades_prom)$ $\quad \mu = 195.14\, \dfrac{m}{s}$ Media

$c := \mu + 2 \cdot \sigma$ $\quad d := \mu - 2 \cdot \sigma$ $\quad c = 214.887\, \dfrac{m}{s}$ $\quad d = 175.394\, \dfrac{m}{s}$

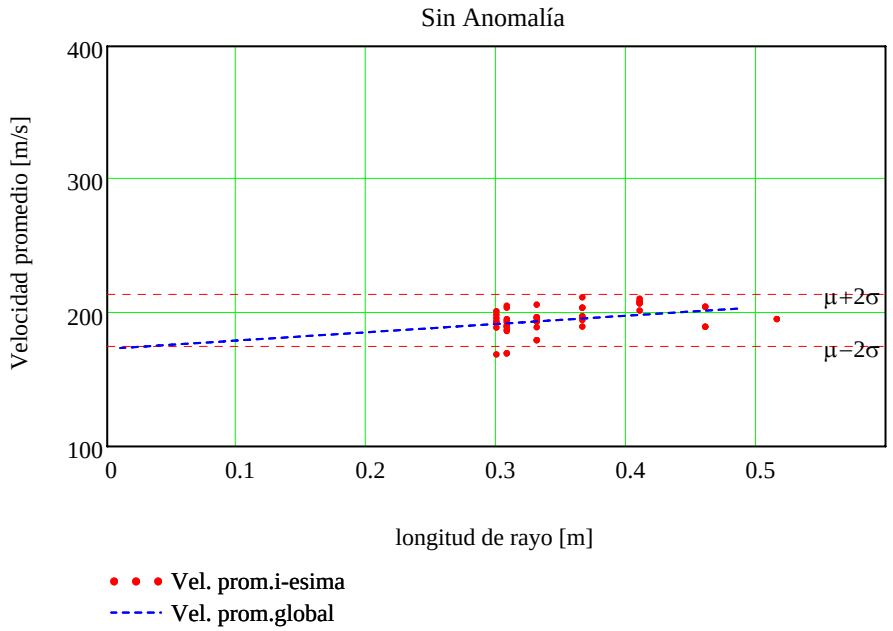
$a := intercept(longitudes, velocidades_prom)$

$b := slope(longitudes, velocidades_prom)$

$vel_f := a + b \cdot lf$



(a)



(b)

Figura PM6.3.1. Pre-proceso de datos. Tomografía en Cross Hole. Tiempos de viaje versus longitudes de rayos. (b) Velocidad Promedio versus longitud de rayo. Sin anomalía

A continuación un gráfico de velocidades promedio vs. número de receptor para cada uno de los emisores.

$emisores := data^{\langle 1 \rangle}$ $\qquad$ $receptores := data^{\langle 2 \rangle}$

$k := 1 .. 7$ $\qquad$ $l_k := k + 7 \cdot (k - 1)$

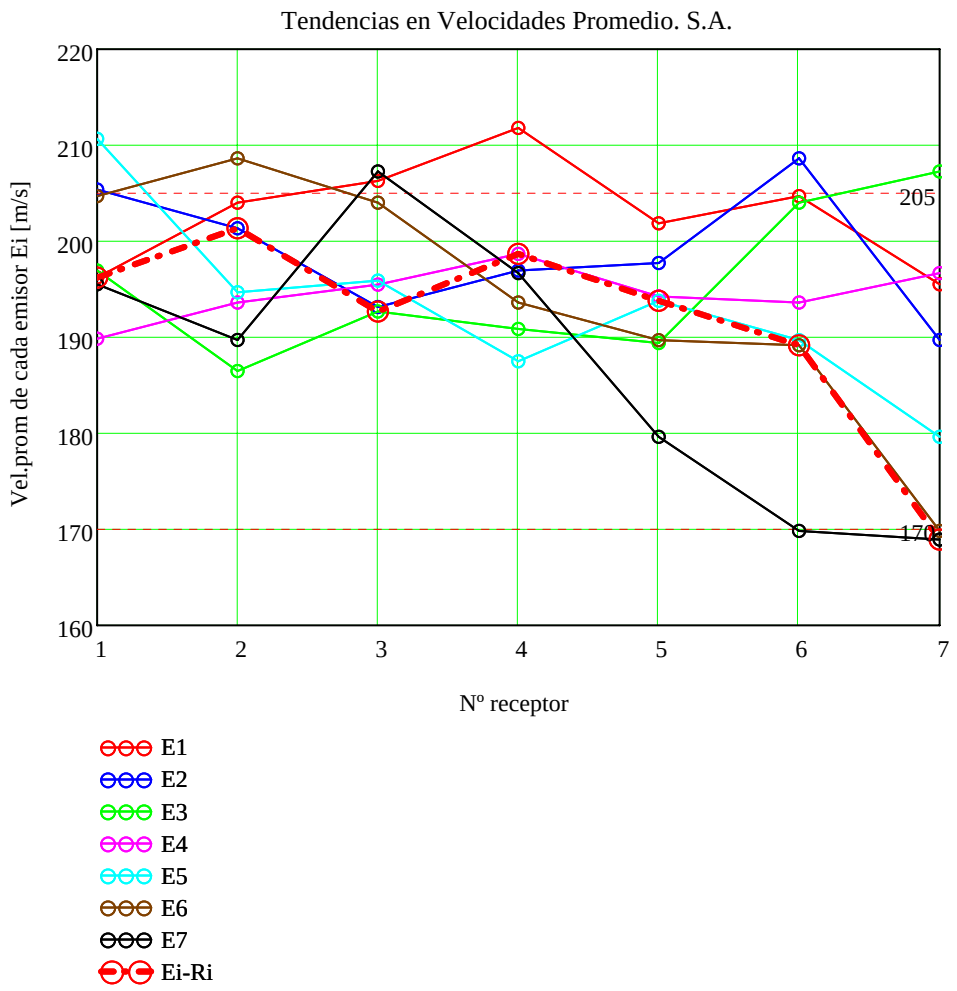


Figura PM6.3.2. Tendencias en Velocidades Promedio. Sin Anomalía.

A continuación un variograma (sinograma) que representa las variaciones de la velocidad promedio de cada par emisor-receptor en función de su posición.

$ORIGIN := 1$

$nh := 7$ $\qquad$ $nv := 7$ $\qquad$ $s := 1 .. nh$ $\qquad$ $r := 1 .. nv$

$vel_{r,s} := velocidades_prom_{r+nh \cdot (s-1)}$

$$vel = \begin{pmatrix} 197.498 & 204.012 & 196.942 & 189.838 & 211.747 & 206.439 & 189.827 \\ 204.012 & 200 & 185.354 & 192.588 & 193.755 & 209.691 & 185.803 \\ 206.267 & 193.14 & 192.678 & 194.236 & 188.423 & 192.735 & 194.486 \\ 205.037 & 193.602 & 191.937 & 197.498 & 186.476 & 191.474 & 180.126 \\ 201.852 & 197.73 & 192.588 & 191.937 & 182.593 & 190.866 & 173.329 \\ 197.167 & 186.955 & 189.838 & 193.602 & 184.356 & 182.593 & 168.062 \\ 189.827 & 182.276 & 199.013 & 196.668 & 191.474 & 171.62 & 169.779 \end{pmatrix} \frac{m}{s}$$

velocidades promedio

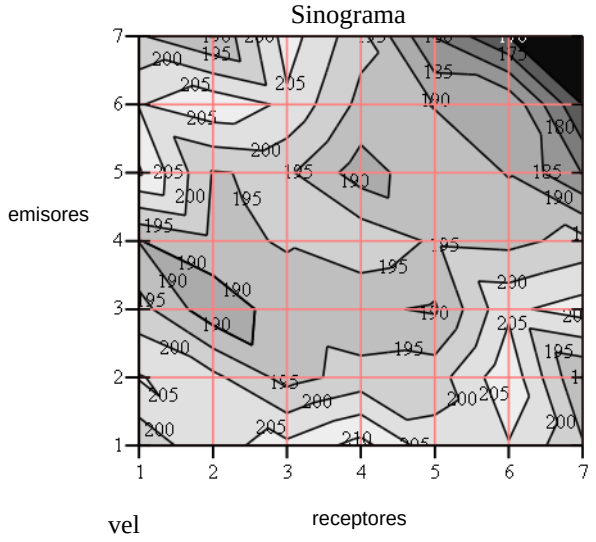


Figura PM6.3.3 Sinograma. Relación entre pares emisor-receptor y Velocidades promedio correspondientes.

Planilla Matemática 6.4 Determinación de parámetros de heterogeneidad, anisotropía en la muestra de suelo base para tomografía.

$ORIGIN := 0$ fn: PM64-bending.mcd

Lectura de los datos: $data := READPRN("TO\text{-}SA5\text{-}CH\text{-}t.dat")$

$data^{\langle 4 \rangle} := reverse\left(data^{\langle 4 \rangle}\right)$ seleccionar origen de coordenadas superior

Nro de puntos: $N := rows(data)$ $N = 49$ $nx := 25$

$i := 0 .. N - 1$

A continuación calcular los tiempos predichos considerando rayo recto:

$x := \left(data^{\langle 3 \rangle} - data^{\langle 1 \rangle}\right)m$ $y := \left(data^{\langle 4 \rangle} - data^{\langle 2 \rangle}\right)m$ $longitudes := \sqrt{x^2 + y^2}$

$tmeas_i := data_{i,4} \cdot sec$ t medido

$velocidades_prom_i := \dfrac{longitudes_i}{tmeas_i}$ $a := intercept(longitudes, tmeas)$

$b := slope(longitudes, tmeas)$ $a = 2.2239 \times 10^{-4}$ $Vel := \dfrac{1}{b}$ $Vel = 221.5199\ m \cdot s^{-1}$

$$\boxed{tpred_sr := \frac{longitudes}{Vel}}$$

Indices:

$nh := 7$

$l := 0 .. nh - 1$ vel. inicial

$n := 0 .. nh - 1$ indice de het

$o := 0 .. nh - 1$ indice de anis.

i : nro rayo
k: nro de valores de 'x' $k := 0 .. nx + 1$
nx: nro de intervalos del eje abcisa

heterogeneidad: anisotropía:

constante : $a_l := (140 + 10l) \cdot \dfrac{m}{sec}$ $b_n := (70 + 12n) \cdot \dfrac{1}{sec}$ $c_o := 1 + 0.05o$

$$a = \begin{pmatrix} 140 \\ 150 \\ 160 \\ 170 \\ 180 \\ 190 \\ 200 \end{pmatrix} m \cdot s^{-1} \qquad b = \begin{pmatrix} 70 \\ 82 \\ 94 \\ 106 \\ 118 \\ 130 \\ 142 \end{pmatrix} s^{-1} \qquad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.05 \\ 1.1 \\ 1.15 \\ 1.2 \\ 1.25 \\ 1.3 \end{pmatrix}$$

Coordenadas de emisores y receptores:

$xs_i := data_{i,0} \cdot m \qquad ys_i := data_{i,1} \cdot m$

$xr_i := data_{i,2} \cdot m \qquad yr_i := data_{i,3} \cdot m$

Determinar matriz de recorridos "y"

Velocidades verticales en emisores y receptores

$Vvs(i,l,n) := a_l + b_n \cdot ys_i \qquad Vvr(i,l,n) := a_l + b_n \cdot yr_i$

Discretización del medio:

$Lx_i := xr_i - xs_i \qquad \Delta x := \frac{Lx_1}{nx} \qquad x_{i,k} := xs_i + \Delta x \cdot k$

$\Delta x = 0.012\ m$

Cálculos Intermedios (m^2) :

$$Vsb2(i,l,n) := \left(\frac{Vvs(i,l,n)}{b_n}\right)^2 \qquad Vrb2(i,l,n) := \left(\frac{Vvr(i,l,n)}{b_n}\right)^2$$

$$\Delta 2V(i,l,n) := \frac{Vrb2(i,l,n) - Vsb2(i,l,n)}{Lx_i}$$

$$y(i,k,l,n,o) := \sqrt{Vsb2(i,l,n) + \left(x_{i,k} - xs_i\right) \cdot \left[\frac{Vvr(i,l,n)^2 - Vvs(i,l,n)^2}{\left(b_n\right)^2 \cdot \left(xr_i - xs_i\right)} + \left(c_o\right)^2 \cdot \left(xr_i - x_{i,k}\right)\right]} - \frac{a_l}{b_n}$$

ec. (B.17) Anexo B

ejemplo : $yy_{i,k} := y(i,k,3,3,0)$

El tercer argumento l indica vel. inic; el 4to heterogeneidad y el 5to anisotropía. Esta operación solo se hace para representar gráficamente.

El caso l=3 indica Vinicial=170 m/s; n=3 heterogeneidad y o=0 indica isotropía.-

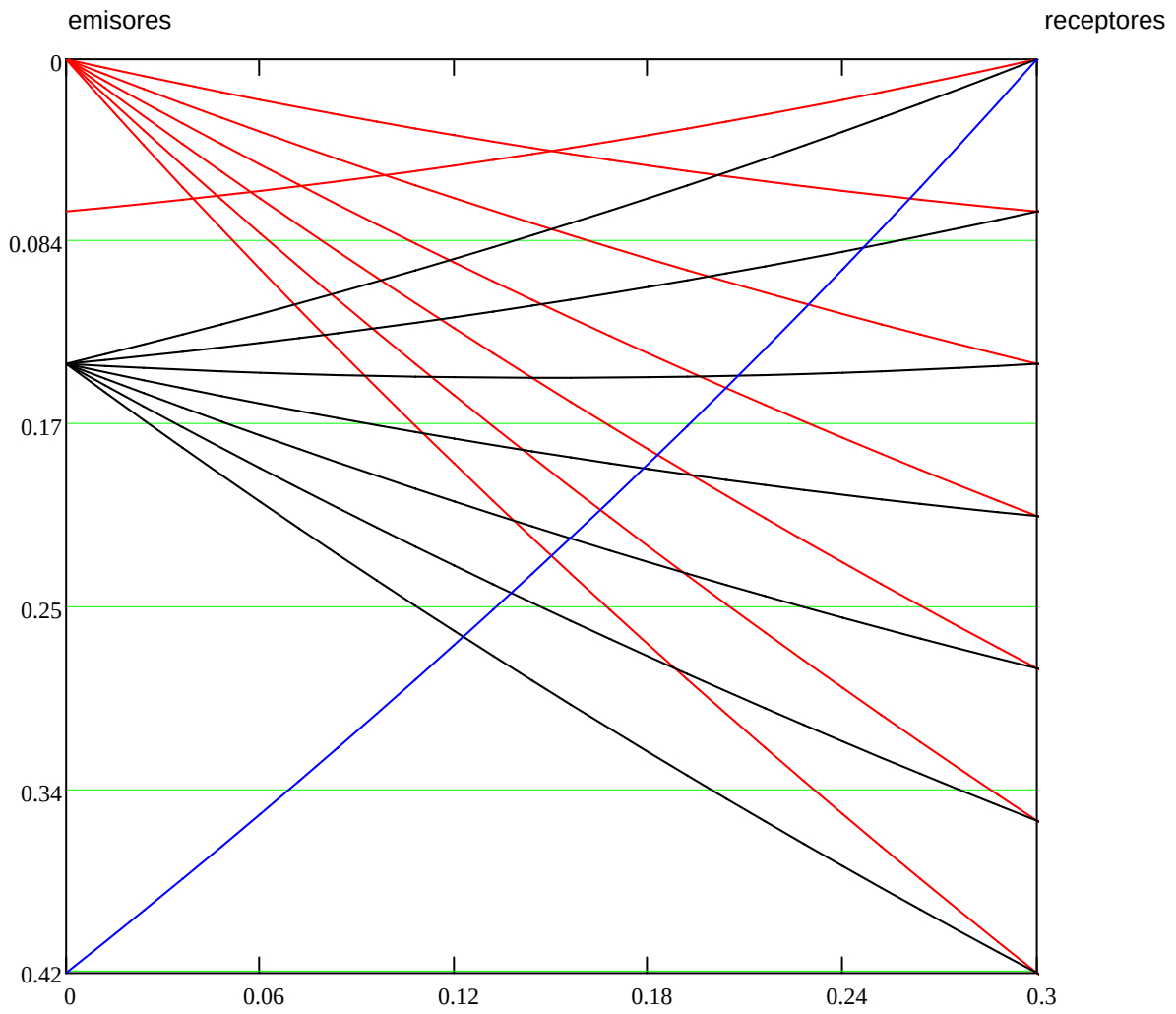


Figura PM6.4.1 Trayectoria de algunos rayos en el medio heterogéneo e isótropo que más se ajusta con los datos medidos.

Determinar los tiempos de arribo teóricos ´´tpred´´

$$\mathrm{dery}(i,k,l,n,o) := \left[\frac{\mathrm{Vvr}(i,l,n)^2 - \mathrm{Vvs}(i,l,n)^2}{\left(b_n\right)^2\cdot\left(xr_i - xs_i\right)} + \left(c_o\right)^2\cdot\left(xr_i + xs_i - 2\cdot x_{i,k}\right)\right]\cdot\frac{b_n}{2\cdot\left(b_n\cdot y(i,k,l,n,o) + a_l\right)}$$

ec. (B.18)
Anexo B

$$\mathrm{tpred}(i,l,n,o) := \left[\sum_k\left[\frac{\sqrt{\left(c_o\right)^2 + \mathrm{dery}(i,k,l,n,o)^2}}{a_l + b_n\cdot y(i,k,l,n,o)}\cdot\Delta x\cdot k\right]\right]\cdot\frac{1}{2\cdot nh}$$

ec. (1.21)

$$\mathrm{ER}(l,n,o) := \sqrt{\frac{1}{N}\cdot\sum_{i=0}^{N-1}\left(\mathrm{tpred}(i,l,n,o) - \mathrm{tmeas}_i\right)^2}$$

error

$$\mathrm{ER}_{n,o} := \mathrm{ER}(3,n,o)$$

Se fija la velocidad inicial (l=3; Vinic=170 m/s)

$M := ER$

Ubicar la posición del elemento con mínimo error.

$c(x) := x = \min(ER)$

función que halla posición del elemento con mínimo error.

```
Locate(M, c) := | i ← 0
                | L ← 0
                | for m ∈ 0 .. rows(M) − 1
                |   for n ∈ 0 .. cols(M) − 1
                |     if c(M_{m,n}) = 1
                |       | L^⟨i⟩ ← (m n)
                |       | i ← i + 1
                | L
```

$L := Locate(M, c)$ $\qquad L = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

En definitiva las propiedades del material utilizado como medio base y dispuesto en el contenedor corresponden a uno heterogéneo e isotrópico. La heterogeneidad produce curvamiento de los rayos (ray bending). Aunque el efecto es de escasa magnitud.

$\boxed{\begin{matrix} i=3 \\ n=3 \\ o=0 \end{matrix}}$

$a := 170 \dfrac{m}{sec}$ Velocidad Inicial

$b := 106 \cdot \dfrac{1}{sec}$ Heterogéneo

$c := 1$ isótropo

$tpred_i := tpred(i, 3, 3, 0)$

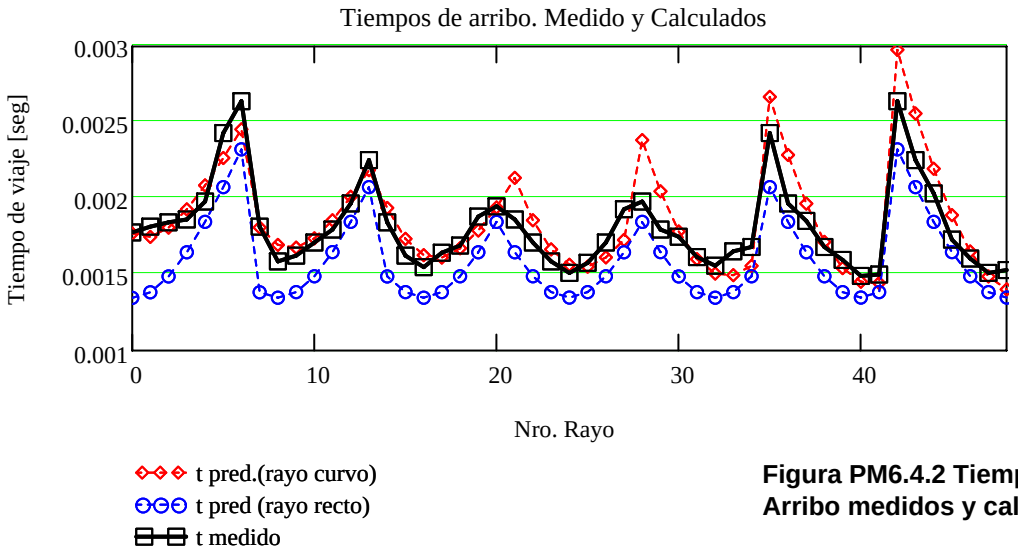


Figura PM6.4.2 Tiempos de Arribo medidos y calculados

$i := 0 .. 42$

$V := a + b \cdot z$

$z_i := \frac{i}{100} \cdot m$

$b = 106\ s^{-1}$

$a = 170\ m \cdot s^{-1}$

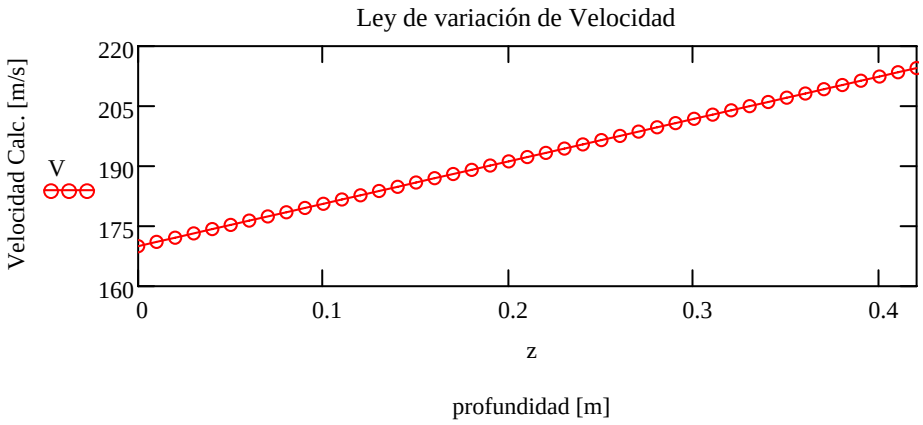


Figura PM6.4.3 Ley de Variación de Velocidades.

ANEXO B

Desarrollo de las Expresiones para las Trayectorias de Rayos Sísmicos en Medios Heterogéneos y Anisótropos Verticales.

A partir de las ecuaciones (1.18) a (1.28) del Capítulo 1 se derivarán expresiones para *V(θ)*, siguiendo la ley de velocidades (1.20) y luego para la trayectoria *z(x)* general del rayo en este tipo de medios, así como para los tiempos *t(z)*. Esto permitirá deducir las expresiones que se utilizan en la PM6.4 y que permiten calcular la anisotropía y heterogeneidad de un medio general, así como dar origen a los programas trazadores de rayos curvos.

Despejando *z* de la ecuación (1.26):

$$z = C1.sen\theta - \frac{a}{b} \qquad (B.1) \qquad diferenciando:$$

$$dz = C1.cos\theta.d\theta \qquad (B.2)$$

$$también: \frac{dz}{dx} = z' \qquad \Rightarrow \qquad dx = \frac{dz}{z'} \qquad (B.3)$$

Reemplazando (B.2) en (B.3), teniendo en cuenta que $z' = cotg\theta$:

$$dx = \frac{C1.cos\theta.d\theta}{\frac{cos\theta}{sen\theta}} \qquad \Rightarrow \qquad dx = C1.sen\theta.d\theta$$

integrando:

$$x = -C1.cos\theta + C2 \qquad (B.4)$$

Las ecuaciones paramétricas (B.1) y (B.4) representan familia de circunferencias desplazadas del origen:

$$\left(z + \frac{a}{b}\right)^2 + (x - C2)^2 = C1^2 \qquad (B.5)$$

Para deducir la ecuación (B.5) se utilizó una variación vertical de la velocidad *V=a+b.z*; donde el factor *b* se define como heterogeneidad vertical. Ahora se deberá incluir la anisotropía *c*, definida como:

$$c = Vh/Vv \qquad anisotropía\ transversal\ (vertical) \qquad (B.6).$$

En el desarrollo expuesto, para incluir la (B.6) se necesita 'aplastar' las circunferencias en la dirección *z*; es decir afectar del factor *c* (<1) a la variable correspondiente, es decir:

$$\begin{cases} x = -C1.\cos\theta \\ z = \left(\frac{1}{c}.C1\right).sen\theta - \frac{a}{b} \end{cases} \qquad \text{(B.7)}$$

derivando respecto del tiempo *t* (derivada punto):

$$\dot{x} = \dot{\theta}.C1.sen\theta = \dot{R}.sen\theta$$

$$\dot{z} = \dot{\theta}.\frac{1}{c}.C1.\cos\theta = \frac{1}{c}.\dot{R}.\cos\theta \qquad con\ \dot{R} = \dot{\theta}.C1 \quad y \quad \dot{\theta} = \omega$$

$$pero: V(z)^2 = \dot{x}^2 + \dot{z}^2 \qquad (B.8)$$

El término $\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ corresponde a la velocidad angular ω; mientras que $\frac{dR}{dt} = \dot{R}$ a la velocidad tangencial, que es la buscada pues refleja los cambios de velocidad con el ángulo *V(θ)*.

Operando con ecuación (B.8):

$$V(z)^2 = \dot{R}^2\left(sen^2\theta + \frac{1}{c^2}.\cos^2\theta\right) \qquad (B.9)$$

Despejando entonces la velocidad tangencial:

$$\dot{R} = V(\theta) = V_z(z)\sqrt{\frac{sen^2\theta + \cos^2\theta}{sen^2\theta + \frac{1}{c^2}.\cos^2\theta}}$$

$$simplificando:$$

$$V(\theta) = V_z(z).\sqrt{\frac{1 + tg^2\theta}{\frac{1}{c^2} + tg^2\theta}} \qquad (B.10)$$

la expresión (B.10) representa cómo varía la velocidad en función del ángulo respecto de la vertical para la profundidad *z* para medios heterogéneos y anisotrópos verticales.

Ahora, conocidas las posiciones relativas entre emisores y receptores, se derivarán expresiones para las trayectorias de los rayos; es decir *z(x)*.

Se parte de la ecuación (B.5) afectada del factor de anisotropía:

$$\left(z + \frac{a}{b}\right)^2 + (c.x - C2)^2 = (c.C1)^2 \qquad \text{(B.11)}$$

Primero se deben calcular las constantes *C1* y *C2*.

La elipse de ec. (B.11) pasa por dos puntos conocidos, un emisor *e* y un receptor *r*:

$$\begin{cases} \left(z_e + \dfrac{a}{b}\right)^2 + (c.x_e - C2)^2 = (c.C1)^2 & B.12-a \\ \left(z_r + \dfrac{a}{b}\right)^2 + (c.x_r - C2)^2 = (c.C1)^2 & B.12-b \end{cases}$$

Restando ecuaciones (B.12-a) y (B.12-b) y teniendo en cuenta que $z_e + \dfrac{a}{b} = \dfrac{b.z_e + a}{b} = \dfrac{Vz_e}{b}$:

$$\left(\frac{Vz_e}{b}\right)^2 + (c.x_e - C2)^2 - \left(\frac{Vz_r}{b}\right)^2 - (c.x_r - C2)^2 = 0$$

operando:

$$\left(\frac{Vz_e}{b}\right)^2 - \left(\frac{Vz_r}{b}\right)^2 + (c.x_e - C2)^2 - (c.x_r - C2)^2 = 0$$

$$\left(\frac{Vz_e}{b}\right)^2 - \left(\frac{Vz_r}{b}\right)^2 = (c.x_r - C2)^2 - (c.x_e - C2)^2 = c.(x_r - x_e).(c.x_r + c.x_e - 2.C2) \qquad (B.13)$$

despejando $C2$:

$$2.C2 = c.(x_r + x_e) - \frac{\left(Vz_e{}^2 - Vz_r{}^2\right)}{b^2.c.(x_r - x_e)} \qquad (B.14)$$

En el caso general se desea conocer la posición del rayo en cualquier punto genérico antes de llegar al receptor, por lo que se renombra: $x_r = x$; $z_r = z$:

Operando con ecuación (B.13):

$$\left(\frac{Vz_e}{b}\right)^2 - \left(\frac{Vz}{b}\right)^2 = c(x - x_e)[c(x + x_e) - 2C2]$$

$$\left(\frac{Vz}{b}\right)^2 = \left(\frac{Vz_e}{b}\right)^2 - c(x - x_e)[c(x + x_e) - 2C2]:$$

reemplazando el término *2.C2* de ec. (B.14) y operando:

$$\left(\frac{Vz}{b}\right)=\sqrt{\left(\frac{Vz_e}{b}\right)^2+(x-.x_e).\left[\frac{Vz_r{}^2-Vz_e{}^2}{b^2(x_r-x_e)}+c^2.(x_r-x)\right]} \qquad (B.15)$$

teniendo presente que: $\frac{Vz}{b}=\frac{a}{b}+z$ despejando $z=\frac{Vz}{b}-\frac{a}{b}$ $(B.16)$

reemplazando $(B.15)$ *en* $(B.16)$:

$$z=\sqrt{\left(\frac{Vz_e}{b}\right)^2+(x-x_e).\left[\frac{Vz_r{}^2-Vz_e{}^2}{b^2(x_r-x_e)}+c^2.(x_r-x)\right]}-\frac{a}{b} \qquad (B.17)$$

La ecuación (B.17) citada en Santamarina y Cesare (1994) describe la trayectoria del rayo que parte de un emisor *e* y arriba a un receptor *r*; en cualquier ubicación *x* de su recorrido, para un medio de heterogeneidad *b* y anisotropía *c,* con velocidad inicial *a*.

Para predecir los tiempos *t(z)* se deberá:

a) Derivar la ecuación (B.17) para obtener *dz/dx*

b) Reemplazar ese término en la ecuación (1.21) y resolver la integral.

$$\frac{dz}{dx}=z'=\left[\frac{\left(Vz_r{}^2-Vz_e{}^2\right)}{b^2.(x_r-x_e)}+c^2.(x_r+x_e-2.x)\right].\frac{b}{2.(b.z+a)} \qquad (B.18)$$

El paso siguiente es reemplazar ecuación (B.18) en (1.21) y pasar la resultante al dominio discreto para obtener un resultado numérico. Esto se lleva a cabo en la PM6.4.

ANEXO C

Programa de Simulación para Generar Datos. Arreglo Cross-hole.

Con el propósito de estudiar el comportamiento de los métodos de inversión, se desarrolló un programa para generar datos 'experimentales'. A continuación los fundamentos.

El algoritmo modela una elipse rotada que por otra parte es la cónica que mejor ajusta la forma de un cuerpo irregular. Los pasos lógicos para realizar el programa son:

i) Generar matrices con las coordenadas *x, y* de los emisores y receptores (cualquier número), ubicados en el contorno Γ de Ω (Figura 4.1). Calcular los tiempos de arribo (asunción de rayo recto, medio homogéneo e isótropo) sin considerar presencia de anomalías. Considerar la velocidad del medio base *V1*.-

ii) Representar una elipse (inclusión, *V2*) inserta por completo en el dominio Ω (medio base).

iii) Interceptar la elipse con los rayos emisor-receptor que la atraviesan y determinar la longitud recorrida en el interior de la misma por cada rayo y su contribución al tiempo global (i.e. el tiempo medido de primer arribo en un caso real).

iv) Calcular con las diferencias de tiempos encontradas, el tiempo medido predicho (teórico)

La expresión general de una elipse en cualquier sistema de coordenadas es:

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1 \qquad \text{(C.1)}$$

Por otra parte (Figura C.1), las ecuaciones que expresan el sistema rotado y trasladado *(X,Y)* en función del de referencia *(x,y)* es:

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & sen\varphi \\ -sen\varphi & \cos\varphi \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} (x - xc) \\ (y - yc) \end{Bmatrix} \qquad \text{(C.2)}$$

Reemplazando *X,Y* de ecuación (C.2) en la expresión (C.1) y operando, se obtendrá la siguiente ecuación que representa la elipse en un sistema rotado φ y trasladado (*xc,yc*) del origen:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \qquad \text{(C.3)}$$

donde:

$$\begin{aligned}
A &= \left(\frac{c}{a}\right)^2 + \left(\frac{s}{b}\right)^2 \\
B &= 2cs\left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right) \\
C &= \left(\frac{s}{a}\right)^2 + \left(\frac{c}{b}\right)^2 \\
D &= -\frac{2xc \cdot c^2}{a^2} - \frac{2xc \cdot s^2}{b^2} - \frac{2yc \cdot c \cdot s}{a^2} + \frac{2yc \cdot c \cdot s}{b^2} \\
E &= -\frac{2yc \cdot s^2}{a^2} - \frac{2yc \cdot c^2}{b^2} - \frac{2xc \cdot c \cdot s}{a^2} + \frac{2xc \cdot c \cdot s}{b^2} \\
F &= \left(\frac{xc \cdot c}{a}\right)^2 + \left(\frac{yc \cdot s}{a}\right)^2 + \left(\frac{xc \cdot s}{b}\right)^2 + \left(\frac{yc \cdot c}{b}\right)^2 + \frac{2xc \cdot yc \cdot s \cdot c}{a^2} - \frac{2xc \cdot yc \cdot s \cdot c}{b^2} - 1 \\
c &= \cos\varphi \\
s &= \sin\varphi
\end{aligned} \qquad \text{(C.4)}$$

A continuación se intersecta la recta (rayo) con la elipse:

$$\begin{cases} y = mx + bb & (a) \\ Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 & (b) \end{cases} \qquad \text{(C.5)}$$

Este constituye un sistema en *x* al que se le calculan las raíces *x1* y *x2*, que serán las abcisas de los puntos de intersección:

$$raíces\, x1, x2 \Rightarrow \begin{cases} reales & y1, y2 = m(x1, x2) + bb \\ imaginarias & no\ existe \bigcap . \end{cases} \qquad \text{(C.6)}$$

Se reemplazó el valor de *y* de la ecuación C.5 (a) en la (b), obteniéndose una ecuación polinómica en *x* de orden 2:

$$
\begin{aligned}
& A0x^2 + A1x + A2 = 0 \\
& donde: \\
& A0 = A + B \cdot m + C \cdot m^2 \\
& A1 = B \cdot bb + 2 \cdot C \cdot m \cdot bb + D + E \cdot m \\
& A2 = C \cdot bb^2 + E \cdot bb + F
\end{aligned}
\qquad \text{(C.7)}
$$

El comando matlab **roots([A0 A1 A2])** calcula las raíces *(x1,x2)*; luego reemplazando en la ecuación C.5 (a) se obtendrá el par *(y1,y2)*.

Finalmente aplicando el conocido Teorema de Pitágoras se calculan las distancias *d* en el interior de la anomalía para todos los rayos y el tiempo perturbado debido a los mismos. Finalmente se representa gráficamente.

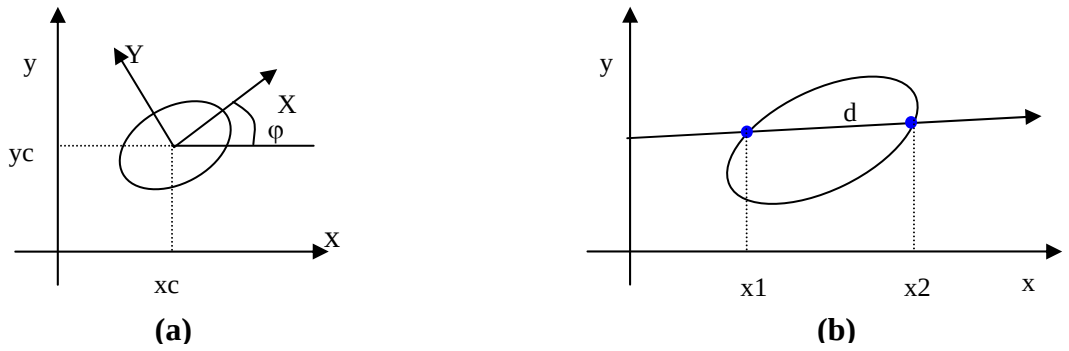


Figura C.1. Esquema algoritmo de simulación de rayos sísmicos. (a) Elipse rotada y trasladada. (b) Intersección con el rayo ij-ésimo.

ANEXO D

Listado de Programas en QuickBASIC para Iniciar y Adquirir Datos con Osciloscopio Digital TDS210 Tektronix

Programa Ini_DSO.BAS:

```
DECLARE SUB seteoTDS (rectime)
' Programa fn: Ini_DSO.BAS para setear el TDS 210 DSO preparar adquisici¢n
' de señales de a pares y grabarlas con formato fijado en
' archivo ascii listo para lectura por Matlab o Mathcad
'
    CLS
    PRINT : PRINT
    PRINT "           Autor: Armando Luis IMHOF"
    PRINT : PRINT : PRINT
    PRINT "        ***  RS-232 default values  ***"
    PRINT
    PRINT "          Baud Rate: 9600      EOL: CR        Delay: 0 s"
    PRINT "          Hard Flagging: On    Parity: None"
    PRINT "          Soft Flagging: Off   Stop Bits: 1"
    PRINT
    PRINT "        These parameters can be changed in the "
    PRINT "        UTILITY  System - I/O  RS-232 menu in TDS 210."
    PRINT
    SCOPE% = 1
    PRINT : PRINT : PRINT
    INPUT "Ingrese Rec Time [msec]:"; rectime
    OPEN "COM1:9600,N,8,1,LF,RB2500" FOR RANDOM AS #SCOPE%
        seteoTDS (rectime)
    CLOSE #1
'Desde aqu¡ comienza la adquisici¢n


    CLS
    PRINT : PRINT : PRINT : PRINT
    PRINT "                      Fin de Proceso de seteo"

SUB seteoTDS (rectime)
' Trigger
' Fuente de disparo
  PRINT #1, "trigger:main:edge:source CH2"
  PRINT #1, "trigger:main:mode normal"
  PRINT #1, "trigger:main:type edge"
' tiempo de retenci¢n
  PRINT #1, "trigger:main:holdoff:value 0.0"
  PRINT #1, "trigger:main:edge:coupling LFRej"
' nivel de disparo
  PRINT #1, "trigger:main:level 0.2"
' detecta el evento en la pendiente positiva (rise)
  PRINT #1, "trigger:main:edge:slope rise"
' Esta sub se corre al inicio y configura el TDS DSO para toda la adquisici¢n
     origen = rectime * .001 / 2
     timebase = rectime * .001 / 10
' Adquisici¢n promediada n=128 muestras.
    PRINT #1, "acq:mod ave;numav 128"
' Base de Tiempo
    PRINT #1, "hor:mai:scale " + STR$(timebase)
' Establecer origen en el extremo izquierdo de la pantalla.
```

```
' Nota: el comando inferior se puede reemplazar con HOR:DEL:POS (pg.2-94)
' Pero no sirve cdo deseo cambiar el rec time desde el programa.
    PRINT #1, "hor:mai:position " + STR$(origen)
    PRINT #1, "horizontal:view main"
    PRINT #1, "languaje spanish"
' Display
    PRINT #1, "cursor:function off"
    PRINT #1, "display:contrast 45"
    PRINT #1, "display:format yt"
    PRINT #1, "display:persistence off"
    PRINT #1, "display:style vectors"
' Config puerto de impresi¢n
  PRINT #1, "hardcopy:format deskjet"
  PRINT #1, "hardcopy:layout landscape"
  PRINT #1, "hardcopy:port centronics"
' Config puerto RS232
  PRINT #1, "rs232:baud 9600"
  PRINT #1, "rs232:hardflagging on"
  PRINT #1, "rs232:parity none"
  PRINT #1, "rs232:transmit:terminator: CR"
' Configuraci¢n de canales
' display de se¤ales
  PRINT #1, "select:ch2 on;ch1 on;math off;refa off;refb off"
  PRINT #1, "ch1:coupling ac;bandwidth on;:ch2:coupling ac;bandwidth on"
' posici¢n vertical
  PRINT #1, "ch1:position 2"
  PRINT #1, "ch2:position -2"
' atenuaci¢n de las sondas
  PRINT #1, "ch1:probe 1"
  PRINT #1, "ch2:probe 1"
' escalas de mV
  PRINT #1, "ch1:scale 5e-2"
  PRINT #1, "ch2:scale 5e-0"

END SUB
```

Programa Adq_DSO.BAS:

```
DECLARE SUB ordrayo ()
DECLARE SUB stacking ()
DECLARE SUB adquisicion ()
DECLARE SUB writesignal ()
' programa Adq_DSO.BAS para adquirir y resguardar
' señales del TDS 210
' Autor: Armando Luis IMHOF"
' Las unidades en escala vertical son voltios
' en horizontal segundos
' Las señales se graban en archivo ASCII con cq. extension
' los registros almacenados en filas
' para proceso final hay que transponerlos.
' 18/05/06. Testeado. Ok.
COMMON SHARED scope%, n, datafile$, nstack, nr, ns, cnr, cns
'$DYNAMIC
DIM SHARED signale1(2500), signale2(2500), ValorVolt1(2500), ValorVolt2(2500)
DIM SHARED tiempos(2501), aux1(2500), aux2(2500)
scope% = 1
' n es un contador de nro de senales
n = 1
CLS
```

```
INPUT "Ingrese nro de emisores:"; ns
INPUT "Ingrese nro de receptores:"; nr
PRINT
PRINT "Asegurese que en la opcion siguiente el archivo no exista en disco,"
PRINT "a menos que quiera agregar mas señales"
PRINT
INPUT "Ingrese Nombre de archivo de datos de resguardo: ", datafile$
PRINT
PRINT , , datafile$
PRINT
PRINT
nstack = 0
10  PRINT "Esperando Orden (SP:adquirir y esperar otro evento   CR:end :"
20  a$ = INKEY$: IF a$ = "" THEN 20
    SELECT CASE a$
    CASE IS = CHR$(13)
        END
    CASE IS = " "
        adquisicion
        writesignal
    CASE ELSE
        GOTO 20
    END SELECT
    CLS
    GOTO 10
    END

' RUTINAS
REM $STATIC
SUB adquisicion
' subrutina para capturar datos desde el TDS210
ordrayo
IF cnr = nr THEN
        PRINT "procesando señal Nro:"; n
        PRINT "Emisor:"; cns
        PRINT "Receptor:"; cnr
ELSE
        PRINT "procesando señales Nro:"; n; n + 1
        PRINT "Emisor:"; cns
        PRINT "Receptores:"; cnr; cnr + 1
END IF
PRINT "leyendo del TDS210 ..."
OPEN "COM1:9600,N,8,1,LF,RB5000" FOR RANDOM AS #scope% LEN = 4096
PRINT #1, "*cls"
PRINT #1, "*wai"
PRINT #1, "wfmpre:encdg ASC"
PRINT #1, "wfmpre:pt_fmt y"
PRINT #1, "data:start 1"
PRINT #1, "data:stop 2500"
PRINT #1, "data:width 1"
' Channel 1
PRINT #1, "data:source ch1"
PRINT #1, "wfmpre:ch1:yzero?"
INPUT #1, ycero
PRINT #1, "wfmpre:ch1:ymult?"
INPUT #1, ymulti
PRINT #1, "wfmpre:ch1:yoff?"
INPUT #1, yofff
PRINT #1, "curve?"
PRINT
FOR i = 1 TO 2500
```

```
   INPUT #1, signale1(i)
   ValorVolt1(i) = ((signale1(i) - yofff) * ymulti) + ycero
NEXT
PRINT "espere por favor..."
IF cnr = nr THEN GOTO 100  'graba solo un canal al final de un ciclo
' Channel 2
PRINT #1, "data:source ch2"
PRINT #1, "wfmpre:ch2:yzero?"
INPUT #1, ycero
PRINT #1, "wfmpre:ch2:ymult?"
INPUT #1, ymulti
PRINT #1, "wfmpre:ch2:yoff?"
INPUT #1, yofff
PRINT #1, "curve?"
FOR j = 1 TO 2500
   INPUT #1, signale2(j)
   ValorVolt2(j) = ((signale2(j) - yofff) * ymulti) + ycero
NEXT
IF n = 1 AND nstack = 0 THEN
' ahora armaremos los tiempos.
PRINT #1, "wfmpre:xzero?"
INPUT #1, xcero
PRINT #1, "wfmpre:xincr?"
INPUT #1, deltax
FOR i = 1 TO 2500 STEP 1
        tiempos(i) = xcero + deltax * (i - 1)
NEXT
END IF
100 CLOSE #1
END SUB

SUB ordrayo
' rutina para colocar nro de emisor y receptor
pdecimal = n / ns - FIX(n / ns)
IF pdecimal = 0 THEN ' si esta al final de un ciclo de emision
        cns = FIX(n / ns) 'calcula emisor actual
        cnr = nr        'calcula receptor actual
ELSE
        cns = FIX(n / ns) + 1
        cnr = FIX(pdecimal * nr)
END IF
END SUB

SUB stacking
INPUT "Numero de stacks (0<n<10): ?", nstack
PRINT "haciendo stacking..."
FOR j = 1 TO nstack
' resguardo se¤ales anteriores
        FOR i = 1 TO 2500
            aux1(i) = ValorVolt1(i)
            IF cnr <> nr THEN aux2(i) = ValorVolt2(i)
        NEXT
adquisicion
        FOR i = 1 TO 2500
            ValorVolt1(i) = (aux1(i) + ValorVolt1(i)) / 2
            IF cnr <> nr THEN ValorVolt2(i) = (aux2(i) + ValorVolt2(i)) / 2
        NEXT
NEXT
'NOTA: se efectua la suma de 128*nstack
```

```
END SUB

SUB writesignal
PRINT "Sumaci¢n de señales (S/N): ?"
21  a$ = INKEY$: IF a$ = "" THEN 21
a$ = UCASE$(a$)
SELECT CASE a$
        CASE IS = "S"
        stacking
        CASE IS = "N"
        PRINT "no stack"
        CASE ELSE
        GOTO 21
END SELECT
' a continuacion se grabaran los registros a file
OPEN datafile$ FOR APPEND AS #2
IF n = 1 THEN
   FOR i = 1 TO 2500
       PRINT #2, tiempos(i);
   NEXT
PRINT #2, CHR$(13)
END IF
FOR i = 1 TO 2500
        PRINT #2, ValorVolt1(i);
NEXT
PRINT #2, CHR$(13)
IF cnr <> nr THEN
        FOR i = 1 TO 2500
                PRINT #2, ValorVolt2(i);
        NEXT
        n = n + 2
ELSE
        n = n + 1
END IF
PRINT #2, CHR$(13)
CLOSE #2
END SUB
```

Fin de Documento