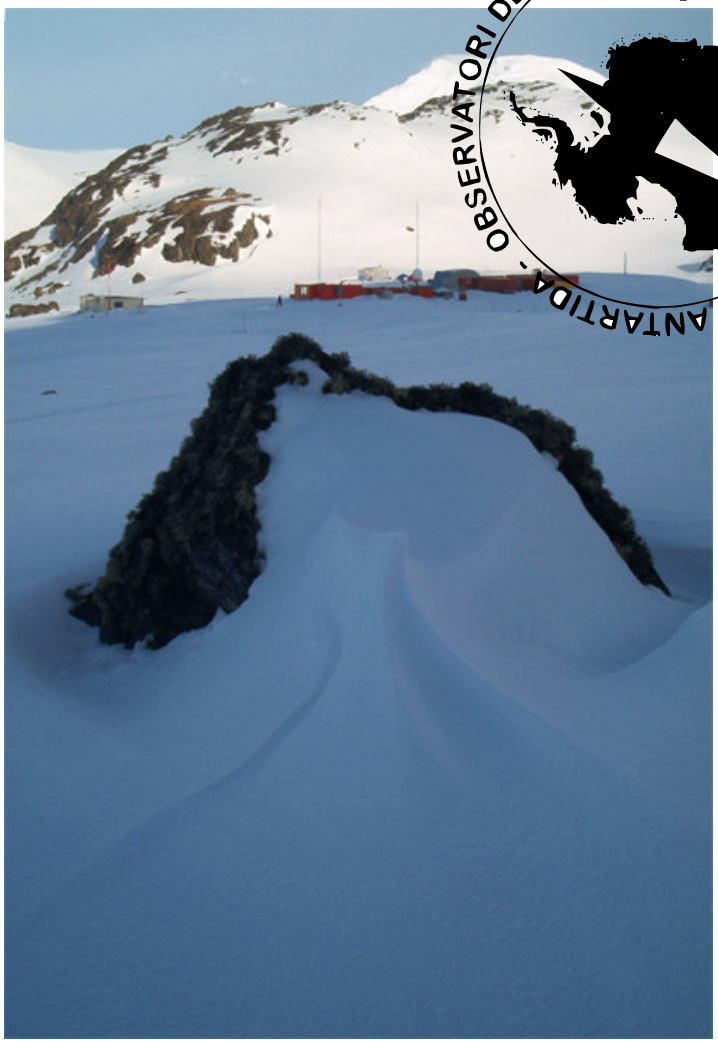
Una Mirada Crítica Sobre el Sistema DIflux - Magnetómetro δI/δD. Aplicación al Observatorio Geomagnético de Isla Livingston



Santiago Marsal Vinadé

observatori de l'Ebre

Universitat Ramon Llull

Agradecimientos

Quiero agradecer especialmente al Dr. Joan Miquel Torta el apoyo que he recibido de su parte, tanto en el terreno moral como en su dilatada experiencia, que en todo momento ha puesto a mi disposición.

También a John C. Riddick, ex-miembro del *British Geological Survey*, por su asesoramiento técnico en las cuestiones relacionadas con el magnetómetro vector y por su total disponibilidad.

A mi mujer, por su comprensión.

Observatori de l'Ebre, Agosto de 2006

A mi hija,

que ya está aquí

ÍNDICE

Pág.

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS 3

1. EL DIFLUX 9
- 1.1. INTRODUCCIÓN 9
- 1.2. ERRORES DEL DIFLUX 14
  - 1.2.1. Errores sistemáticos de colimación 14
    - 1.2.1.1. Errores de colimación de la retícula 17
    - 1.2.1.2. Errores de colimación del sensor Fluxgate 22
  - 1.2.2. Error sistemático de offset de campo nulo 28
  - 1.2.3. Otras fuentes de error del DIflux 33
    - 1.2.3.1. Existencia de gradientes 34
    - 1.2.3.2. Propuesta de nuevos observables: magnetización del cuerpo del teodolito y del telescopio 39
    - 1.2.3.3. Efectos derivados del mal funcionamiento y/o de la incorrecta operación del DIflux 42
    - 1.2.3.4. Efectos aleatorios 44
    - 1.2.3.5. Mala nivelación del teodolito 47
- 1.3. RESULTADOS EXPERIMENTALES. INCERTIDUMBRES 50
  - 1.3.1. Incertidumbre asociada a efectos aleatorios 50
  - 1.3.2. Estimación de la magnitud asociada a efectos sistemáticos 58
- 1.4. PROPUESTAS PARA LA REDUCCIÓN DE ERRORES 71
- 1.5. CONCLUSIÓN 74

2. EL MAGNETÓMETRO VECTOR δI/δD 77
- 2.1. INTRODUCCIÓN 77
- 2.2. EL CASO IDEAL 79
  - 2.2.1. Ecuaciones fundamentales 79
  - 2.2.2. Incertidumbres asociadas a la precisión del instrumento 86
- 2.3. ANÁLISIS DEL CASO REAL 87
  - 2.3.1. Finitud temporal de las medidas y resolución temporal 87
  - 2.3.2. Incertidumbre asociada a la inestabilidades de la fuente de corriente. Despiking 89
    - 2.3.2.1. Dos casos particulares 90
    - 2.3.2.2. Método de detección de spikes 91
    - 2.3.2.3. Procedimiento 100
  - 2.3.3. Ruido magnético 102
  - 2.3.4. Efecto sistemático debido a la incorrecta colocación del instrumento 103
  - 2.3.5. Otras fuentes de error 107
    - 2.3.5.1. Gradientes del campo magnético 108
    - 2.3.5.2. Dilataciones y deformaciones de las bobinas 110
- 2.4. CONCLUSIÓN 111

3. EL SISTEMA CONJUNTO DIFLUX - MAGNETÓMETRO VECTOR δI/δD 113
3.1. LA SITUACIÓN REAL FRENTE LA IDEAL 114
3.2. EL CASO PARTICULAR DEL OBSERVATORIO GEOMAGNÉTICO DE ISLA LIVINGSTON 118
3.3. CONCLUSIÓN 133

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS 135

Referencias bibliográficas 139

Anexo 1. Artículo: "An evaluation of the uncertainty associated with the measurement of the geomagnetic field with a D/I fluxgate theodolite"

Anexo 2. Artículo: "An assessment of the BGS δDδI vector magnetometer"

INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

Alrededor del año 1600, el físico inglés William Gilbert aborda por primera vez el estudio del magnetismo desde un punto de vista propiamente científico con su tratado *De magnete*. Desde entonces, la determinación del vector campo magnético en la totalidad de la superficie terrestre y su evolución temporal ha tenido como principal finalidad la elaboración de un mapa detallado que describa su comportamiento en cada punto del globo; objetivo que pasa, según la concepción actual, por la modelización de las fuentes internas que crean este campo y la manera como éste se ve alterado, tanto por la dinámica interna de la Tierra como por la influencia del sol. Desde los viajes transoceánicos iniciados por E. Halley con la utilización de brújulas para la determinación de cartas magnéticas, hasta los actuales satélites artificiales como el Oersted o el Champ, con Fluxgates triaxiales y magnetómetros escalares de efecto Overhauser, cámaras estelares para la orientación y receptores GPS para el posicionamiento, el estudio del campo geomagnético ha sido una tarea que, como muchas otras, ha sufrido su particular evolución. Así, son muchos los instrumentos que han pasado por los diferentes observatorios geomagnéticos desplegados por toda la geografía terrestre. Algunos, como el QHM o el BMZ, utilizaban imanes suspendidos para la determinación de los diferentes elementos del campo; otros, como el magnetómetro de precesión de protones o el de vapor de Cesio, se basan en las propiedades magnéticas de las partículas subatómicas y permiten determinar la intensidad total del campo; mientras que otros, como los sensores Fluxgate o los magnetómetros basados en bobinas de Helmholtz, se sirven de las leyes de Maxwell para convertir campos eléctricos en magnéticos o viceversa; campos que crean corrientes y que posteriormente son medidos y traducidos a las unidades apropiadas.

Igualmente cambiante ha sido el interés que la ciencia y los gobiernos han puesto a lo largo del tiempo en el estudio de este fenómeno. Así por ejemplo, a finales de la década de 1950, a propósito del Año Geofísico Internacional, proliferó la creación de nuevos observatorios geomagnéticos en buena parte del mundo. Como consecuencia, nos encontramos hoy con una red internacional de observatorios que intercambian y difunden sus datos a la comunidad científica y al gran público a través de Internet (ver, por ejemplo, <http://www.obsebre.es/geomagnetisme>). Esta red de observatorios, plasmada sobre un mapamundi, evidencia a simple vista uno de sus puntos débiles más importantes (*Rasson*, 2001): existen zonas despobladas de la Tierra, como son los grandes océanos y buena parte de las tierras australes, con una carencia evidente de observatorios, mientras que en otras partes del planeta, con una tradición científica secular como es el centro de Europa, la densidad de puntos está incluso

sobredimensionada. Se hace necesario, pues, complementar el estudio del campo geomagnético con satélites artificiales que cubran con cierta frecuencia estas zonas despobladas. Otros puntos del globo tienen un interés especial por la particularidad del campo magnético que presentan, debido a ciertas estructuras y propiedades de la corteza terrestre. Su estudio sistemático puede ayudar en la tarea de determinar estas estructuras internas, precisamente a través de medidas indirectas como la del campo magnético, ya sea por medio de campañas aeromagnéticas, marinas, etc.

El observatorio geomagnético de Livingston, situado en el archipiélago antártico de las Islas Shetland del Sur, es una más de estas estaciones de la red mundial, pero su ubicación en una zona del planeta donde la densidad de observatorios es inferior a la habitual, y el hecho de encontrarse ubicada en un archipiélago de origen volcánico donde confluyen varias microplacas tectónicas hacen de ella una estación de referencia a la hora de reducir ciertas campañas de medida, tanto terrestres como aéreas o marinas. Una evaluación de la particular anomalía de origen litosférico en este observatorio se encuentra en *Torta et al*., 1999.

El Observatorio de Livingston (LIV según el código de la IAGA) es gestionado por el personal del Observatorio del Ebro y se empezó a instalar en la Base Antártica Española (o BAE) durante el verano austral correspondiente a los años 1995-1996. Desde el 7 de diciembre de 1996, fecha del primer registro de campo magnético, se cuenta hasta hoy con más de diez años de datos (*Marsal et al*., 2006).

Las instalaciones del observatorio constan de tres casetas construidas con materiales amagnéticos (Fig. I.1). La primera de ellas contiene un pilar encima del cual se emplaza el primer instrumento: el DIflux. Este instrumento permite la realización de medidas absolutas de campo magnético y consta de un sensor de núcleo saturado o Fluxgate montado sobre un teodolito amagnético. Su finalidad es la medida de dos ángulos: la Declinación (*D*) y la Inclinación (*I*) magnéticas (Fig. I.2). Las medidas con él realizadas deben ser llevadas a cabo siempre por un observador y se denominan absolutas porque los ángulos medidos no dependen teóricamente de ninguna otra magnitud física que no sea el propio campo magnético. El pilar que sustenta el DIflux se denomina fundamental, puesto que las medidas del observatorio están referidas a este punto.

La segunda caseta contiene un segundo pilar erigido sobre roca madre para lograr la máxima estabilidad, sobre el cual se sustentan los sensores de la estación automática: el magnetómetro vector δI/δD. Se trata de un instrumento basado en la polarización de un magnetómetro escalar mediante dos pares de bobinas de Helmholtz. Su finalidad es la medida de tres elementos que determinan

unívocamente el vector campo magnético: la Declinación (*D*), la Inclinación (*I*) y la intensidad total (*F*) del campo. La determinación de los dos primeros parámetros se basa en una serie de supuestos que no siempre se cumplen con éxito, lo cual lo convierte en un instrumento relativo. Así, el magnetómetro vector es el instrumento que realiza automáticamente, una vez por minuto (en el caso de LIV) y durante todo el año, las medidas de variación del campo magnético, lo que le convierte a la vez en variómetro. Estas variaciones deben ser contrastadas con el valor absoluto obtenido a través del DIflux y trasladadas al pilar fundamental, estableciéndose así una línea de base, o diferencia entre los ángulos (*D* e *I*) medidos con el DIflux y los medidos con el magnetómetro vector. Los vacíos que desgraciadamente se han producido en el registro durante los últimos diez años de funcionamiento son debidos a cortes en el suministro eléctrico proveniente de la base o a problemas en la estación.

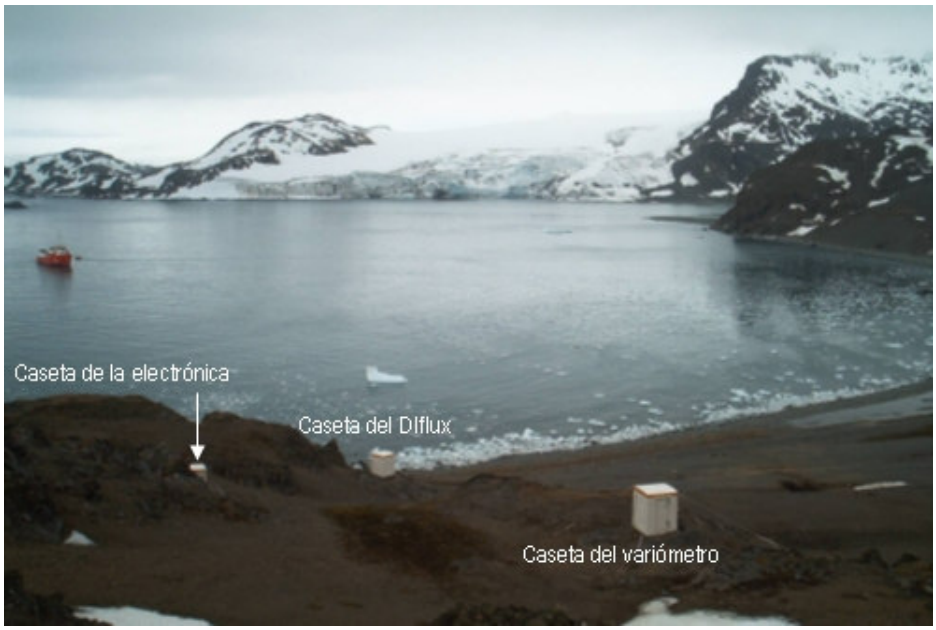


Fig. I.1: Las tres casetas que albergan la instrumentación en el Observatorio geomagnético de Isla Livingston.

La tercera caseta alberga la electrónica de control de la estación automática y permite la adquisición, almacenamiento y envío de los datos vía satélite mientras el observatorio se encuentra desatendido.

Las instalaciones de la BAE no están condicionadas para el alojamiento de personal durante el invierno antártico. Un hecho que condiciona en gran medida la validez de los datos de Livingston es precisamente consecuencia de la imposibilidad de realizar medidas absolutas del campo magnético durante todo el año puesto que, como se ha mencionado, éstas requieren la presencia de un observador. Aun así, la BAE cuenta con sistemas de generación eléctrica que aseguran (al menos

teóricamente) la alimentación de ciertos equipos durante todo el año, entre ellos el magnetómetro vector δI/δD. En consecuencia, la línea de base sólo puede ser establecida como máximo durante los tres meses en los que la estación se encuentra habilitada y operada por personal del observatorio del Ebro. Un segundo agravante es el hecho de que esta línea de base presenta una deriva, es decir, la diferencia de los ángulos *D* e *I* medidos en una y otra caseta con los correspondientes instrumentos no es constante a lo largo del tiempo. Este segundo hecho se considera hasta cierto punto normal; de hecho, la filosofía de este tipo de observatorio contempla la posibilidad de la deriva de la línea de base, puesto que el instrumento relativo es corregido en todo momento por el absoluto. El problema surge en el momento en que las circunstancias impiden una medida absoluta continua en el tiempo y con la frecuencia necesaria. Si la línea de base empírica fuese constante año tras año, se podría inferir (aunque con razonables reservas) que ésta se ha mantenido también aproximadamente constante durante el invierno; en cambio, en la situación actual no hay más remedio que asumir la hipótesis de la constancia de su primera derivada e interpolarla linealmente durante los nueve meses restantes.

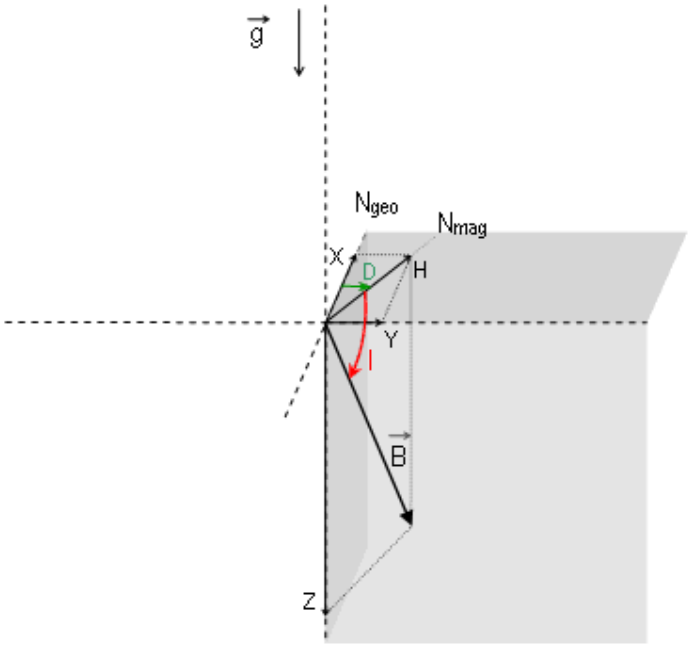


Fig. I.2: Descomposición del campo magnético **B** en sus elementos angulares *D* e *I*, medidos tanto con el DIflux como con el magnetómetro vector δI/δD. X es la componente del vector **B** a lo largo del norte geográfico, Y la componente a lo largo del este, y Z a lo largo del Nadir. H es la proyección horizontal.

A menudo, y en la línea que se mencionaba en el párrafo anterior, cuando se establecen los datos definitivos de los diferentes observatorios geomagnéticos no se contemplan los errores inherentes a la

propia medida. Son muchos, aun así, los factores humanos, instrumentales y físicos que tienen un papel importante en este proceso. El objetivo de este trabajo consiste en el establecimiento preciso de las ecuaciones que rigen el funcionamiento del DIflux y del magnetómetro vector δI/δD, el análisis de sus errores y la propuesta de una serie de procedimientos útiles a fin de minimizarlos. Aun cuando los resultados que se exponen en este trabajo se basan en los datos y experiencias llevadas a término en el observatorio de Livingston, el ánimo del autor ha sido en todo momento ser lo más general posible en su análisis crítico, mencionando los errores más importantes que afectan a los observatorios basados en un instrumental similar, cuantificándolos cuando ha sido posible, y apuntando líneas de investigación que permitan identificar aquellos errores que tienen un origen incierto, paso previo indispensable para corregirlos. El trabajo se estructura en tres capítulos bien diferenciados: 1) El DIflux, 2) el magnetómetro vector δI/δD, y 3) el sistema conjunto como observatorio completo. Los dos primeros capítulos se pueden leer con considerable independencia, y en ellos se encontrará un desarrollo teórico que servirá de base para el posterior análisis de errores, seguido de la aplicación experimental a los datos de Livingston en todo aquello que ha sido posible. En el último capítulo se examina críticamente la complementariedad y las carencias del sistema formado por los dos magnetómetros operando conjuntamente. Una versión abreviada del capítulo 1 se presenta también en el Anexo 1 en forma de artículo: “An Evaluation of the Uncertainty Associated with the Measurement of the Geomagnetic Field with a D/I Fluxgate Theodolite”. El análisis presentado en el capítulo 2 ha dado lugar también a un segundo artículo: “An Assessment of the BGS dDdI Vector Magnetometer”, que se adjunta en el Anexo 2.

El resultado global ha sido un compendio que recoge buena parte del conocimiento que en materia de errores existe alrededor de estos dos instrumentos. Existen, aun así, ciertas aportaciones del autor en determinadas parcelas que la literatura especializada ha tratado de manera poco profunda, como la existencia de los efectos asociados a la magnetización del DIflux; otras materias se abordan desde un punto de vista diferente, como por ejemplo el nuevo método que se expone para la eliminación de los datos espurios del magnetómetro δI/δD; mientras que otras parcelas sencillamente no han sido tratadas anteriormente.

1. EL DIFLUX

1.1. INTRODUCCIÓN

El DIflux utilizado en el observatorio geomagnético de Livingston consta de un sensor de núcleo saturado o Fluxgate de la casa ELSEC, modelo 810A, montado sobre el telescopio de un teodolito amagnético de la casa alemana Carl Zeiss, modelo THEO 015 B (ver Fig. 1.1).

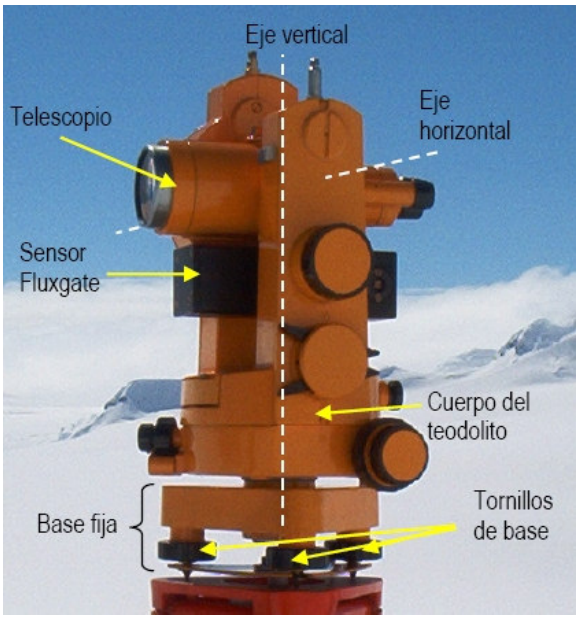


Fig. 1.1: DIflux del modelo utilizado en el Observatorio geomagnético de Isla Livingston, con sus partes más importantes.

El sensor Fluxgate es un magnetómetro que mide el flujo del vector campo magnético a través de una superficie unitaria perpendicular a su eje. El núcleo está constituido normalmente por dos barras cilíndricas paralelas de material ferromagnético de alta permeabilidad que se magnetizan en mayor o menor grado en función del campo magnético ambiente, “constante” para una posición fija del sensor. Alrededor de cada núcleo se enrolla axialmente una bobina, quedando ambas conectadas en serie pero en sentidos inversos, de forma que al circular una corriente eléctrica los campos producidos son iguales pero de sentido contrario. Una señal sinusoidal que se superpone al campo natural produce un campo magnético sobre los núcleos, de forma que las barras llegan antes a la saturación en una parte del ciclo sinusoidal que en la opuesta, en función de cuál sea el nivel de base aportado por el campo ambiente. Si además se enrolla una tercera bobina colectora alrededor de este sistema, en ella se induce a su vez una fuerza electromotriz y una corriente eléctrica que, en virtud de la ley de Ampère, es proporcional a la variación temporal del flujo total del campo magnético en su interior. Esta señal eléctrica, por lo tanto, tendrá una forma diferente en función, en último término, del campo magnético ambiente a lo largo del eje de las barras nucleares. Finalmente esta señal es leída e interpretada por una consola electrónica que la traduce a las unidades pertinentes de campo magnético. Para una discusión detallada ver, por ejemplo, *Forbes*, 1987.

El teodolito sobre el cual se emplaza el sensor Fluxgate debe ser construido íntegramente de material amagnético para no repercutir sobre la señal ambiente que se pretende medir. El instrumento, de una enorme complejidad mecánica, consta básicamente de un telescopio provisto de una retícula para apuntar objetos lejanos y de dos círculos graduados perpendiculares donde se leen los ángulos horizontal y vertical. Ambos ángulos se mueven en un rango de 0° (incluido) a 360° (no incluido), y su precisión teórica después de apuntar a un hito (o mira) en las dos posiciones pertinentes es de ±2.5". La base del teodolito la forman tres pies a modo de trípode, cada uno de los cuales se coloca sobre una guía en forma de V grabada en un plato de mármol en la parte superior del pilar fundamental de la primera caseta, de modo que la posición del instrumento es siempre la misma. Estos pies son de hecho tres tornillos que sirven para nivelar horizontalmente el teodolito con la ayuda de dos niveles de burbuja, uno para un ajuste grueso; el otro para un ajuste más fino. Encima de la base, el cuerpo del teodolito gira alrededor de un eje “vertical”, donde el círculo horizontal graduado permite leer el ángulo de rotación, utilizando siempre como referencia un punto lejano, el acimut (el ángulo respeto el norte geográfico) del cual se conoce supuestamente con precisión. Los ángulos horizontales crecen en el sentido horario mirando el teodolito desde arriba, y su origen (o 0°) es arbitrario, dependiendo de la colocación del teodolito sobre el pilar. A su vez el telescopio, junto con el sensor Fluxgate, gira alrededor de un eje “horizontal” donde el círculo vertical graduado permite una vez más la lectura del

ángulo. Las comillas (“ ”) alrededor de los adjetivos vertical y horizontal expresan aquello que debería ser de forma ideal; en la práctica, estos conceptos dependen de la nivelación del teodolito. Al lo largo de este trabajo, en todo momento se supondrá que los ejes “horizontal” y “vertical” del teodolito son perfectamente perpendiculares; ésta es una hipótesis razonable, dado el cuidado con el que estos instrumentos son ajustados.

La manera como varía el origen (o 0°) de los ángulos verticales merece mención aparte. Para entender su funcionamiento utilizaremos un pequeño esquema equivalente. Este origen vertical depende del modelo de teodolito en uso; en el caso del teodolito de LIV sería idealmente el correspondiente a la dirección de la gravedad y al sentido del cenit; ahora bien, cuando la nivelación del teodolito no es perfecta, el eje horizontal del telescopio rota en un plano P (ver Fig. 1.2) ligeramente inclinado, de forma que a lo largo de su recorrido pasa inevitablemente por dos puntos de máxima Inclinación, M_1 y M_2, y por dos puntos donde el eje se encuentra completamente horizontal, m_1 y m_2. Si en esta situación el origen o 0° de los ángulos verticales estuviera situado en la dirección del eje “vertical” del teodolito, se arrastraría siempre un pequeño error debido a la no verticalidad estricta de este eje. A fin de corregir parcialmente este error, el círculo vertical, siempre perpendicular al eje “horizontal”, tiene la propiedad de rotar libremente alrededor de este eje, oscilando a modo de péndulo, de forma que un pequeño peso situado en la posición 180° del mencionado círculo (o equivalente) sitúa esta lectura en el mínimo potencial (siempre dentro del plano que contiene el círculo vertical). Así, cuando el eje horizontal se encuentra en los puntos M_1 y M_2 (par superior de figuras), el círculo vertical se encuentra en un plano que se desvía máximamente de un plano vertical real, y en consecuencia, el mínimo potencial y la lectura 180° se desvían también máximamente de la dirección y sentido ideales correspondientes al nadir (de hecho, en estas dos posiciones el 0° y el 180° se encuentran encima del propio eje “vertical” del teodolito). En cambio, cuando el eje horizontal se encuentra en los puntos m_1 y m_2 (par inferior de figuras), el círculo vertical se encuentra realmente en un plano vertical, y la lectura 180° se sitúa realmente en el nadir. Para posiciones intermedias entre los cuatro puntos M y m, el 0 vertical se sitúa en un punto intermedio entre el cenit y el eje “vertical”, concretamente sobre el círculo azul dibujado en las figuras; es en este sentido que se decía más arriba que la mala nivelación horizontal del teodolito se corregía parcialmente, siempre y cuando no se supere un cierto rango (alrededor de unos 4 minutos de arco para el modelo de teodolito que nos ocupa, más allá del cual el instrumento sale fuera del intervalo pendular). El hecho de que el círculo vertical tenga este grado de libertad permite asegurar algo importante: una lectura vertical de 90°00'00" corresponde siempre *exactamente* al plano horizontal real, independientemente de la orientación de los ejes; una lectura de 180°00'00" corresponde

aproximadamente al nadir, y si se sigue dando la vuelta al telescopio se reencuentra *exactamente* el plano horizontal con una lectura vertical de 270°00'00".

El círculo horizontal graduado, en cambio, se encuentra siempre sobre el plano P que, por el hecho de estar ligeramente inclinado, puede dar lugar a pequeñas desviaciones respecto a la lectura horizontal correcta. Dichas desviaciones serán evaluadas más adelante en la sección 1.2.3.5.

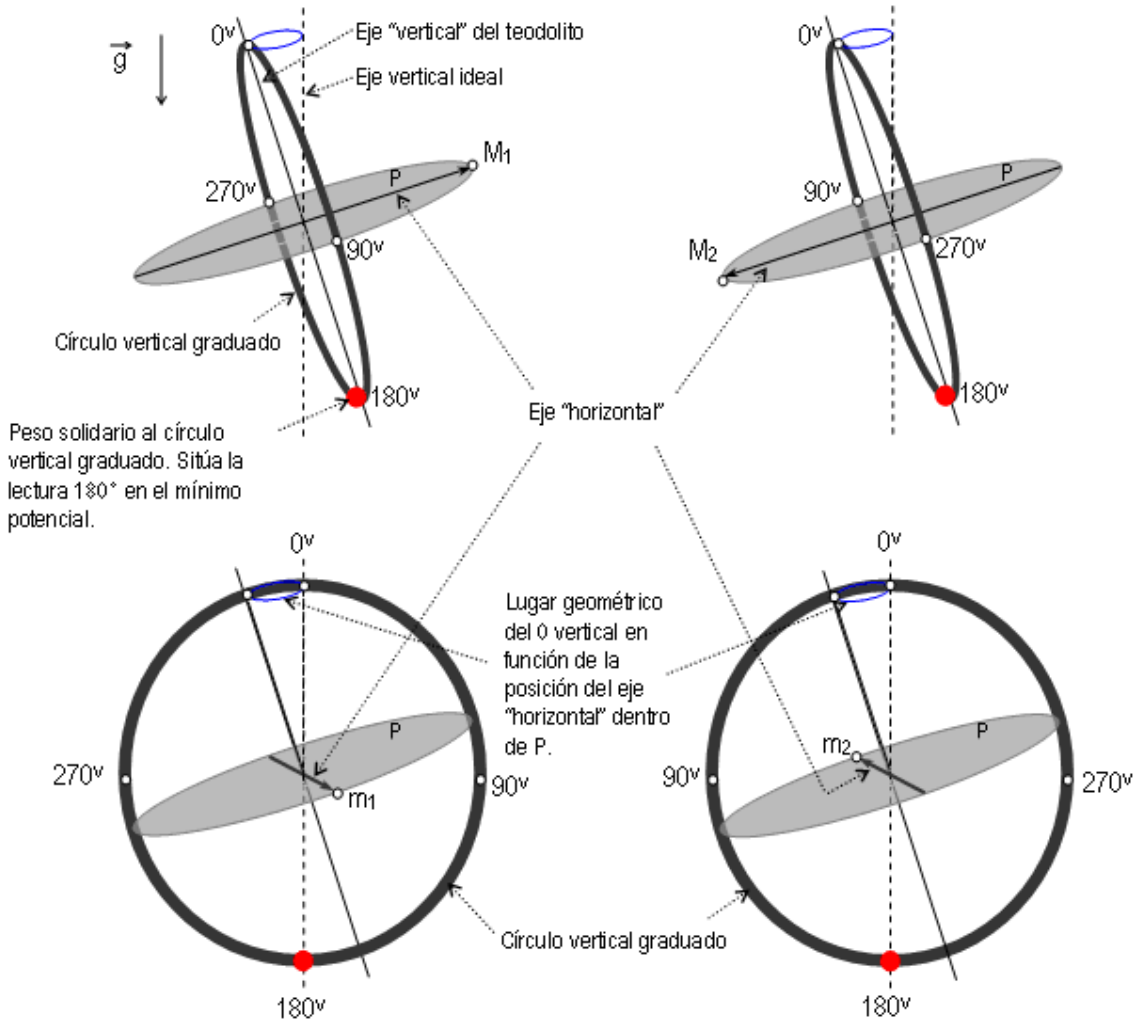


Fig. 1.2: Posición del círculo vertical graduado (en gris oscuro) en función de cuatro orientaciones diferentes del eje "horizontal" del telescopio. El plano P (en gris claro) representa el plano "horizontal", ligeramente inclinado a causa de una nivelación inexacta; el eje "horizontal" del telescopio se mueve por encima de él. En las posiciones M_1 i M_2 el eje "horizontal" del telescopio se encuentra máximamente inclinado, y en consecuencia el origen (0°) de los ángulos verticales se encuentra también en el punto más lejano de su lugar ideal (círculo azul). En las posiciones m_1 i m_2 el eje se encuentra realmente en posición horizontal, y en consecuencia el origen de los ángulos verticales se encuentra en la dirección v el sentido del cenit.

Supongamos que apuntamos una mira (o hito) con el telescopio (ver Fig. 1.3). Si el ángulo vertical entre la dirección donde apunta el telescopio (línea discontinua azul) y el plano horizontal es β, la lectura de la mira sobre el círculo vertical es v_1 = 90° - β. Si en esta situación se gira el telescopio (siempre dentro del plano P) exactamente 180° alrededor del eje vertical se obtiene la línea discontinua verde. La posición del círculo vertical graduado es la misma que antes de la rotación pero ahora se encuentra invertido, de forma que el 0 y el 180 verticales se encuentran en el mismo lugar, pero el 90 y el 270 se han permutado. Si acto seguido se hace girar el telescopio alrededor de su eje "horizontal" hasta volver a apuntar hacia la mira, la lectura verical será ahora v_2 = 270° + β, con lo que se demuestra que $v_1 + v_2$ = 360°.

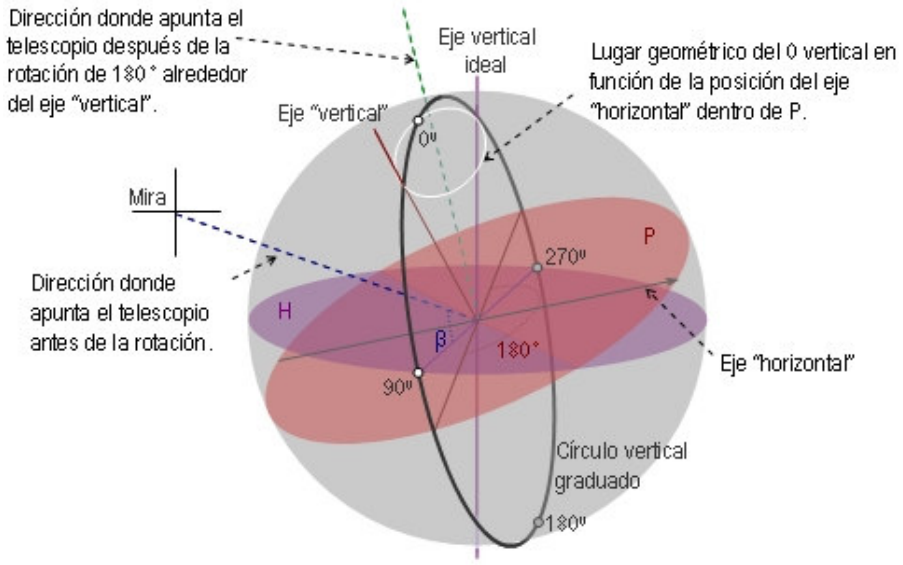


Fig. 1.3: Situación relativa de los planos horizontales P y H en caso de una nivelación incompleta. El basculamiento del círculo vertical graduado permite asegurar que las lecturas 90° y 270° se encuentren siempre sobre el plano horizontal ideal H.

Se demuestra así que existen dos posibles posiciones del telescopio para apuntar a una misma mira. Este hecho define el **eje óptico**. De todo el campo visual que el telescopio comprende, existe una única dirección (la del eje óptico) que cumple la propiedad siguiente: si h_1 y v_1 son las lecturas horizontal y vertical del teodolito en una de las posiciones, entonces $h_2 = h_1 \pm 180°$ (el signo debe elegirse de forma que h_2 esté en el intervalo [0°, 360°)) y v_2 = 360° - v_1 son las lecturas en la otra posición posible. Equivalentemente, se puede definir eje óptico del telescopio como aquél que se mueve solidariamente con él y que cumple las dos condiciones siguientes: a) es perpendicular al eje de rotación "horizontal" del telescopio, y b) apunta al horizonte cuando el plato vertical pendular marca 90°00'00" o 270°00'00". A menudo nos referiremos a la segunda definición. Una consecuencia

importante que se desprende de la condición b) es el hecho de que la lectura vertical del teodolito hace referencia en realidad a la dirección del eje óptico. Con respecto a la lectura horizontal no hay ninguna restricción; de hecho supondremos, sin más, que esta se refiere también al eje óptico.

El sensor Fluxgate se encuentra acoplado al telescopio y aproximadamente alineado con su eje óptico, de forma que cuando el telescopio apunta al horizonte con una lectura vertical aproximada de 90° el sensor se encuentra encima del telescopio y paralelo a él. En adelante supondremos que el sentido en que se encuentra colocado el sensor es aquél que da una lectura aproximada de *-F* (*F* es la intensidad total del campo magnético, *-F* es por lo tanto negativo) cuando el telescopio apunta en la dirección y sentido del vector campo magnético, puesto que este es el caso del DIflux utilizado en el observatorio de Livingston. Vale la pena notar que *Kerridge*, 1988, adopta el criterio contrario, es decir, atribuye una lectura de valor *F* al apuntar en este sentido.

Existen varios métodos para medir los ángulos *D* e *I* con el DIflux (*Jankowski* y *Sucksdorff*, 1996, o *Kerridge*, 1984). El que se analizará aquí es el de la búsqueda de ceros en la consola del sensor. Consiste en colocar el Fluxgate con su eje perpendicular al campo magnético ambiente, de forma que el flujo de éste sea nulo a través de una superficie imaginaria perpendicular a dicho eje. Una vez determinado el plano perpendicular al vector campo magnético en el momento de la medida, se deduce por simple geometría la dirección del propio vector, es decir, los ángulos *D* e *I*. Para hacerlo, primero se determina la recta donde se cortan el plano horizontal y el plano perpendicular al campo. Esto permite calcular la Declinación, *D*. Acto seguido, colocando el sensor sobre el plano meridiano magnético, conocido a partir de *D*, se determina la recta de intersección entre este plano y la perpendicular a nuestro vector, para acabar deduciendo *I*.

1.2 . ERRORES DEL DIFLUX

1.2.1. Errores sistemáticos de colimación

Cuando el eje imaginario que une la retícula del telescopio con la mira o marca de referencia no cumple estrictamente la condición a) mencionada anteriormente en la definición de eje óptico se dice que la retícula tiene un error de colimación lateral o en acimut. Del mismo modo, diremos que es el sensor Fluxgate el que tiene un error de colimación en acimut cuando su eje no cumple la primera condición. En cambio, cuando estos ejes no cumplen la condición b) se dice que tienen un error de

colimación vertical o, utilizando la terminología inglesa, en Dip. Los cuatro fenómenos acostumbran a darse en mayor o menor grado simultáneamente, es decir, los ejes de medida no coinciden en general con el eje óptico del telescopio.

Para hacer un seguimiento de estos errores se deben cuantificar. Antes, sin embargo, será necesario definir una serie de ejes y ángulos que se utilizarán en la formulación (ver Fig. 1.4). Para simplificar supondremos que la nivelación horizontal del teodolito es perfecta; más tarde haremos las correcciones pertinentes para el caso de una nivelación real. En estas condiciones ideales, la dirección y sentido del cenit coinciden exactamente con el cero vertical en cualquier posición del eje horizontal del telescopio. Como referencia se define un sistema cartesiano que tiene su origen O en el interior del telescopio, concretamente en el punto donde se cruzan sus dos ejes de rotación (horizontal y vertical) (ver Fig. 1.1). Un vector normalizado (de módulo unidad) se hace coincidir con la dirección y sentido a medir. Este vector se expresa en dos notaciones diferentes. La primera es la polar y corresponde al par de medidas *horizontal, vertical* de los dos círculos graduados en una determinada posición del telescopio; se representa como el par ordenado (h, v), en este orden. Recordemos que ambos valores están comprendidos en el intervalo [0, 360), y que existen dos posibles posiciones del telescopio, (h_1, v_1) y (h_2, v_2) que apuntan en una misma dirección y sentido. La segunda notación es la proyección del vector sobre los tres ejes coordenados. El semieje positivo de z se toma en el sentido que va del ocular al objetivo del telescopio en el momento en que se apunta al nadir (v = 180°) o, equivalentemente, en la dirección y sentido del vector aceleración de la gravedad. El eje x se encuentra en el plano horizontal, y se hace coincidir con el eje óptico en el momento en que se obtiene el par de lecturas polares (h, v) = (0, 90) (en esta posición, el sentido del semieje positivo es el que va del ocular al objetivo del telescopio). El eje y es perpendicular a los otros dos y su semieje positivo es el obtenido apuntando al par (90, 90). Este sistema de referencia se define así por analogía con el utilizado para referir el campo magnético terrestre. De esta manera, a un par de lecturas en el sistema polar le corresponde una terna en el sistema triaxial (no necesariamente a la inversa): (h, v) → (sen v cos h, sen v sen h, -cos v), que son las componentes de un vector normalizado en el espacio. El objetivo de cualquier medida con el teodolito es la obtención de un par de coordenadas altacimutales en principio desconocidas, (H, V)[1], ya sea de una mira, ya sea de un objeto tipo vectorial como es el campo magnético, con una dirección y sentido concretos, a partir de los dos pares de lecturas (h_1, v_1), (h_2, v_2) correspondientes al eje óptico, dadas directamente por el teodolito. Lógicamente, H se encuentra en el intervalo [0, 360), mientras que V se encuentra en el intervalo [0, 180).

[1] No confundir el ángulo horizontal H con la componente horizontal del campo magnético

Los errores de colimación son los dos ángulos de desviación entre el eje óptico y la retícula del telescopio (o entre aquél y el sensor Fluxgate), así pues, es lógico pensar que debido a estos errores, ninguno de los dos pares (h_1, v_1) o (h_2, v_2) coincidirá con el par (H, V). Como se ha comentado anteriormente, esto sólo sucedería si los errores de colimación fueran inexistentes.

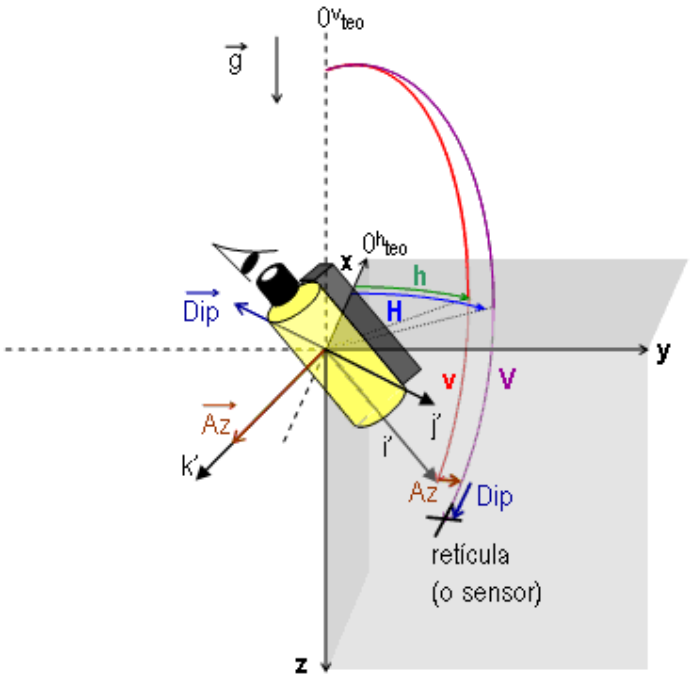


Fig. 1.4: Las lecturas verticales, entre 0° y 360°, tienen su origen en el cenit, mientras que el origen de las horizontales (también entre 0° y 360°) es arbitrario y se hace coincidir con el eje *x*. El eje *z* se elige en la dirección de la gravedad y en el sentido del nadir. Los ángulos *h* y *v* son las coordenadas del vector unitario donde apunta el eje óptico, dadas directamente por el teodolito, mientras que *H* y *V* (desconocidas) lo son del vector donde apunta la retícula (o el sensor Fluxgate). El eje *x'* coincide con el eje óptico del telescopio, mientras que el eje *y'* coincide con el eje horizontal. El ángulo *Az* es la desviación de la retícula respecto al eje óptico que se origina al rotar el eje *z'*, siendo positivo cuando la rotación se representa por un vector del mismo sentido que $\hat{\mathbf{k}}'$. *Dip* es el ángulo de desviación de la retícula respecto al eje óptico originado al rotar el eje *y'*, siendo positivo cuando la rotación se representa por un vector de sentido contrario a $\hat{\mathbf{j}}'$.

El error de colimación en acimut se toma positivo cuando la retícula (o el sensor) apunta más a la derecha (hacia ángulos horizontales superiores) que el eje óptico cuando el telescopio se encuentra en posición horizontal y con el sensor Fluxgate encima de él ($v \approx 90°$). El error de colimación en *Dip* se toma positivo cuando la retícula (o el sensor) apunta debajo del eje óptico (hacia ángulos verticales también superiores), encontrándose el telescopio en la misma posición que en el caso anterior. Definiremos también unos ejes *x'*, *y'*, *z'* (con vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}'$, $\hat{\mathbf{j}}'$ y $\hat{\mathbf{k}}'$) que se mueven solidariamente con el telescopio. Estos ejes coinciden con *x*, *y*, *z* cuando el teodolito se encuentra en la posición (0, 90); así pues, $\hat{\mathbf{i}}'$ se encuentra sobre el eje óptico y $\hat{\mathbf{j}}'$ sobre el eje horizontal. Si definimos una rotación a través de un vector de dirección coincidente con el eje de rotación y sentido dado por la

regla de la mano derecha, un error positivo en Acimut corresponde siempre a una rotación definida por el vector $\hat{\mathbf{k}}'$, mientras que un error positivo en *Dip* corresponde siempre a una rotación definida por el vector $-\hat{\mathbf{j}}'$.

Cabe notar que estos dos ángulos pueden tomar valores positivos y negativos alrededor de 0, pero se considerarán siempre pequeños (< 1° en valor absoluto en cualquier caso), puesto que tanto la retícula como el sensor Fluxgate se encuentran siempre en una dirección muy próxima al eje óptico. Notar asimismo que la elección del sistema de coordenadas que se ha definido aquí difiere ligeramente del utilizado por *Kerridge*, 1988.

Llegados a este punto, disponemos ya de las herramientas para abordar la formulación. Trataremos los errores de colimación de la retícula y del sensor por separado.

1.2.1.1. Errores de colimación de la retícula

La posición de la retícula del telescopio es fija respeto a éste y, por lo tanto, fija respeto al sistema de referencia *x'*, *y'*, *z'* solidario con el telescopio. Partiendo del eje óptico, el vector unitario donde apunta la retícula viene dado por una rotación de ángulo *Dip* definida por el vector unitario $-\hat{\mathbf{j}}'$, seguida de una rotación de ángulo *Az* definida por el vector $\hat{\mathbf{k}}'$. Es inmediato ver que este vector en la base prima se expresa de la siguiente manera $\hat{\mathbf{c}}_{\mathbf{R}}$ = (cos Dip_{ret} cos Az_{ret}, cos Dip_{ret} sen Az_{ret}, sen Dip_{ret}). *Kring Lauridsen*, 1985, efectúa primero la rotación alrededor del eje $\hat{\mathbf{k}}'$ y luego alrededor de $-\hat{\mathbf{j}}'$, con lo que cambia ligeramente la expresión del vector $\hat{\mathbf{c}}_{\mathbf{R}}$, siendo ambas equivalentes hasta segundo orden (términos cuadráticos).

Supongamos que queremos determinar la posición de una mira o marca de referencia. Para hacerlo, apuntamos al objeto en cuestión haciéndolo coincidir con la retícula y tomamos las dos lecturas (h_1, v_1) que nos da el teodolito. Como se ha comentado más arriba, este par corresponde a la dirección y sentido donde apunta el eje óptico del telescopio, y por lo tanto, al vector unitario $\hat{\mathbf{i}}'$. Pero en realidad no nos interesa conocer las coordenadas del punto donde apunta el eje óptico, sino las de la mira (apuntada por la retícula); por lo tanto, hará falta expresar el vector $\hat{\mathbf{c}}_{\mathbf{R}}$ en la base *x*, *y*, *z*. Dicho de otra manera, se deberá aplicar un cambio de base, o equivalentemente una rotación **R** al vector unitario $\hat{\mathbf{c}}_{\mathbf{R}}$. Una rotación en el espacio se puede expresar a través de una matriz 3×3 que, aplicada al vector

$\hat{\mathbf{c}}_{\mathbf{R}}$, nos dará el vector $\hat{\mathbf{m}}$ que apunta a la mira. Expresadas en el sistema $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$, $\hat{\mathbf{k}}$, las coordenadas *a priori* desconocidas de este vector serán: $\hat{\mathbf{m}}$ = (sen *V* cos *H*, sen *V* sen *H*, -cos *V*).

$$\begin{pmatrix} senv_1 \cos h_1 & -senh_1 & \cos v_1 \cos h_1 \\ senv_1 senh_1 & \cos h_1 & \cos v_1 senh_1 \\ -\cos v_1 & 0 & senv_1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \cos Dip_{ret} \cos Az_{ret} \\ \cos Dip_{ret} senAz_{ret} \\ senDip_{ret} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} senV \cos H \\ senVsenH \\ -\cos V \end{pmatrix} \quad [2] \qquad 1.1$$

Las columnas de la matriz **R** (a la izquierda) son las componentes de los vectores unitarios $\hat{\mathbf{i}}'$, $\hat{\mathbf{j}}'$, $\hat{\mathbf{k}}'$ expresados en la base $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}}$. Una vez realizada la primera lectura se debe girar el plato horizontal aproximadamente 180° y a continuación girar verticalmente el telescopio hasta apuntar de nuevo en la misma dirección y sentido. Se obtienen así las lecturas (h_2, v_2), que nos dan otra vez la rotación a aplicar al vector $\hat{\mathbf{c}}_{\mathbf{R}}$.

$$\begin{pmatrix} senv_2 \cos h_2 & -senh_2 & \cos v_2 \cos h_2 \\ senv_2 senh_2 & \cos h_2 & \cos v_2 senh_2 \\ -\cos v_2 & 0 & senv_2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \cos Dip_{ret} \cos Az_{ret} \\ \cos Dip_{ret} senAz_{ret} \\ senDip_{ret} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} senV \cos H \\ senVsenH \\ -\cos V \end{pmatrix} \qquad 1.2$$

Disponemos así, en total, de un sistema compatible de 6 ecuaciones con 4 incógnitas (Dip_{ret}, Az_{ret}, *H* y *V*):

$$senv_1 \cos h_1 \cos Dip_{ret} \cos Az_{ret} - senh_1 \cos Dip_{ret} senAz_{ret} + \cos v_1 \cos h_1 senDip_{ret} = \\ = senV \cos H \qquad 1.3$$

$$senv_1 senh_1 \cos Dip_{ret} \cos Az_{ret} + \cos h_1 \cos Dip_{ret} senAz_{ret} + \cos v_1 senh_1 senDip_{ret} = \\ = senVsenH \qquad 1.4$$

$$\cos v_1 \cos Dip_{ret} \cos Az_{ret} - senv_1 senDip_{ret} = \cos V \qquad 1.5$$

$$senv_2 \cos h_2 \cos Dip_{ret} \cos Az_{ret} - senh_2 \cos Dip_{ret} senAz_{ret} + \cos v_2 \cos h_2 senDip_{ret} = \\ = senV \cos H \qquad 1.6$$

$$senv_2 senh_2 \cos Dip_{ret} \cos Az_{ret} + \cos h_2 \cos Dip_{ret} senAz_{ret} + \cos v_2 senh_2 senDip_{ret} = \\ = senVsenH \qquad 1.7$$

$$\cos v_2 \cos Dip_{ret} \cos Az_{ret} - senv_2 senDip_{ret} = \cos V \qquad 1.8$$

[2] Todos los ángulos de las fórmulas en este trabajo están expresados en grados sexagesimales.

Desarrollándolas nos queda:

$$Az_{ret} = \arctan\left(\frac{sen\left(\frac{v_1 - v_2}{2}\right)}{\cos\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)}\cot\left(\frac{h_1 - h_2}{2}\right)\right),$$

debiéndose tomar la solución en el intervalo (-90°, 90°]. A partir del valor *de* Az_{ret} se halla Dip_{ret}:

$$Dip_{ret} = \arctan\left(-\cos Az_{ret}\tan\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)\right),$$

donde también debe tomarse la solución en el mismo intervalo.

Si los errores así encontrados no son pequeños en valor absoluto (superiores a los 2 - 3 minutos de arco) se deberá rectificar la retícula del telescopio siguiendo las indicaciones del manual de instrucciones del instrumento (ver apartado 5.2 de *Carl Zeiss*, 1987). Se recomienda dejar ambos errores en un valor inferior al minuto de arco.

Con respecto a *V*,

$$V = \arccos\left(\cos Az_{ret}\cos Dip_{ret}\cos v_1 - senv_1 senDip_{ret}\right),$$

donde es preciso elegir *V* en el intervalo [0, 180]. La solución es única.

Para *H* la solución tiene más matices.

$$H - h_1 = \arctan\left(\cot\left(\frac{h_1 - h_2}{2}\right)\right),$$

o, lo que es equivalente,

$$H = 90^{\circ} + \frac{h_1 + h_2}{2} + n180^{\circ},$$

donde es preciso elegir *n* (entero) de forma que *H* esté en el intervalo [0, 360). Pero esta ecuación no es suficiente, puesto que existen dos posibles valores de *n*, y por lo tanto dos soluciones separadas 180°, para cada pareja de valores h_1 y h_2. De hecho, también se debe cumplir la ecuación:

$$H - h_1 = arcsen\left(\frac{\cos Dip_{ret} senAz_{ret}}{senV}\right), \qquad \textbf{1. 9}$$

que determina definitivamente el cuadrante en donde se sitúa $H - h_1$. El valor Dip_{ret} se mueve alrededor de cero, por lo tanto se espera que cos Dip_{ret} tome un valor muy próximo a 1. El valor sen *V* está comprendido en el intervalo [0, 1], por consiguiente, lo que realmente determina el cuadrante donde situar $H - h_1$ es el signo de sen Az_{ret} o, lo que es lo mismo, el signo de Az_{ret}. Así, cuando $Az_{ret} > 0$, debe tomarse $H - h_1$ en el 1er o el 2º cuadrante, mientras que cuando $Az_{ret} < 0$ se toma $H - h_1$ en el 3er o el 4º cuadrante. La ambigüedad aparece cuando $Az_{ret} = 0$, puesto que tanto la solución $H = h_1$ como la solución $H = h_1 \pm 180°$ son perfectamente factibles. En este último caso, las ecuaciones quedan de la siguiente manera:

$$Dip_{ret} = -\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right) + m180^{\circ},$$

donde *m* es el único entero que sitúa Dip_{ret} en (-90, 90]. Las soluciones para *V* pueden ser de los dos tipos siguientes:

$$V = v_1 + Dip_{ret} + l_1 360^{\circ}, \qquad \textbf{1. 10}$$

o bien

$$V = -(v_1 + Dip_{ret}) + l_2 360^{\circ}. \qquad \textbf{1. 11}$$

La condición de que *V* debe pertenecer al intervalo [0, 180] determina el tipo 1. 10 o 1. 11 de ecuación adecuada y el valor del entero l_1 o l_2. A la vez, las ecuaciones (1. 3) y (1. 4) para $Az_{ret} = 0$ nos dicen que:

$$sen(v_1 + Dip_{ret})\cos h_1 = senV\cos H \ ,$$
$$sen(v_1 + Dip_{ret})senh_1 = senVsenH \ .$$

Supongamos que la ecuación consistente es del tipo 1. 10. Si es así, esta ecuación nos dice que sen (v_1 + Dip_{ret}) = sen V, y si se deben cumplir las dos ecuaciones anteriores resulta que $H = h_1$. En cambio, si la ecuación es del tipo 1. 11 resulta que sen (v_1 + Dip_{ret}) = -sen V, y por lo tanto $H = h_1 \pm 180°$ (una vez más debe escogerse el signo de forma que H pertenezca al intervalo [0, 360)). En resumen, podemos decir que para $Az_{ret} = 0$:

$$H = \begin{cases} h_1 & si \quad v_1 + Dip_{ret} \in \ 1^o \quad o \quad 2^o \quad cuadrante \\ h_2 = h_1 \pm 180^o & si \quad v_1 + Dip_{ret} \in \ 3^o \quad o \quad 4^o \quad cuadrante \end{cases} \ ,$$

que comprende casi todos los casos posibles. De hecho, todavía se podrían dar los casos siguientes a) $v_1 + Dip_{ret} = n\ 360°$, o b) $v_1 + Dip_{ret} = 180° + n'\ 360°$. Entonces, en el caso a) $V = 0°$, mientras que en el caso b), $V = 180°$, y no tiene sentido hablar de un valor de H, puesto que estaríamos en una singularidad.

Para terminar, es interesante notar que no existe ningún valor de H que cumpla la ecuación (1. 9) cuando cos Dip_{ret} sen Az_{ret} / sen $V > 1$; en la práctica (dado que cos $Dip_{ret} \approx 1$), esto sucede cuando V se encuentra dentro de un radio Az_{ret} alrededor de los polos (cenit y nadir). En otras palabras, de la ecuación (1. 9) se deduce que es imposible apuntar con la retícula cerca del cenit o del nadir cuando $Az_{ret} \neq 0$.

Vale la pena notar que hasta ahora no se ha hecho ninguna distinción entre la pareja (h_1, v_1) y la pareja (h_2, v_2), puesto que como hemos visto, ambas obedecen a las mismas ecuaciones 1. 1 y 1. 2; por lo tanto, en cada una de las expresiones para los ángulos Az_{ret}, Dip_{ret}, V y H se puede permutar el 1 por el 2 sin que ello afecte al resultado. En la práctica, las miras acostumbran a ser jalones que se utilizan para referenciar los ángulos horizontales y se encuentran en un punto lejano aproximadamente al horizonte. En general, cuando el telescopio se encuentra apuntando una mira o marca fuera de la vertical es fácil distinguir si el sensor se encuentra encima o debajo del telescopio. De las dos posibles medidas que se pueden realizar apuntando al jalón, denominaremos lectura directa ($h_\uparrow$, $v_\uparrow$) aquella que se encuentra apuntando a la mira con el sensor Fluxgate encima del telescopio, y lectura indirecta ($h_\downarrow$, $v_\downarrow$) aquella que se encuentra apuntando a la mira con el sensor debajo del telescopio (los ángulos

verticales correspondientes a la lectura directa se encuentran entre 0° y 180°, mientras que los correspondientes a la lectura indirecta se encuentran entre 180° y 360º). De esta manera, y para los casos que nos ocupan, las expresiones a aplicar para despejar nuestras variables se simplifican:

$$Dip_{ret} = 180º - \frac{v_{\uparrow} + v_{\downarrow}}{2} \qquad \textbf{1. 12}$$

$$Az_{ret} = -sen v_{\uparrow}\left(\frac{h_{\uparrow} - h_{\downarrow}}{2} \pm 90º\right) \quad ^{3} \qquad \textbf{1. 13}$$

$$H = \frac{h_{\uparrow} + h_{\downarrow}}{2} \mp 90º \quad ^{3} \qquad \textbf{1. 14}$$

$$V = \frac{v_{\uparrow} - v_{\downarrow}}{2} + 180º, \qquad \textbf{1. 15}$$

donde se ha asumido que $|Dip_{ret}| << 180/\pi$ sen $v_{\uparrow}$, y que $|Az_{ret}| << 180/\pi$ sen $v_{\uparrow}$.

1.2.1.2. Errores de colimación del sensor Fluxgate

Supongamos que queremos determinar la dirección y sentido del vector campo magnético. A fin de eliminar los errores de colimación del sensor Fluxgate respeto al eje óptico del telescopio será preciso también realizar las medidas por duplicado. Por paralelismo con el caso anterior, cuando el telescopio apunta en una dirección no vertical (es decir, siempre que no estemos situados encima del ecuador magnético) es sencillo distinguir una medida directa (sensor encima del telescopio) de una medida indirecta (sensor debajo).

a) Para determinar la Declinación magnética se requiere conocer la recta donde se cortan el plano horizontal y el plano perpendicular al vector campo magnético. Nos debemos situar pues en el plano horizontal (v = 90°00'00" o v = 270°00'00") y buscar ceros por rotación del círculo horizontal. Existen cuatro posiciones del DIflux con una lectura nula del sensor (ver Fig. 1.5): dos apuntando al este magnético (directa e indirecta), y dos apuntando al oeste (directa e indirecta).

[3] El signo superior es válido cuando $h_{\uparrow}$ pertenece al intervalo (0, 180), mientras que el inferior lo es cuando pertenece a (180, 360). Aún así, se recomienda jugar siempre con un cierto margen (un par de grados acostumbra a ser más que suficiente) a fin de no colocarnos sobre las lecturas 0° (o 360°) y 180°.

Al igual que en el caso de la retícula, denominamos $\hat{\mathbf{f}}$ al vector unitario donde realmente apunta el sensor, producto de una rotación **R** sobre el vector $\hat{\mathbf{c}}_{\mathbf{R}}$ = (cos Dip_{Fl} cos Az_{Fl}, cos Dip_{Fl} sen Az_{Fl}, sen Dip_{Fl}). Si **B** es el vector campo magnético, la lectura de la consola es el producto escalar $T = -\mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{f}}$; así, cuando **B** es perpendicular a $\hat{\mathbf{f}}$ la lectura es 0, mientras que cuando $\hat{\mathbf{f}}$ es "antiparalelo" a B la lectura es *F*, tal como se ha pedido más arriba (notar que $T = \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{f}}$ si se adopta el criterio de *Kerridge*, 1988; aun así, el resultado final es exactamente el mismo). Buscar ceros implica pues lo siguiente:

$$T = -\vec{B}\cdot\vec{f} = -\vec{B}\cdot\left(\mathbf{R}\vec{c}_F\right) = -F\left(\cos I\cos\left(D-\Delta AM\right) \quad \cos I sen\left(D-\Delta AM\right) \quad senI\right)\cdot \begin{pmatrix} senv\cos h & -senh & \cos v\cos h \\ senvsenh & \cos h & \cos vsenh \\ -\cos v & 0 & senv \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \cos Dip_{Fl}\cos Az_{Fl} \\ \cos Dip_{Fl} senAz_{Fl} \\ senDip_{Fl} \end{pmatrix} = 0, \qquad \textbf{1. 16}$$

donde *D* es la Declinación, y *ΔAM* es la diferencia:

$$\Delta AM = AM_{NG} - AM_{teo} = AM_{NG} - H_M\,, \qquad \textbf{1. 17}$$

siendo AM_{NG} el acimut de la mira (o jalón) respeto al Norte geográfico (valor que se conoce *a priori* a partir de otros tipos de determinaciones; se considera constante para una mira concreta), y AM_{teo} es el acimut de la mira dada por el teodolito, obtenida a partir de la expresión de *H* (1. 14); en este caso nos referiremos a la coordenada horizontal de la mira, H_M. *ΔAM* debe interpretarse, pues, como el ángulo entre el Norte geográfico y el 0 horizontal del teodolito, mientras que *D* – Δ*AM* es el ángulo horizontal entre el 0 del teodolito y el Norte magnético.

Recordemos que nuestras incógnitas son *D*, *I* y los dos ángulos de colimación, Dip_{ret} y Az_{ret}. Para la lectura directa de 1. 16 $v = v_{\uparrow}$ = 90°00'00", y la ecuación resultante es:

$$\cos\left(h_{0\uparrow} + Az_{Fl} - D + \Delta AM\right) = -\tan I\tan Dip_{Fl}\,, \qquad \textbf{1. 18}$$

donde $h_{0\uparrow}$ es la lectura horizontal directa correspondiente a un cero en la consola del DIflux. La ecuación anterior tiene dos soluciones para $h_{0\uparrow}$, una correspondiente al este magnético: $h_{0\uparrow} = E\uparrow$ (es decir, con el sensor encima del telescopio); y la otra correspondiente al oeste $h_{0\uparrow} = W\uparrow$.

Para la lectura indirecta de 1. 16 $v = v_{\downarrow}$ = 270°00'00", y la ecuación resultante es:

$$\cos\left(h_{0\downarrow} - Az_{Fl} - D + \Delta AM\right) = -\tan I \tan Dip_{Fl}\,, \qquad \textbf{1. 19}$$

donde, igual que en el caso anterior, existen dos soluciones para la lectura indirecta $h_{0\downarrow}$: una correspondiente al este magnético ($h_{0\downarrow} = E\downarrow$, es decir, con el sensor debajo del telescopio) y la otra al oeste ($h_{0\downarrow} = W\downarrow$).

En la práctica, supondremos que el ángulo Dip_{Fl} es suficientemente pequeño como para que se cumpla que tan $I \cdot$ tan $Dip_{Fl} \approx$ sen (Dip_{Fl} tan I), de forma que, desarrollando en serie el par de ecuaciones anteriores y quedándonos con términos de primer orden, resultan las cuatro ecuaciones conocidas:

$$E\uparrow = 90^{\circ} + D - \Delta AM - Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I + n_1 360^{\circ}$$

$$W\uparrow = 270^{\circ} + D - \Delta AM - Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I + n_2 360^{\circ}$$

$$E\downarrow = 270^{\circ} + D - \Delta AM + Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I + n_3 360^{\circ}$$

$$W\downarrow = 90^{\circ} + D - \Delta AM + Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I + n_4 360^{\circ}\,,$$

donde las dos primeras son las dos soluciones de 1. 18 y corresponden a medidas directas del este y el oeste magnéticos; mientras que las dos segundas ecuaciones son las dos soluciones de 1. 19 y corresponden a medidas indirectas del este y el oeste magnéticos. De hecho, las incógnitas de este sistema son los dos ángulos de error de colimación y la Declinación, puesto que basta con dar un valor aproximado para la Inclinación I. Así pues, se puede deducir el valor de D sumando las dos ecuaciones para el este, o bien sumando las dos para el oeste. Los dos ángulos así encontrados para D son teóricamente idénticos si los únicos errores existentes son los de colimación.

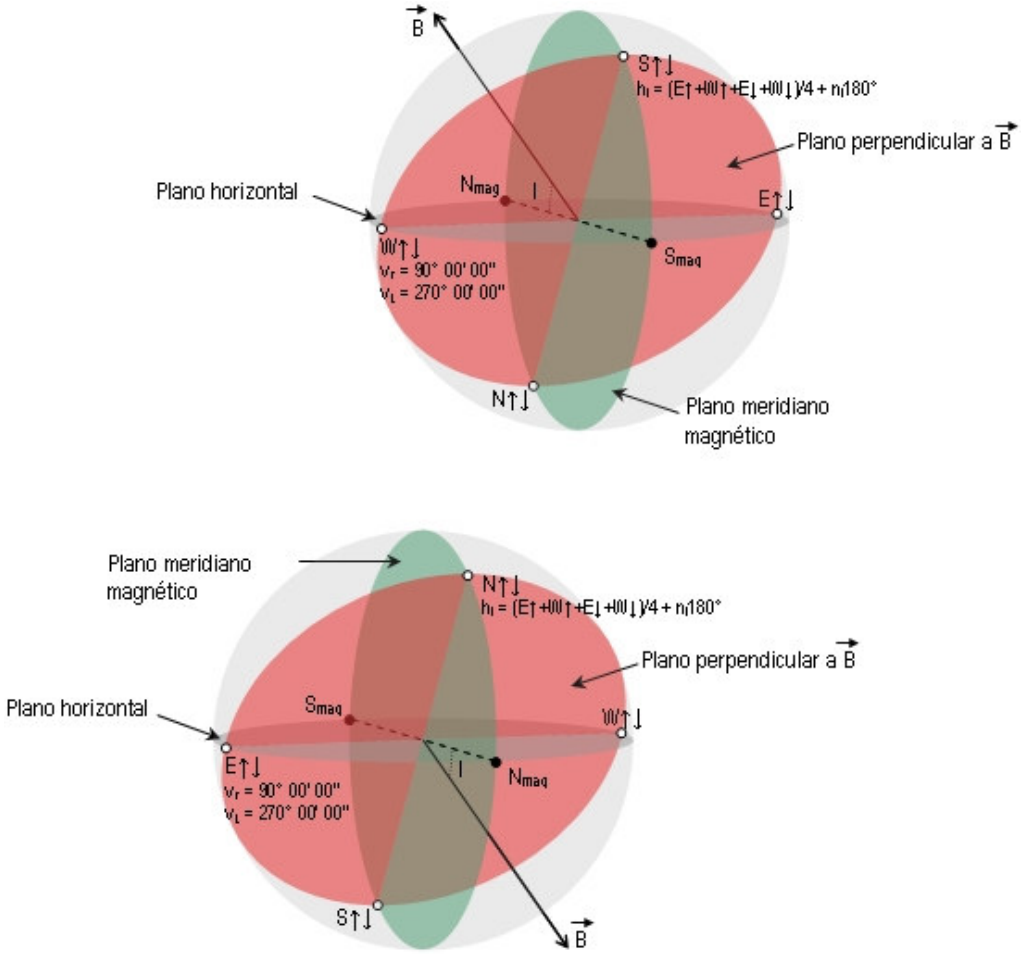


Fig. 1.5: Se ilustran las cuatro posiciones (u ocho, ya que están duplicadas↑↓) del sensor respeto al campo magnético **B**, para el hemisferio Sur (arriba) y para el Norte (abajo).

b) Para determinar la Inclinación magnética se requiere conocer la recta donde se cortan el plano perpendicular al vector campo y el plano meridiano magnético. Nos podemos situar en el plano meridiano buscando las dos lecturas horizontales $h_i = n_i \cdot 180 + (E\uparrow + E\downarrow)/2$, (o bien $h_i = n_i \cdot 180 + (W\uparrow + W\downarrow)/2$, o mejor todavía, una media de ambas: $h_i = n_i \cdot 180 + (E\uparrow + W\uparrow + W\downarrow + E\downarrow)/4$, puesto que, como veremos, existen siempre otras fuentes de error que las diferencian) donde n_i (i = 1, 2) son los dos posibles valores enteros que dejan h entre 0 y 360°. Debemos pues buscar ceros por rotación del círculo vertical. De nuevo, esperaremos cuatro posiciones del DIflux con una lectura nula del sensor (ver también Fig. 1.5). Teniendo en cuenta otra vez la ecuación matricial 1. 16 y sustituyendo h por los dos posibles valores h_i se verifica que las relaciones que deben cumplir los dos pares de lecturas verticales nulas, v_{01} y v_{02}, son las siguientes:

$$\cos Az_{Fl} \cos Dip_{Fl} sen(v_{01} - I) + senDip_{Fl} \cos(v_{01} - I) = 0 ,$$

$$\cos Az_{Fl} \cos Dip_{Fl} sen(v_{02} + I) + senDip_{Fl} \cos(v_{02} + I) = 0 .$$

Que se reducen a:

$$v_{01} = \begin{cases} I - Dip_{Fl} \\ 180º + I - Dip_{Fl} \end{cases}$$

$$v_{02} = \begin{cases} -I - Dip_{Fl} \\ 180º - I - Dip_{Fl} \end{cases}$$

cuando el error de colimación lateral del Fluxgate es lo suficientemente pequeño, es decir, cuando $Az_{Fl} \approx 180/\pi$ sen Az_{Fl}. Una vez más, v_{01} y v_{02} deben ser ángulos entre 0° y 360°; si no lo son, es preciso añadir un múltiplo de 360° que lo permita. En general, para errores de colimación modestos y valores de I distintos de 0 identificaremos v_{01} y v_{02} con dos medidas directas (sensor encima del telescopio) y dos indirectas (sensor debajo). Así, para Livingston (en el hemisferio sur) las cuatro ecuaciones que resultan para los cuatro ceros son:

$$N\downarrow = 180º - I - Dip_{Fl}$$

$$S\uparrow = -I - Dip_{Fl}$$

$$N\uparrow = 180º + I - Dip_{Fl}$$

$$S\downarrow = 360º + I - Dip_{Fl}$$

donde $N\downarrow$ corresponde a la lectura del círculo vertical cuando se realiza una medida indirecta apuntando a la cara norte, $S\uparrow$ es la lectura vertical de una medida directa apuntando a la cara sur, etc. Para observatorios situados en el hemisferio norte las ecuaciones cambian ligeramente:

$$N\downarrow = 360º - I - Dip_{Fl}$$

$$S\uparrow = 180º - I - Dip_{Fl}$$

$$N\uparrow = I - Dip_{Fl}$$

$$S\downarrow = 180º + I - Dip_{Fl}$$

Las dos únicas incógnitas de estas ecuaciones son *I* y Dip_{FI}. Se puede deducir la Inclinación *I* de varias maneras diferentes: restando el par de ecuaciones correspondientes a las medidas directas, restando el par correspondiente a las indirectas, restando el par correspondiente al norte, restando el par correspondiente al sur, etc. Si los únicos errores existentes son los de colimación, los cuatro ángulos encontrados para *I* son teóricamente idénticos.

En realidad, el péndulo mecánico para la lectura de los ángulos verticales no es una masa puntual, y cabe la posibilidad de que esté ligeramente desequilibrado. Según el esquema equivalente que aquí se ha expuesto, esto equivaldría a tener la masa puntual del plato vertical en un punto ligeramente diferente al 180 (Fig. 1.2 y 1.3). Este hecho se compensa completamente con las múltiples lecturas, y se puede demostrar que el error asociado es equivalente al error de colimación vertical. De hecho, se puede pensar que el término *Dip* (tanto en lo referente a la retícula como al sensor) de las ecuaciones anteriores es una suma del error de colimación propiamente dicho más un "offset" de la lectura 0° del plato vertical debido a una descompensación del péndulo (ver Fig. 1.6). Este error no tiene consecuencias en los desarrollos ulteriores.

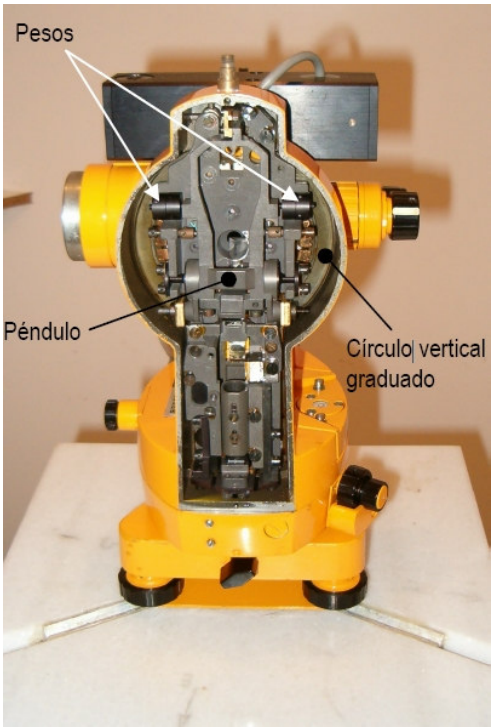


Fig. 1.6: DIflux utilizado en LIV con la tapa lateral abierta. Se puede apreciar el plato vertical y el péndulo. En función del la posición de los pesos el péndulo indicará lecturas verticales ligeramente diferentes para una nivelación constante.

1.2.2. Error sistemático de offset de campo nulo

Este error se produce por una magnetización del núcleo del sensor Fluxgate (ver, p. ej., *Stuart*, 1972) o por efecto de la electrónica (*Forbes*, 1987), y corresponde a un cierto nivel de señal eléctrica de base cuando el eje del sensor se coloca absolutamente perpendicular al vector campo magnético natural. Aun cuando en realidad este offset es afectado por la temperatura, se le considerará una cantidad constante, añadida al flujo magnético real. Como se ha expuesto más arriba, la Declinación, *D*, se puede determinar indistintamente a partir del par de medidas hacia el este o a partir del par hacia el oeste, siendo ambas idénticas si ningún otro error es presente. Cuando esto no se cumple y se observa una diferencia sistemática entre los valores de *D* determinados de una y otra manera, se atribuye a un error de offset. Lo mismo sucede para la Inclinación *I,* donde ésta se puede determinar también a partir de múltiples combinaciones. Para cuantificarlo le asociaremos un ángulo θ_o tal que

$$F sen\theta_o = T_o ,$$

donde T_o es la lectura de la electrónica del sensor cuando éste se coloca estrictamente perpendicular al vector campo. Ahora, pues, la lectura de la consola es $T = T_o - \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{f}}$ y la búsqueda de ceros implica:

$$T = T_o - \vec{B}.\vec{f} = 0 ,$$

donde **B** y $\hat{\mathbf{f}}$ son los mismos que en la ecuación 1. 16 (en *Kerridge*, 1988*,* $T = T_o + \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{f}}$, y su elección es equivalente a la que aquí se utiliza si de ahora en adelante se cambia el signo de θ_o*)*. Dicho de otra manera, F sen $\theta_o = T_o = \mathbf{B}\cdot\hat{\mathbf{f}} = F \cos \alpha$, donde α es el ángulo (comprendido entre 0 y 180°) entre **B** y $\hat{\mathbf{f}}$, y por lo tanto $\alpha = 90° - \theta_o$ define un cono que tiene como eje generatriz el propio vector campo magnético. Añadiendo el término correspondiente al offset a la ecuación 1. 16 resulta:

$$\cos(h_{0\uparrow} + Az_{Fl} - D + \Delta AM)\cos Dip_{Fl} = -\tan I sen Dip_{Fl} + \frac{sen\theta_o}{\cos I}$$

$$\cos(h_{0\downarrow} - Az_{Fl} - D + \Delta AM)\cos Dip_{Fl} = -\tan I sen Dip_{Fl} - \frac{sen\theta_o}{\cos I}$$

$$\cos Az_{Fl}\cos Dip_{Fl} sen(v_{01} - I) + sen Dip_{Fl}\cos(v_{01} - I) = sen\theta_o$$

$$\cos Az_{Fl}\cos Dip_{Fl} sen(v_{02} + I) + sen Dip_{Fl}\cos(v_{02} + I) = -sen\theta_o$$

que, con las aproximaciones correspondientes a errores de colimación y offset pequeños se reducen a:

$$E\uparrow = 90^{\circ} + D - \Delta AM - Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I - \frac{\theta_o}{\cos I} \qquad \textbf{1. 20}$$

$$W\uparrow = 270^{\circ} + D - \Delta AM - Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I + \frac{\theta_o}{\cos I} \qquad \textbf{1. 21}$$

$$E\downarrow = 270^{\circ} + D - \Delta AM + Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I - \frac{\theta_o}{\cos I} \qquad \textbf{1. 22}$$

$$W\downarrow = 90^{\circ} + D - \Delta AM + Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I + \frac{\theta_o}{\cos I} \qquad \textbf{1. 23}$$

$$N\downarrow = 180^{\circ} - I - Dip_{Fl} + \theta_o \qquad \textbf{1. 24}$$

$$S\uparrow = -I - Dip_{Fl} - \theta_o \qquad \textbf{1. 25}$$

$$N\uparrow = 180^{\circ} + I - Dip_{Fl} - \theta_o \qquad \textbf{1. 26}$$

$$S\downarrow = 360^{\circ} + I - Dip_{Fl} + \theta_o\,, \qquad \textbf{1. 27}$$

donde ahora las aproximaciones realizadas son: $Az_{Fl} \approx 180/\pi$ sen Az_{Fl}, $Dip_{Fl} \approx 180/\pi$ sen Dip_{Fl}, $\theta_o \approx 180^{\circ}/\pi$ sen θ_o , Dip_{Fl} tan $I \pm \theta_o$ *cos/* ≈ *180*/π sen (Dip_{Fl} tan $I \pm \theta_o$ cos/*)*, mientras que sus respectivos cosenos valen 1. Estas ocho ecuaciones son válidas para un observatorio en el hemisferio sur como Livingston; para un observatorio en el hemisferio norte cambian las cuatro últimas:

$$N\downarrow = 360^{o} - I - Dip_{Fl} - \theta_o$$

$$S\uparrow = 180^{\circ} - I - Dip_{Fl} + \theta_o$$

$$N\uparrow = I - Dip_{Fl} + \theta_o$$

$$S\downarrow = 180^{\circ} + I - Dip_{Fl} - \theta_o\,.$$

Debe también tenerse en cuenta que en todas ellas las lecturas *E*↑, *W*↑, *E*↓, *W*↓, *N*↓, *S*↑, *N*↑, *S*↓ están comprendidas entre 0° y 360°, mientras que no necesariamente es así para el lado derecho de estas ecuaciones. En consecuencia, estrictamente hablando debería añadirse a cada una de ellas un término $n_i \cdot 360°$ que nos asegurara que las lecturas cumplen este último requisito. En la práctica, escogiendo adecuadamente la colocación de la lectura horizontal cero de tal manera que *E*↑ esté comprendida en el intervalo (0, 180) nos aseguramos la validez de las ecuaciones 1. 20 a 1. 23, con un valor único *n* para los cuatro primeros n_i que nos permitirá situar *D* en el intervalo deseado. Si *E*↑

está comprendido en el intervalo (180, 360), lo que se ha dicho es igualmente válido si se resta 360° al lado derecha de las ecuaciones 1. 21 y 1. 22. Para inclinaciones diferentes de 0° nos aseguramos la validez de las ecuaciones 1. 24 a 1. 27 o las equivalentes para el hemisferio norte, puesto que *I* se mueve entre -180 y 180°. Aún así, es preciso jugar siempre con un cierto margen (un par de grados acostumbra a ser más que suficiente) a fin de de no colocarnos en estos extremos.

Analizando las 8 ecuaciones anteriores nos damos cuenta de que nuestras 5 incógnitas son *D*, *I*, Az_{Fl}, Dip_{Fl} y θ_o. En general, y sin considerar ningún elemento más, estamos delante de lo que matemáticamente se conoce como un sistema incompatible. Dicho de otra forma, disponemos de más información de la estrictamente necesaria para determinar unívocamente nuestros parámetros, puesto que nos "sobran" tres ecuaciones. A continuación se presenta un posible conjunto de soluciones:

$$D = \frac{E\uparrow + W\uparrow + E\downarrow + W\downarrow}{4} + \Delta AM - 90^{\circ} \mp 90^{\circ} + n360^{\circ} \quad [4] \qquad \textbf{1. 28}$$

$$Az_{Fl} = \frac{-E\uparrow - W\uparrow + E\downarrow + W\downarrow}{4} \qquad \textbf{1. 29}$$

$$Dip_{Fl} \tan I = \frac{E\uparrow - W\uparrow - E\downarrow + W\downarrow}{4} \pm 90^{\circ} \quad [4] \qquad \textbf{1. 30}$$

$$\frac{\theta_o}{\cos I} = \frac{-E\uparrow + W\uparrow - E\downarrow + W\downarrow}{4} \qquad \textbf{1. 31}$$

$$I = \frac{-S\uparrow + N\uparrow}{2} \pm 90^{\circ} \quad [5], \qquad \textbf{1. 32}$$

donde *n* (ecuación 1. 28) es el entero que acaba situando *D* en el intervalo deseado (entre 0 y 360°, o entre -180 y 180°). Las tres ecuaciones que restan para las ocho iniciales las podemos escribir ahora como una combinación lineal de las anteriores:

$$180^{\circ} - \frac{N\downarrow + S\uparrow + N\uparrow + S\downarrow}{4} = \frac{E\uparrow - W\uparrow - E\downarrow + W\downarrow \pm 360^{\circ}}{4\tan I} \quad [4] \qquad \textbf{1. 33}$$

$$\mp\left(\frac{N\downarrow - S\uparrow - N\uparrow + S\downarrow}{4} - 90^{\circ}\right) = \frac{-E\uparrow + W\uparrow - E\downarrow + W\downarrow}{4}\cos I \quad [5] \qquad \textbf{1. 34}$$

[4] El signo superior es válido cuando *E*↑ está comprendido en el intervalo (0, 180), mientras que el inferior lo es cuando pertenece a (180, 360).
[5] El signo superior es válido para el hemisferio norte, mientras que el inferior lo es para el hemisferio sur.

$$\frac{-N\downarrow+S\downarrow}{2}\pm 90^{o}=\frac{-S\uparrow+N\uparrow}{2}\pm 90^{o} \quad ^{5}, \qquad \textbf{1. 35}$$

donde ambos lados de la ecuación 1. 33 corresponden a Dip_{Fl}, ambos lados de 1. 34 corresponden a θ_o, y ambos lados de 1. 35 corresponden a I. De hecho, denominaremos $Dip_{Fl}(I)$ a la parte izquierda de la ecuación 1. 33 y $Dip_{Fl}(D)$ a su parte derecha, puesto que en principio debemos considerar la posibilidad que ambas difieran por el mero hecho de provenir de lecturas independientes. Ídem para la pareja $\theta_o(I)$ y $\theta_o(D)$ y para la pareja $I(\downarrow)$ e $I(\uparrow)$, lados izquierdo y derecho de las ecuaciones 1. 34 y 1. 35, respectivamente.

De todo lo que se ha expuesto hasta ahora en este capítulo se desprende un procedimiento de medida que se aplica, con diferentes variantes, a muchos observatorios geomagnéticos que utilizan el DIflux como instrumento de referencia para sus medidas. Este procedimiento se resume en los pasos indicados a continuación.

Para la Declinación magnética:

1) Lectura de la mira o marca de referencia, primero con el sensor encima del telescopio y después con el sensor debajo. Se anotan sendos ángulos horizontales dados por el teodolito, separados unos 180° aproximadamente.
2) Se apunta el telescopio aproximadamente hacia el Este magnético y en posición horizontal (lectura vertical 90°00'00"), en esta posición el sensor se encuentra encima del telescopio.
3) Se busca una lectura cero en la consola electrónica del instrumento girando el teodolito alrededor de su eje vertical, anotando posteriormente el ángulo dado por el círculo horizontal y el tiempo (hora y minuto); esta lectura corresponde al Este magnético con el sensor encima del telescopio ($E\uparrow$).
4) Se hace girar el cuerpo del teodolito unos 180° alrededor de su eje vertical, hasta que el telescopio apunta aproximadamente al oeste magnético, colocándolo de nuevo en posición horizontal (90°00'00").
5) Se busca una lectura cero en la consola electrónica del instrumento girando finamente el teodolito alrededor de su eje vertical, y anotando nuevamente el ángulo dado por el círculo horizontal y el tiempo; esta lectura corresponde al Oeste magnético con el sensor encima del telescopio ($W\uparrow$).

6) Se hace girar el telescopio unos 180° alrededor de su eje horizontal hasta encontrar una lectura vertical de 270°00'00".
7) Se busca una lectura cero en la consola electrónica del instrumento girando el teodolito alrededor de su eje vertical, y anotando el ángulo dado por el círculo horizontal y el tiempo; esta lectura corresponde al Este magnético con el sensor debajo del telescopio ($E\downarrow$).
8) Se hace girar el teodolito unos 180° alrededor de su eje vertical, hasta que el telescopio apunta aproximadamente al Oeste magnético, colocándolo de nuevo en posición horizontal (270°00'00").
9) Se busca una lectura cero en la consola electrónica del instrumento girando el teodolito alrededor de su eje vertical, y anotando el ángulo dado por el círculo horizontal y el tiempo; esta lectura corresponde al Oeste magnético con el sensor debajo del telescopio ($W\downarrow$).

Para la Inclinación magnética:

10) Con el sensor debajo del telescopio y en posición horizontal, se rota el teodolito alrededor de su eje vertical hasta apuntar exactamente al norte magnético, situándonos así en el plano meridiano. Éste se encuentra a través de la media aritmética de las cuatro lecturas anotadas anteriormente (las dos correspondientes al Este y las dos al Oeste).
11) Se rota el telescopio verticalmente (alrededor del eje horizontal) hasta lograr una lectura nula en la consola del DIflux apuntando hacia la cara norte y manteniendo el sensor debajo del telescopio, anotando la lectura del círculo vertical ($N\downarrow$) y el tiempo.
12) Se rota el telescopio verticalmente unos 180° hasta lograr de nuevo una lectura cero; el telescopio queda esta vez apuntando hacia la cara sur, y el sensor encima de él. Se anota la lectura ($S\uparrow$) y el tiempo.
13) Se gira horizontalmente (alrededor del eje vertical) el cuerpo del teodolito 180°00'00" hasta colocarnos de nuevo sobre el plano meridiano magnético (debe verificarse a través de la media de las cuatro lecturas de Declinación).
14) Se rota el telescopio verticalmente hasta lograr una lectura nula en la consola del DIflux apuntando hacia la cara norte, ahora con el sensor encima del telescopio, y anotando la lectura del círculo vertical ($N\uparrow$) y el tiempo.
15) Se rota el telescopio verticalmente unos 180° hasta lograr de nuevo una lectura cero; el telescopio queda esta vez apuntando hacia la cara sur, y el sensor debajo de él. Se anota la lectura ($S\downarrow$) y el tiempo.

Los pasos se han ordenado según la secuencia cronológica de las medidas realizadas en Livingston; de todos modos, la secuencia podría ser cualquier otra mientras todas ellas se lleven a cabo.

Una vez finalizada la lectura se obtienen los observables D, Az_{Fl}, $Dip_{Fl}(D)$, $Dip_{Fl}(I)$, $\theta_o(D)$, $\theta_o(I)$, $I(\uparrow)$ e $I(\downarrow)$ definidos más arriba, y en lugar de considerar el conjunto de las ecuaciones 1. 20 a 1. 27 un sistema incompatible, se considera un sistema sobredeterminado, donde se suele tomar una solución de compromiso correspondiente a una media aritmética para los valores duplicados ($I = (I(\downarrow) + I(\uparrow))/ 2$, $Dip_{Fl} = (Dip_{Fl}(D) + Dip_{Fl}(I))/ 2$, y $\theta_o = (\theta_o(D) + \theta_o(I))/ 2$). Aun así, sobre todo tras realizar una serie más o menos larga de medidas absolutas, es recomendable observar la evolución de cada una de estas variables. En una situación ideal, los errores de colimación y de offset deberán ser pequeños (inferiores a 2 minutos de arco), pero más importante todavía:

- Los errores deberán ser constantes en el tiempo (siempre y cuando no sean modificados voluntariamente por el usuario ajustando la colimación entre el eje óptico del telescopio y el sensor, o el offset) o, en su defecto, las variaciones deberán ser a largo plazo.

- Los valores con soluciones duplicadas deberán coincidir ($I(\downarrow) = I(\uparrow)$, $Dip_{Fl}(D) = Dip_{Fl}(I)$, $\theta_o(D) = \theta_o(I)$) dentro de un cierto margen de incertidumbre experimental.

El hecho de que se observen desviaciones sistemáticas respecto a esta situación ideal puede ser un indicativo de la existencia de otras fuentes de error que no se han contemplado en las ecuaciones anteriores y que no se acostumbran a contemplar en la práctica normal de los diferentes observatorios.

1.2.3. Otras fuentes de error del DIflux

Existen, pues, otras fuentes de errores que afectan al DIflux. Éstas se ponen de manifiesto al comparar los valores de $I(\downarrow)$ vs. $I(\uparrow)$, $Dip_{Fl}(D)$ vs. $Dip_{Fl}(I)$ y $\theta_o(D)$ vs. $\theta_o(I)$. En esta sección analizaremos las posibles causas de algunos de ellos y se acabará definiendo un modelo que atribuye un origen a cada discrepancia observada. Cabe adelantar que el modelo que se propondrá en los siguientes apartados no es el único posible, siendo pues objetable; pero es aconsejable, sin embargo, seguir uno de esos modelos, dándole toda la flexibilidad que sea necesaria.

1.2.3.1. Existencia de gradientes

Uno de los pequeños puntos débiles que presenta el DIflux se debe a la colocación del sensor Fluxgate respecto al telescopio. Cuando se realizan las medidas directas e indirectas de campo nulo el telescopio debe ser girado un ángulo horizontal de unos 180°, seguido de un ángulo vertical que, si los errores de colimación y de offset son moderados, es aproximadamente equivalente a 360° - $2v_{\uparrow}$. Como resultado, y debido a las inevitables dimensiones del propio telescopio, la posición del sensor en la medida indirecta no coincide exactamente con la correspondiente a la medida directa. Así por ejemplo, una vez realizada la búsqueda del campo nulo correspondiente a la medida $E\uparrow$ se debe girar el plato horizontal del teodolito aproximadamente 180° hasta reencontrar de nuevo el cero correspondiente a la medida $W\uparrow$. Cuando esto se consigue, el sensor ha sufrido una rotación alrededor de un eje vertical que pasa aproximadamente por su centro, con lo que su posición física es prácticamente la misma que antes de la rotación. En cambio, cuando se gira el telescopio verticalmente 180° (aprox.) para lograr el cero correspondiente a la siguiente medida, $E\downarrow$, el sistema sensor-telescopio gira alrededor del eje horizontal, que pasa por el centro del telescopio y a unos 5 cm del sensor Fluxgate. En consecuencia, éste último se encuentra desplazado verticalmente un total de unos 10 cm entre la primera y la segunda lecturas (Fig. 1.7).

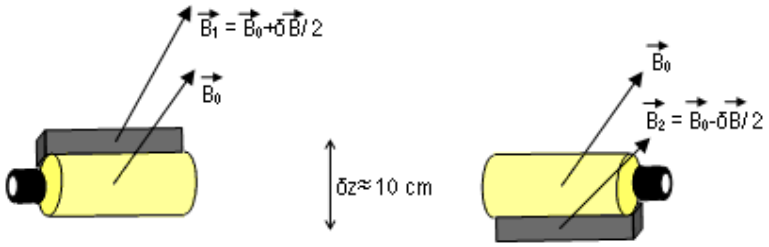


Fig. 1.7: Diferencia del vector campo magnético entre la posición superior del sensor y su posición inferior debido a un gradiente. $\mathbf{B_0}$ es el campo magnético a la altura del eje horizontal. Esta diferencia se puede reflejar tanto en *D* como en *I*.

Para introducir este efecto en las ecuaciones 1. 20 a 1. 27 tomemos la derivada vertical del vector campo en el punto O definido en el apartado 1.2.1. Si $\mathbf{B_0}$ es el campo en este punto, en primera aproximación $\mathbf{B_1} = \mathbf{B_0} + (d\mathbf{B}/dz|_0)\cdot\delta z/2$ es el valor del campo en la posición del sensor cuando éste se encuentra encima del telescopio; ídem para $\mathbf{B_2} = \mathbf{B_0} - (d\mathbf{B}/dz|_0)\cdot\delta z/2$ cuando aquél se encuentra debajo del telescopio. Por lo tanto $\delta\mathbf{B}/2 = (d\mathbf{B}/dz|_0)\cdot\delta z/2$, donde $\delta\mathbf{B}$ es la diferencia de campo entre la posición superior y la inferior. Por otro lado consideremos el siguiente sistema de coordenadas: supongamos una esfera con un polo en el cenit y el otro en el nadir. Los meridianos son las líneas que unen el cenit y el nadir, mientras que los paralelos son líneas que unen puntos equidistantes a los polos. Pues bien, el vector $\delta\mathbf{B}/2$ se descompone en tres direcciones perpendiculares: una de ellas es la que marca el

vector $\mathbf{B_0}$, y la denominaremos $\delta\mathbf{B}_{\|}/2$, mientras que las otras dos corresponden a las proyecciones sobre la superficie de la esfera; una de ellas siguiendo el meridiano, $\delta\mathbf{B_m}/2$, y la otra siguiendo el paralelo, $\delta\mathbf{B_p}/2$, que pasan por el punto donde $\mathbf{B_0}$ corta la esfera (Fig. 1.8).

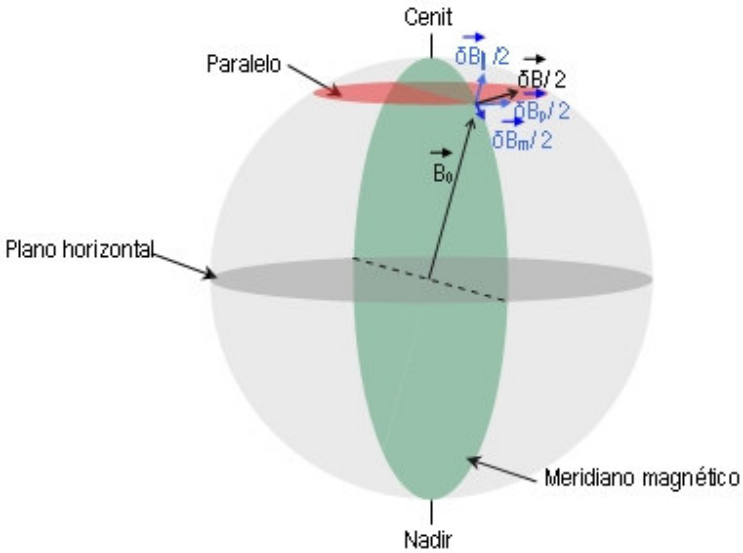


Fig. 1.8: Se ilustra el sistema en que se descompone el vector $\delta\mathbf{B}/2$.

Es inmediato ver que la única componente de $\delta\mathbf{B}/2$ que contribuirá a la Declinación es $\delta\mathbf{B_p}/2$, mientras que el único que contribuirá sobre la Inclinación es $\delta\mathbf{B_m}/2$. Denominaremos $\delta D_{Gr}/2$ el incremento de Declinación producido por el vector $\delta\mathbf{B_p}/2$, y $\delta I_{Gr}/2$ el incremento de Inclinación producido por $\delta\mathbf{B_m}/2$. Los signos de cada componente estarán en función de si el sensor Fluxgate se encuentra encima o debajo del telescopio. Así, la Fig. 1.9 a) (sensor encima) ilustra un incremento de la Declinación des de $E\uparrow_0$ a $E\uparrow_0 + \delta D_{Gr}/2$, o de $W\uparrow_0$ a $W\uparrow_0 + \delta D_{Gr}/2$ debido a $\delta\mathbf{B_p}/2$, mientras que la Fig. 1.9 b) (sensor debajo) ilustra un incremento de signo contrario, de $E\downarrow_0$ a $E\downarrow_0 - \delta D_{Gr}/2$, o de $W\downarrow_0$ a $W\downarrow_0 - \delta D_{Gr}/2$ debido a $-\delta\mathbf{B_p}/2$.

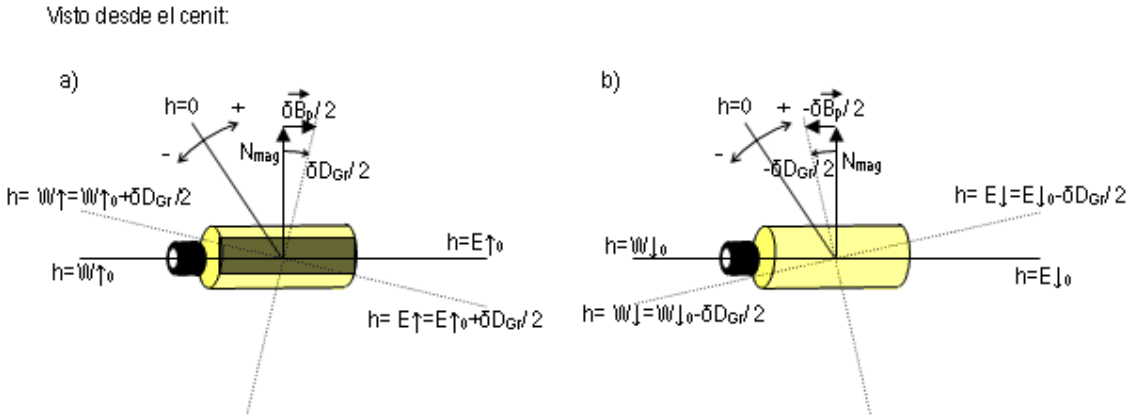


Fig. 1.9: Justificación de las ecuaciones en presencia de gradientes en *D*. a) sensor encima del telescopio, b) sensor debajo.

Algo similar sucede con las medidas para la Inclinación, donde ahora $\delta\mathbf{B}_m/2$ (o $-\delta\mathbf{B}_m/2$, dependiendo de la posición del sensor) es el vector que contribuye en un incremento de valor absoluto $\delta I_{Gr}/2$ (Fig. 1.10).

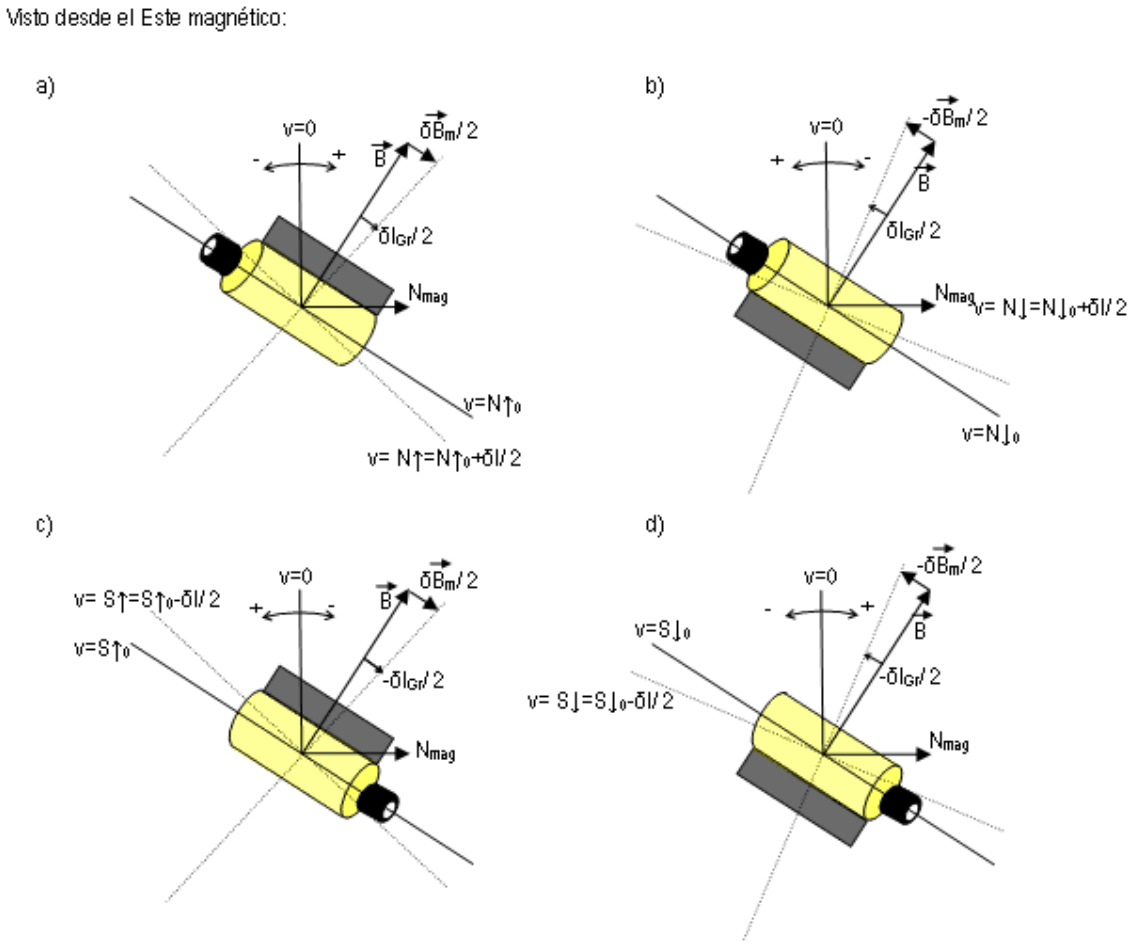


Fig. 1.10: Justificación de las ecuaciones en presencia de gradientes en *I* (caso para el hemisferio sur). a) apuntando al Norte con el sensor encima del telescopio, b) ídem con el sensor debajo, c) apuntando al Sur con el sensor encima del telescopio, y d) ídem con el sensor debajo.

Según lo explicado hasta ahora, vamos a introducir estos posibles gradientes en las ecuaciones 1. 20 a 1. 23 y 1. 24 a 1. 27:

$$E\uparrow = 90^{\circ} + D + \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM - Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I - \frac{\theta_o}{\cos I} \qquad \textbf{1. 36}$$

$$W\uparrow = 90^{\circ} + D + \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM - Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I + \frac{\theta_o}{\cos I} \pm 180^{\circ} \quad ^{4} \qquad \textbf{1. 37}$$

$$E\downarrow = 90^{\circ} + D - \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM + Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I - \frac{\theta_o}{\cos I} \pm 180^{\circ} \quad ^{4} \qquad \textbf{1. 38}$$

$$W\downarrow = 90^{\circ} + D - \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM + Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I + \frac{\theta_o}{\cos I} \qquad \textbf{1. 39}$$

$$N\downarrow = 180^{\circ} - I + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o \qquad \textbf{1. 40}$$

$$S\uparrow = -I - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o \qquad \textbf{1. 41}$$

$$N\uparrow = 180^{\circ} + I + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o \qquad \textbf{1. 42}$$

$$S\downarrow = 360^{\circ} + I - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o . \qquad \textbf{1. 43}$$

Para el hemisferio norte cambian las cuatro últimas:

$$N\downarrow = 360^{\circ} - I + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o$$

$$S\uparrow = 180^{\circ} - I - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o$$

$$N\uparrow = I + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o$$

$$S\downarrow = 180^{\circ} + I - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o .$$

Tenemos pues el mismo número de ecuaciones (8) con dos incógnitas más (7 en total). Ahora, *D*, $Dip_{Fl}(D)$, $Dip_{Fl}(I)$, $\theta_o(D)$ y $\theta_o(I)$ tienen exactamente las mismas expresiones que las halladas en el apartado 1.2.2, mientras que las restantes variables tienen las siguientes expresiones:

$$Az_{Fl} - \frac{\delta D_{Gr}}{2} = \frac{-E\uparrow - W\uparrow + E\downarrow + W\downarrow}{4} \qquad \textbf{1. 44}$$

$$I = \frac{-N\downarrow - S\uparrow + N\uparrow + S\downarrow}{4} \pm 90^{\circ} \quad ^{5} \qquad \textbf{1. 45}$$

$$\frac{\delta I_{Gr}}{2} = \frac{N\downarrow - S\uparrow + N\uparrow - S\downarrow}{4} . \qquad \textbf{1. 46}$$

Se observa que no es posible separar Az_{Fl} y δD_{Gr}, de forma que podemos tomar el valor Az_{Fl} - δD_{Gr} / 2 como un error de colimación en acimut modificado. Con esto se nos reduce el número efectivo de incógnitas a seis, con lo cual encontramos dos ecuaciones que son combinaciones lineales del resto: $Dip_{Fl}(D) = Dip_{Fl}(I)$ y $\theta_o(D) = \theta_o(I)$, con las expresiones correspondientes descritas más arriba. En consecuencia, la introducción de estos gradientes, si bien explica la discrepancia entre las medidas $I(\uparrow)$ e $I(\downarrow)$, no explica la discrepancia entre los valores de Dip_{Fl} y θ_o calculados a partir de D y de I.

El único gradiente evaluable es pues el de Inclinación. El origen de estos gradientes puede ser diverso, pero en todo caso la fuente que los provoca es próxima. Es posible que existan fuentes naturales que provoquen este efecto, sobre todo en zonas anómalas con rocas que presenten una cierta magnetización permanente, pero es más probable que sea debido a que el pilar donde se sustenta el teodolito, o incluso el propio teodolito, no sean completamente amagnéticos. De hecho, una magnetización de tipo inducido sobre alguna parte del teodolito también podría ser la causante. Desde luego, debemos descartar la posibilidad de que el observador vista alguna prenda de ropa con metal ferromagnético. Ver *Rasson*, 2005.

Vale la pena notar que el hecho de haber conseguido aislar las variables D e I del sistema no compensa la existencia del error asociado a los gradientes, y por lo tanto no justifica la aceptación de los valores obtenidos para D e I a ciegas. En otras palabras, los valores dados por las expresiones 1. 28 y 1. 45 corresponden a la Declinación y la Inclinación magnéticas en el punto O donde se cruzan los ejes, pero no se puede afirmar que esos valores sean los mismos si no estuviera situado allí el instrumento de medida. Así pues, si los gradientes son realmente de origen natural aceptaremos como válidos los valores obtenidos según las mencionadas expresiones, o en todo caso debería haberse encontrado *a priori* una ubicación diferente del DIflux que no estuviera tan sujeta a tal efecto; por el contrario, si los gradientes son debidos a algún objeto del entorno, al pilar o al propio teodolito, lo que está sucediendo en realidad es que estamos alterando la magnitud física que pretendemos medir con el propio montaje para medirla; en este caso la presencia de un gradiente sería un claro síntoma de la alteración del campo natural y sería conveniente rechazar el valor obtenido para D e I. De hecho, haría falta añadir un término al lado izquierdo de las expresiones 1. 28 y 1. 45 debido a esta posible "contaminación magnética". A fin de obtener pistas sobre la verdadera fuente de gradientes se proponen un par de ejercicios:

- Cambiar de DIflux sobre el pilar fundamental. Si el patrón observado para δI_{Gr} depende del DIflux utilizado, entonces la fuente de los gradientes tiene que ver con el propio DIflux.

- Hacer un pequeño levantamiento magnético midiendo las cuatro posiciones de *I* con el mismo DIflux cerca del pilar fundamental, esta vez asentando el teodolito sobre un trípode amagnético. Si se observa un valor significativamente diferente de δI_{Gr} entre todos los puntos, entonces es probable que la fuente de los gradientes sea de origen natural; si en cambio se observa un comportamiento similar entre los distintos puntos pero diferente al del pilar fundamental, probablemente la fuente de los gradientes resida en el propio pilar o en algún objeto próximo magnéticamente susceptible.

1.2.3.2. Propuesta de nuevos observables: magnetización del cuerpo del teodolito y del telescopio

Como se ha visto en este último apartado, si bien la discrepancia entre los valores $I(\uparrow)$ e $I(\downarrow)$ se ha podido explicar de una manera más o menos satisfactoria introduciendo un simple gradiente en *I*, queda todavía por explicar el hecho de que en la práctica podamos encontrar diferencias sistemáticas entre las medidas de $Dip_{FI}(D)$ (calculado a partir de las medidas de *D*) y $Dip_{FI}(I)$ (calculado a partir de *I*), o entre $\theta_o(D)$ y $\theta_o(I)$. De hecho, tampoco resulta evidente explicar por qué puede llegar a cambiar el error de colimación, o el de offset, entre una medida de *D* y una de *I* (a no ser que, por ejemplo, el sensor no se mueva estrictamente solidario con el telescopio y cambie por lo tanto su posición relativa entre las medidas de *D* y las de *I*); más bien hay que buscar una explicación alternativa indirecta.

En el apartado anterior se ha apuntado la posibilidad de la magnetización del DIflux como fuente de posibles gradientes en *D* e *I*, lo cual supondría un grave defecto de construcción del instrumento; pero en realidad aquel efecto no puede ser producido por cualquier tipo de magnetización; y ni siquiera la fuente puede estar situada en cualquier punto del teodolito, puesto que los gradientes se han considerado constantes sea cual sea la posición de aquél. Así por ejemplo, si la fuente está situada sobre la parte móvil del teodolito, al efectuar las rotaciones correspondientes a las diferentes lecturas en general cambia el efecto que el cuerpo magnetizado produce sobre el sensor, y las ecuaciones del apartado anterior dejan de ser válidas. Resolver el problema de un cuerpo magnetizado en el caso general introduciría una nueva incógnita para cada una de las ecuaciones 1. 36 a 1. 43, lo cual resultaría completamente infructuoso para nuestro propósito.

A pesar de todo, se puede hacer una última tentativa que implica un número más limitado de variables: es sabido que la magnetización permanente es dominante en muchos tipos de aleaciones (*Breiner*,

1973). Contemplemos adicionalmente la posibilidad de que el cuerpo del teodolito (la parte rotatoria que se encuentra encima de la base fija, ver Fig. 1.1) posea una ligera magnetización permanente. Entonces, en primera aproximación el vector que describe la magnetización del teodolito rota en un sistema solidario a éste o, dicho de otra forma, la magnetización residual es arrastrada por el cuerpo del teodolito. Cuando se lleva a término la lectura correspondiente a $E\uparrow$ se puede considerar que la influencia del cuerpo magnetizado se manifiesta como un pequeño vector $\mathbf{B_{MC}}$ (constante en el sistema de referencia del cuerpo del teodolito) superpuesto al vector campo magnético natural, que conduce a una pequeña variación de Declinación, δD_{MC}, proveniente de la componente de $\mathbf{B_{MC}}$ a lo largo de los paralelos (ver Fig. 1.8). Acto seguido, si se realizara la lectura $W\downarrow$ no se requeriría la rotación del cuerpo del teodolito, por lo tanto la influencia del cuerpo magnetizado sería similar a la de la situación anterior. Pero cuando se llevan a término las lecturas $W\uparrow$ y $E\downarrow$ es necesaria una rotación del cuerpo del teodolito, con lo cual el pequeño vector $\mathbf{B_{MC}}$ rota 180° alrededor del eje vertical de aquél; como consecuencia, el cambio en Declinación acontece en sentido contrario, $-\delta D_{MC}$. Un razonamiento similar se puede aplicar para determinar el cambio en I; ahora, sin embargo, es preciso considerar la componente de $\mathbf{B_{MC}}$ a lo largo de los meridianos. Denominaremos δI^a_{MC} al término proveniente de esta componente cuando se realiza la lectura $N\downarrow$. Como antes, cuando se produce la lectura $S\uparrow$ no se requiere ninguna rotación del cuerpo del teodolito; por lo tanto, la misma variación δI^a_{MC} es observada. Pero cuando se efectúan las lecturas $N\uparrow$ y $S\downarrow$ el vector $\mathbf{B_{MC}}$ es rotado nuevamente 180° alrededor del eje vertical del teodolito, y es fácil ver que la nueva componente de $\mathbf{B_{MC}}$ a lo largo de los meridianos no se puede deducir a partir de los parámetros definidos hasta ahora; denominaremos δI^b_{MC} a este nuevo parámetro.

Con una serie de razonamientos similares y añadiendo la posibilidad de un cuerpo magnetizado en el interior del telescopio produciendo las variaciones correspondientes δD_{MT}, δI^a_{MT} y δI^b_{MT} en D e I se puede desarrollar un esquema que explicaría las discrepancias entre todas las variables presentadas.

$$E\uparrow = 90^{\circ} + D + \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM - Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I - \frac{\theta_o}{\cos I} + \delta D_{MC} + \delta D_{MT}$$

$$W\uparrow = 90^{\circ} + D + \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM - Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I + \frac{\theta_o}{\cos I} - \delta D_{MC} - \delta D_{MT} \pm 180^{\circ} \quad 4$$

$$E\downarrow = 90^{\circ} + D - \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM + Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I - \frac{\theta_o}{\cos I} - \delta D_{MC} + \delta D_{MT} \pm 180^{\circ} \quad 4$$

$$W\downarrow = 90^{\circ} + D - \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM + Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I + \frac{\theta_o}{\cos I} + \delta D_{MC} - \delta D_{MT}$$

$$N\downarrow = 180^{\circ} - I + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o - \delta I^{a}_{MC} + \delta I^{a}_{MT}$$

$$S\uparrow = -I - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o - \delta I^{a}_{MC} - \delta I^{a}_{MT}$$

$$N\uparrow = 180^{\circ} + I + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o + \delta I^{b}_{MC} + \delta I^{b}_{MT}$$

$$S\downarrow = 360^{\circ} + I - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o + \delta I^{b}_{MC} - \delta I^{b}_{MT},$$

o para el hemisferio norte:

$$N\downarrow = 360^{\circ} - I + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o - \delta I^{a}_{MC} + \delta I^{a}_{MT}$$

$$S\uparrow = 180^{\circ} - I - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o - \delta I^{a}_{MC} - \delta I^{a}_{MT}$$

$$N\uparrow = I + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o + \delta I^{b}_{MC} + \delta I^{b}_{MT}$$

$$S\downarrow = 180^{\circ} + I - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o + \delta I^{b}_{MC} - \delta I^{b}_{MT}$$ [6],

donde los términos con subíndices MC y MT hacen referencia a la magnetización del cuerpo y del telescopio, respectivamente.

Ahora el número de incógnitas pasa a ser trece, y el sistema es compatible pero indeterminado:

$$D = \frac{E\uparrow + W\uparrow + E\downarrow + W\downarrow}{4} + \Delta AM - 90^{\circ} \mp 90^{\circ} + n360^{\circ}$$ [4] **1. 47**

$$Az_{Fl} - \frac{\delta D_{Gr}}{2} = \frac{-E\uparrow - W\uparrow + E\downarrow + W\downarrow}{4}$$ **1. 48**

$$Dip_{Fl}\tan I + \delta D_{MC} = \frac{E\uparrow - W\uparrow - E\downarrow + W\downarrow}{4} \pm 90^{\circ}$$ [4] **1. 49**

$$Dip_{Fl} + \frac{\delta I^{a}_{MC} - \delta I^{b}_{MC}}{2} = 180^{\circ} - \frac{N\downarrow + S\uparrow + N\uparrow + S\downarrow}{4}$$ **1. 50**

[6] Los términos con subíndices Gr, MC y MT que aparecen en las ecuaciones correspondientes al hemisferio sur no tienen por qué coincidir con los que aparecen a las ecuaciones correspondientes al hemisferio norte, aun apareciendo con la misma notación.

$$I + \frac{\delta I^{a}_{MC} + \delta I^{b}_{MC}}{2} = \frac{-N\downarrow -S\uparrow +N\uparrow +S\downarrow}{4} \pm 90^{o} \quad ^{5} \qquad \textbf{1. 51}$$

$$\frac{\delta I_{Gr}}{2} + \frac{\delta I^{a}_{MT} + \delta I^{b}_{MT}}{2} = \frac{N\downarrow -S\uparrow +N\uparrow -S\downarrow}{4} \qquad \textbf{1. 52}$$

$$\frac{\theta_{o}}{\cos I} - \delta D_{MT} = \frac{-E\uparrow +W\uparrow -E\downarrow +W\downarrow}{4} \qquad \textbf{1. 53}$$

$$\theta_{o} \mp \frac{\delta I^{a}_{MT} - \delta I^{b}_{MT}}{2} = \mp\left(\frac{N\downarrow -S\uparrow -N\uparrow +S\downarrow}{4} - 90^{o}\right) \quad ^{5}. \qquad \textbf{1. 54}$$

Se observa que el lado izquierdo de las expresiones anteriores no se repite en ningún momento. Así por ejemplo, nos damos cuenta que al introducir estas nuevas fuentes de error, el lado derecho de la expresión correspondiente a *Dip(D)* tal y como aparecía en el apartado 1.2.2 se ve afectada en realidad por un término δD_{MC}, con el que no habíamos contado en un principio, mientras que la expresión original correspondiente a *Dip(I)* se ve afectada en realidad por los errores δI^{a}_{MC} y δI^{b}_{MC}, lo cual explicaría la mutua discrepancia. Un razonamiento parecido explicaría la discrepancia entre los valores originales (los que aparecen en el apartado 1.2.2) de $\theta_o(D)$ y $\theta_o(I)$. También cabe mencionar el hecho de que una magnetización de este tipo implica nuestra incapacidad para despejar el valor de la Inclinación magnética, puesto que éste se encuentra enmascarado por un término referente a la magnetización del cuerpo del teodolito (ecuación 1. 51).

Igual que en el apartado 1.2.3.1, la comparación de ciertos parámetros después de un cambio de teodolito en el pilar fundamental es una buena práctica para saber si existe magnetización en alguno de los instrumentos.

Disponemos ya de un modelo que, aun siendo discutible, nos sirve para explicar la existencia entre las mencionadas discrepancias. Sus consecuencias se exploran en la sección 1.3.2.

1.2.3.3. Efectos derivados del mal funcionamiento y/o de la incorrecta operación del DIflux

Existen una serie de recomendaciones y precauciones a la hora de utilizar el DIflux que, si no se tienen en cuenta debidamente, pueden conducir a un error que se puede manifestar en las lecturas (*E*↑, *W*↑, *E*↓, *W*↓, *N*↓,...) y por lo tanto en una mala determinación de *D* e *I*. En este sentido, es preciso remarcar que el esfuerzo invertido en los apartados anteriores para explicar teóricamente el origen de la

discrepancia entre las medidas de $I(\downarrow)$ e $I(\uparrow)$, $Dip_{FI}(D)$ y $Dip_{FI}(I)$, $\theta_o(D)$ y $\theta_o(I)$ se puede ver malogrado por una operación incorrecta perfectamente evitable del teodolito, o bien por una disfunción de éste, puesto que estas discrepancias se estarían atribuyendo gratuitamente a causas inexistentes. Hemos visto hasta ahora una serie de errores (*Az*, *Dip* y θ_o) que se compensan al realizar las múltiples lecturas. Existen otros, como la magnetización permanente del DIflux, que no habría manera de compensar en caso de que realmente tuvieran lugar. En este segundo grupo de errores que no se compensan se pueden incluir otros, imposibles de cuantificar en general, que pueden tener su origen en los siguientes puntos:

- Deslizamiento o arrastre de los platos horizontal y vertical en el decurso de una medida (*Bitterly*, 1990). Este problema se pone de manifiesto al observar una referencia fija lejana, cuando la lectura de los círculos no coincide antes y después de haber rotado el DIflux alrededor de sus ejes horizontal y/o vertical. El hecho de girar el teodolito bruscamente alrededor de su eje vertical, por ejemplo, puede provocar un arrastramiento del círculo horizontal. Si esto sucede en el decurso de una medida, ésta será inválida. Es por este motivo que se desaconseja rotar el teodolito rápidamente.

- El plato vertical no trabaja en régimen pendular. Se detecta de la siguiente forma: se coloca el telescopio en posición horizontal y alineado con uno de sus tres pies de base que actúan a modo de trípode. Al girar (atornillar o desenroscar) dicho pie, la lectura vertical debe variar para compensar el desnivel provocado manualmente. Si no lo hace, es porque el teodolito trabaja fuera del régimen pendular, que comprende unos 4' de arco alrededor de la horizontalidad absoluta (para el modelo THEO 015B; puede variar según el modelo). Si es así, hace falta renivelar horizontalmente el teodolito con la ayuda de los niveles de burbuja y hacer de nuevo la prueba. Equivalentemente, un pequeño golpe en la parte superior del cuerpo del teodolito debe tener como resultado el tambaleo de los números correspondientes a los ángulos verticales al observar por el visor correspondiente (ver sección 1.4).

- Manipulación del sensor Fluxgate en el decurso de una medida. Debe evitarse siempre tocar el sensor Fluxgate al efectuar los giros correspondientes a las diferentes lecturas. Si bien en las rotaciones horizontales se suele manipular el cuerpo del teodolito, en las rotaciones verticales debe actuarse solamente sobre el telescopio, manteniéndolo sujeto desde el momento en que se desfrena a través de la palanca correspondiente, hasta que se vuelve a frenar, evitando así a la vez que el conjunto telescopio-sensor pueda caer por el propio peso del sensor. Una

manipulación del sensor en el decurso de una medida podría modificar los errores de colimación, con lo que la medida en cuestión quedaría inservible.

- Omisión de la verificación horizontal del telescopio. Como se ha dicho en la sección 1.1, no hay ninguna garantía de que en la realidad el eje "vertical" del teodolito sea verdaderamente vertical (dirección de la gravedad). En virtud del procedimiento de medida propuesto al final de la sección 1.2.2, si esta posibilidad no se asume, se podría pensar que al abordar la lectura $W\uparrow$ tras realizar la lectura $E\uparrow$ el telescopio continúa manteniéndose en un plano realmente horizontal, y consecuentemente no verificar su horizontalidad. En realidad, sin embargo, estaríamos separados un cierto ángulo δv de este plano. Ídem con respecto a la lectura $W\downarrow$ tras realizar la lectura $E\downarrow$, donde el ángulo continuaría siendo δv. Denominemos $\delta W^{\delta v}$ al error en las lecturas $W\uparrow$ y $W\downarrow$ por desatender el mencionado hecho. Entonces, deberían añadirse estos términos en las ecuaciones correspondientes, que quedarían: $E\uparrow^{\delta v} = E\uparrow$, $W\uparrow^{\delta v} = W\uparrow + \delta W^{\delta v}$, $E\downarrow^{\delta v} = E\downarrow$, $W\downarrow^{\delta v} = W\downarrow + \delta W^{\delta v}$. Se observa que las medidas referentes al Este restan inalteradas, puesto que se considera que se ha verificado la posición horizontal del telescopio antes de efectuarlas. Es inmediato ver que las ecuaciones 1. 47 y 1. 53 serían entonces modificadas de la siguiente manera: $D^{\delta v} = D + \delta W^{\delta v}/ 2$, y $(\theta_o /\cos / - \delta D_{MT})^{\delta v} = (\theta_o /\cos / - \delta D_{MT}) + \delta W^{\delta v}/ 2$, mientras que las restantes entre 1. 47 y 1. 54 quedarían intactas. En consecuencia, el error quedaría reflejado solamente en los dos observables citados (para más detalles, ver *Curto* y *Sanclement*, 2001).

1.2.3.4. Efectos aleatorios

Si bien los errores de colimación, los de offset de campo nulo y los tratados en las secciones 1.2.3.1 y 1.2.3.2 se pueden considerar plenamente sistemáticos, existen una serie de errores que se dan en mayor o menor grado en las medidas individuales pero que, al ser tratados estadísticamente ante una serie larga (idealmente infinita) de medidas, quedan completamente anulados (su media es cero). Son los denominados errores estadísticos o aleatorios y surgen a partir de variaciones impredecibles o estocásticas de ciertas cantidades de influencia (ver *ISO*, 1993). Los efectos de tales variaciones son conocidos como efectos aleatorios. Así pues, para un observatorio "normal", con valores de línea de base repartidos equitativamente a lo largo del año y una buena frecuencia de observaciones absolutas, el peso de los efectos aleatorios es prácticamente nulo, puesto que se cuenta con una larga serie de medidas. En el caso de la Isla Livingston, sin embargo, donde el número de medidas es muy limitado a causa de los 2 o 3 meses al año en los que el observatorio se encuentra habilitado, este tipo de efectos

tiene un peso estadístico superior, existiendo el peligro de verse reflejados en los resultados finales. Aunque no sea el tema de este documento, este hecho es especialmente relevante en las medidas seculares llevadas a término en estaciones de repetición, puesto que a menudo son ocupadas una sola vez al año. Podemos distinguir varios orígenes para este tipo de efectos:

- Variación natural del vector campo magnético en el decurso de una medida. Es bien sabido que otro de los puntos débiles del DIflux es la no simultaneidad de las cuatro lecturas necesarias para determinar *D* o *I*. Así pues, las ecuaciones 1. 36 a 1. 43 (o cualquiera de las equivalentes) deberían escribirse en realidad de la siguiente manera:

$$E\uparrow = 90^{\circ} + D_{t1} + \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM - Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I - \frac{\theta_o}{\cos I} \qquad \textbf{1. 55}$$

$$W\uparrow = 90^{\circ} + D_{t2} + \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM - Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I + \frac{\theta_o}{\cos I} \pm 180^{\circ} \quad {}^{4} \qquad \textbf{1. 56}$$

$$E\downarrow = 90^{\circ} + D_{t3} - \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM + Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I - \frac{\theta_o}{\cos I} \pm 180^{\circ} \quad {}^{4} \qquad \textbf{1. 57}$$

$$W\downarrow = 90^{\circ} + D_{t4} - \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM + Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I + \frac{\theta_o}{\cos I} \qquad \textbf{1. 58}$$

$$N\downarrow = 180^{\circ} - I_{t5} + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o \qquad \textbf{1. 59}$$

$$S\uparrow = -I_{t6} - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o \qquad \textbf{1. 60}$$

$$N\uparrow = 180^{\circ} + I_{t7} + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o \qquad \textbf{1. 61}$$

$$S\downarrow = 360^{\circ} + I_{t8} - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o\,, \qquad \textbf{1. 62}$$

(las correspondientes al hemisferio norte son triviales) donde D_{t1} es por ejemplo el valor de la Declinación magnética tomada en *t1*, momento en que se lleva a cabo la lectura $E\uparrow$, o I_{t6} el valor de la Inclinación en el momento en que se realiza la observación $N\uparrow$, etc. Si consideramos *D*(t) e *I*(t) funciones continuas del tiempo, el teorema del valor medio nos asegura que las cantidades establecidas para la Declinación y la Inclinación:

$$D = \frac{E\uparrow + W\uparrow + E\downarrow + W\downarrow}{4} + \Delta AM - 90^{\circ} \mp 90^{\circ} + n360^{\circ} \quad {}^{4}$$

$$I = \frac{-N\downarrow -S\uparrow +N\uparrow +S\downarrow}{4} \pm 90^{o} \quad 5$$

son efectivamente el valor de la Declinación e Inclinación magnéticas para algún punto en el intervalo de tiempo [*t1*, *t4*] (si nos referimos a *D*) o [*t5*, *t8*] (si nos referimos a *I*). El quid de la cuestión radica en saber en cuál de estos puntos deben situarse estos valores, para ser sustraídos posteriormente de las cantidades dadas por el variómetro en el proceso de reducción de la medida. Tradicionalmente, en el software utilizado en LIV para la reducción de datos, el valor encontrado para *D* (o *I*) con el DIflux se comparaba (de hecho, se sustraía) con la media de los cinco valores de *D* (o *I*) del magnetómetro vector alrededor del minuto medio de las cuatro observaciones con el DIflux. Obviamente, si el tiempo que pasa entre la primera y la última medida de *D* (o *I*) con el DIflux es excesivamente grande, el valor de la Declinación (Inclinación) puede haber variado substancialmente por causas naturales, y los valores comparados (los obtenidos a través del DIflux y del magnetómetro vector) pueden discrepar considerablemente. En relación a este hecho, una medida de *D* o *I* es, pues, más o menos correcta en función de la variación que haya sufrido el vector campo magnético por causas naturales (como la variación diurna, pero sobre todo por multitud de fenómenos de variación rápida como las tormentas magnéticas, bahías, SI's, etc.) durante el intervalo que han durado las diferentes observaciones. Los errores así cometidos son de origen aleatorio, puesto que el sentido en que el campo externo altera las medidas, a estos efectos, se puede considerar también de esta naturaleza.

- El error humano. Aun cuando se están consiguiendo avances técnicos importantes en relación al DIflux automático (*Van Loo* y *Rasson*, 2006), en una discusión detallada sobre los errores que afectan a las medidas tradicionales se hace necesario hacer mención de un efecto que inevitablemente tiene lugar, por el mero hecho de que este instrumento debe ser manipulado por un observador. El objetivo es poner de manifiesto, por ejemplo, la causa de la reducción observada en la dispersión de las medidas alrededor de una eventual media a medida que un observador adquiere experiencia. Pero este error no solamente afecta a observadores noveles; en efecto, pueden tener su origen en un descuido fruto de una baja concentración, ya sea a la hora de buscar los ceros del sensor (olvidarse, por ejemplo, de situar el telescopio en la lectura vertical 90°00'00" o 270°00'00" antes de efectuar cada una de las cuatro lecturas de *D*), un error en la lectura de los minutos y segundos de los ángulos, un error al realizar las operaciones aritméticas que conducen al valor del meridiano magnético para abordar las

medidas de *I*, etc. En cierto modo se podrían incluir aquí algunos de los efectos mencionados en el apartado 1.2.3.3, como por ejemplo el arrastre del plato o la manipulación del sensor, si se considera que son producidos por un observador de manera no sistemática y que afectan las medidas indistintamente en cualquiera de ambos sentidos.

En relación al punto anterior, otro hecho que puede inducir a cometer este tipo de error humano (sobre todo en observadores noveles) es la necesidad de realizar las medidas de *D* e *I* con la mayor brevedad posible, y por lo tanto con excesiva prisa a fin de que el campo natural no varíe excesivamente durante su determinación. El nuevo método que se expondrá en la sección 1.4 no comporta límite teórico de tiempo entre lecturas sucesivas.

- La incertidumbre asociada a la precisión del instrumento puede considerarse también como un efecto aleatorio. Así, la consola electrónica donde se lee el flujo de campo magnético que pasa por el sensor Fluxgate tiene una precisión limitada. Del mismo modo, en ningún momento hemos entrado a discutir la manera como se efectúan las lecturas de los ángulos horizontales y verticales. Para hacerlo, hace falta centrar la marca del nonio en medio de otras dos marcas fijas respeto al círculo graduado. La medida depende completamente de la precisión de este centrado, limitada por el propio método de lectura.

1.2.3.5. Mala nivelación del teodolito

Para terminar este apartado referente a los errores que conciernen al DIflux cabe hacer mención de las consecuencias que una nivelación horizontal incompleta tiene sobre las medidas. Es importante notar que, aun refiriéndonos a una nivelación incompleta, supondremos que en todo momento estamos dentro del rango pendular del círculo vertical (es decir, el eje vertical se encuentra dentro de un cono de semiángulo 4' alrededor del vector **g**, aceleración de la gravedad). Las consecuencias son impredecibles cuando salimos de este rango. Toda la formulación dada hasta el momento se ha obtenido considerando una nivelación ideal; hace falta, pues, reformular el problema.

La expresión de la matriz de rotación **R** que aparecía en la sección 1.2.1 es muy embarazosa para el caso general; para simplificar las cosas tomaremos términos de primer orden en los errores y despreciaremos términos de orden superior. Su expresión queda entonces más manejable:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} senv\cos h & -senh & \cos v\cos h \\ senvsenh & \cos h & \cos vsenh \\ -\cos v & 0 & senv \end{pmatrix} + \varepsilon \frac{\pi\cos(h-\phi)}{180^{\circ}} \begin{pmatrix} -\cos vsenh & 0 & senvsenh \\ \cos v\cos h & 0 & -senv\cos h \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},$$

que en esencia se trata de la expresión antigua (primer término de la izquierda) con un término adicional (a la derecha). ε es el ángulo de desnivel, es decir, el ángulo que forman la dirección del cenit con la del eje vertical del teodolito (ver Fig. 1.11).

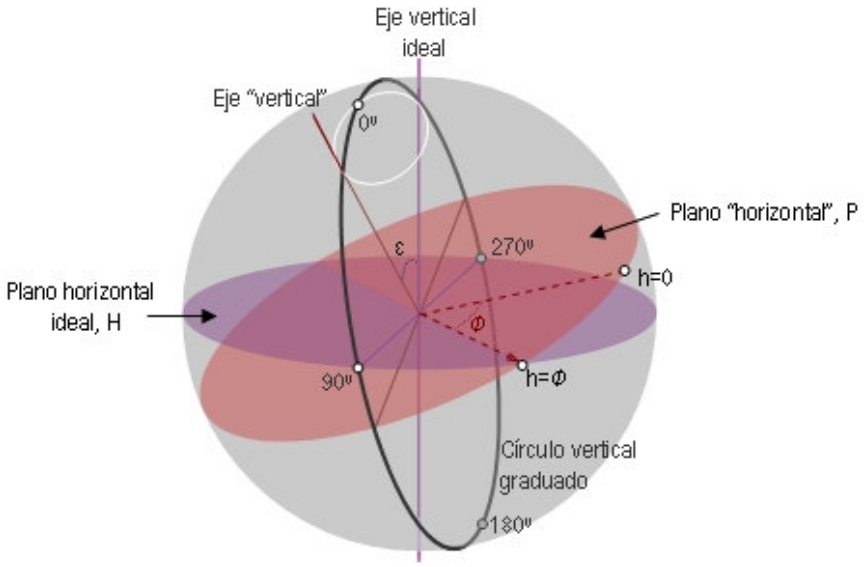


Fig. 1.11: Se muestran los parámetros ε i Φ necesarios para referir una nivelación incompleta (realista) del teodolito.

Lógicamente, cuando ε = 0 obtenemos el caso ideal tratado hasta el momento. Φ es la lectura horizontal donde se cortan el plano horizontal ideal con el del teodolito. Dicho de otra manera, una rotación de ángulo ε definida por un vector a lo largo de la dirección y sentido de Φ generan el plano P a partir del plano H.

Con respecto al posicionamiento de una mira, y teniendo en cuenta los errores de colimación de la retícula, al aplicar el vector $\hat{\mathbf{c}}_{\mathbf{R}}$ = (cos Dip_{ret} cos Az_{ret}, cos Dip_{ret} sen Az_{ret}, sen Dip_{ret}) a la nueva matriz **R** se obtiene, al igual que en la sección 1.2.1.1, el vector $\hat{\mathbf{m}}$ = (sen V cos H, sen V sen H, -cos V), es decir, $\mathbf{R}\hat{\mathbf{c}}_{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{m}}$. Si se lleva a cabo este producto, se demuestra que las expresiones para V, Az_{ret} y Dip_{ret} se reducen a las que aparecen en la sección 1.2.1.1 cuando se hacen las aproximaciones

correspondientes a rechazar términos de segundo orden y superior. En cambio, las cosas difieren ligeramente para *H*:

$$H = \frac{h_{\uparrow} + h_{\downarrow}}{2} + \varepsilon \frac{\cos(h_{\uparrow} - \varphi)}{\tan v_{\uparrow}} \mp 90^{\circ} \,. \quad {}^{3}$$

En el fondo se trata de la misma expresión 1. 14 pero con el término adicional proporcional a ε.

Así pues, por lo que respecta a la evaluación de una marca o mira, el hecho de que el telescopio no esté en posición estrictamente horizontal no tendría ninguna importancia en primera aproximación si no fuera por el valor de *H*, donde el término proporcional a ε es de primer orden; por lo tanto se podría cometer un error importante al omitirlo. Este error afecta también de manera indirecta a las medidas de *D*, puesto que se encuentra implícito en el término ΔAM de la ecuación 1. 28. Vale la pena notar, sin embargo, que cuando la mira se encuentra aproximadamente al horizonte, el término cos $v_{\uparrow}$ (dentro de la tan $v_{\uparrow}$) toma un valor muy reducido, con lo cual pierde peso el término en ε, y la expresión de *H* se reduce en la tradicional. Se recomienda, por lo tanto, situar la mira o marca en esta posición.

Con respecto al sensor Fluxgate, si se tienen en cuenta tanto los errores de colimación como los de offset de campo nulo, las expresiones a aplicar son de nuevo las mismas que las de la sección 1.2.1.2, teniendo en cuenta únicamente el cambio en R. Se demuestra que las expresiones obtenidas para *D*, *I*, Az_{FI}, Dip_{FI} y θ_o son idénticas en primer orden, es decir, que la nivelación exacta del teodolito no es crucial para obtener los resultados correctos que conciernen a la dirección del vector campo magnético, siempre y cuando no se supere el margen antes mencionado dentro del cual el teodolito trabaja en régimen pendular.

Como comentario general a la sección 1.2.3, algunos de los errores mencionados, especialmente los derivados de una operación sistemática insatisfactoria, dan lugar a fenómenos curiosos, tales como el trazo inconfundible del observador que ha realizado las medidas, una vez éstas han sido procesadas. Indiscutiblemente, un instrumento absoluto ideal debería ser transparente a este tipo de incidencias.

1.3. RESULTADOS EXPERIMENTALES. INCERTIDUMBRES

En esta sección se exponen algunos de los resultados experimentales propuestos como ejercicios en los apartados anteriores, aplicándolos al DIflux del observatorio geomagnético de Isla Livingston, y se cuantifican los diferentes tipos de errores aleatorios y sistemáticos comentados, siempre y cuando esto haya sido posible.

1.3.1. Incertidumbre asociada a efectos aleatorios

Respecto a los efectos aleatorios del apartado 1.2.3.4:

- En la sección 1.4 se expondrá un método que empezó a aplicarse durante la campaña antártica 2004-2005 para anular los errores que tienen su origen en la variación natural del vector campo magnético en el decurso de una medida. Comparando los resultados de la mencionada campaña con los de campañas anteriores se puede llegar a deducir un valor aproximado de la magnitud del error que se cometía aplicando el método antiguo. En la Fig. 1.12 se presentan dos gráficas: una correspondiente a la campaña 2003-2004 y la otra correspondiente a la campaña 2004-2005. En ellas se representa la evolución de la diferencia entre los valores de *D* del DIflux y del variómetro (absoluta – variómetro) en función del tiempo; a los puntos correspondientes a las medidas individuales se ajusta una curva "suave" que constituye la línea de base; supondremos que la dispersión de las medidas alrededor de la línea de base se debe a efectos puramente aleatorios. En concreto, tomaremos la desviación típica de los puntos alrededor de esta línea como la estimación de la superposición de todas las incertidumbres que están actuando sobre una medida.

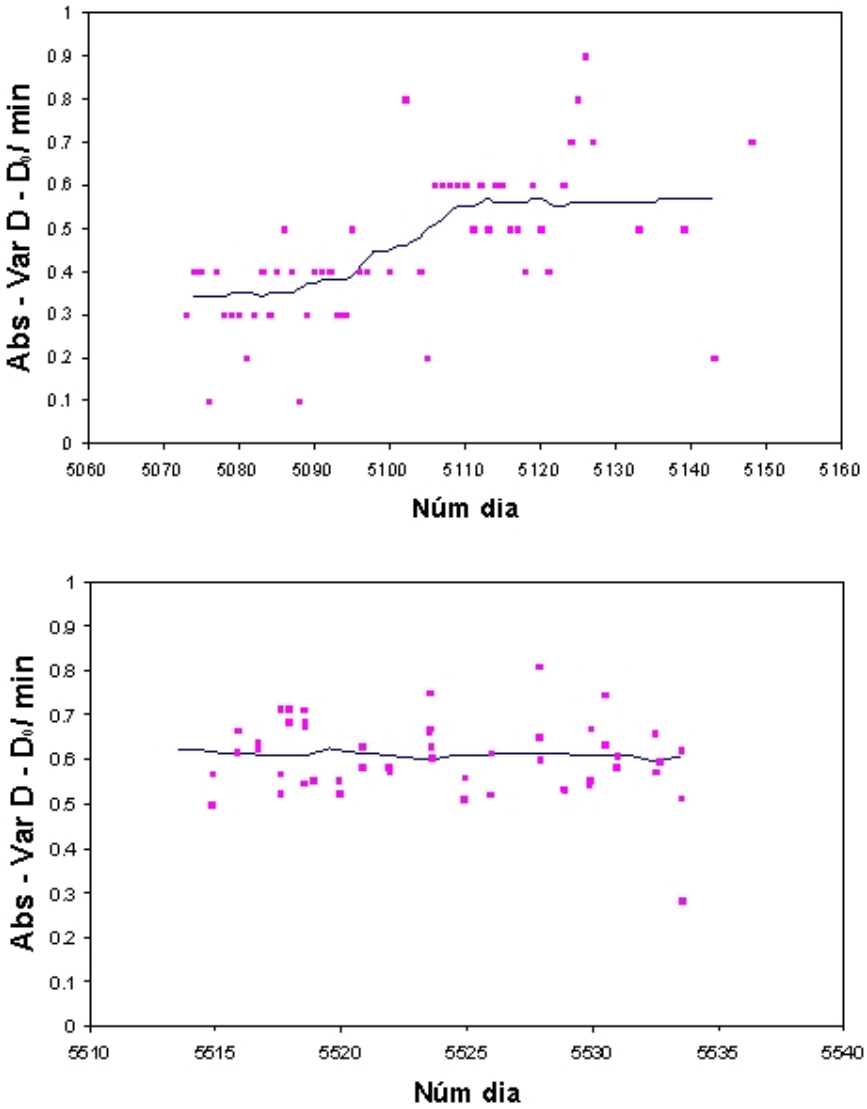


Fig. 1.12: Gráficas correspondientes a las campañas 2003-2004 (superior) y 2004-2005 (inferior). Se observa una mayor dispersión de los puntos alrededor de la línea de base (línea azul continua) durante la campaña 2003-04.

Así, la desviación estándar para la campaña 2003-2004 era de 8" para el elemento *D*, mientras que la correspondiente a la campaña 2004-2005 se ha reducido a 5". Si suponemos que los errores estadísticos que afectan al DIflux son independientes, éstos deben sumarse en cuadratura (ver, p. ej., *ISO*, 1993, o *Taylor*, 1982). Denominando er_{vn} a la incertidumbre asociada a la variación natural del campo magnético se tiene que:

$$8'' = \sqrt{er_{vn}^2 + \sum_i er_i^2}\ ; \qquad 5'' = \sqrt{\sum_i er_i^2}\ ,$$

donde el sumatorio comprende todas las restantes fuentes de incertidumbre, muchas de las cuales se discutirán más tarde en esta misma sección. De ambas ecuaciones se deduce que:

$$er_{vn} = \sqrt{8^2 - 5^2} \cong 6''.$$

Si se tienen en cuenta otras campañas se encuentran incertidumbres de entre 4" y 6" para er_{vn}. Este valor da idea, pues, de la mejora (con respecto a este aspecto concreto) entre el método antiguo que se llevaba a cabo para la reducción de datos, y el nuevo que se expondrá más adelante.

- El error humano es imposible de cuantificar *a priori*, puesto que depende de varios factores, como la experiencia, o la capacidad de concentración del propio observador. Como ejemplo, en las gráficas de la Fig. 1.13 se muestran las dispersiones correspondientes a las medidas realizadas por un observador experimentado respecto de las realizadas por un observador novel.

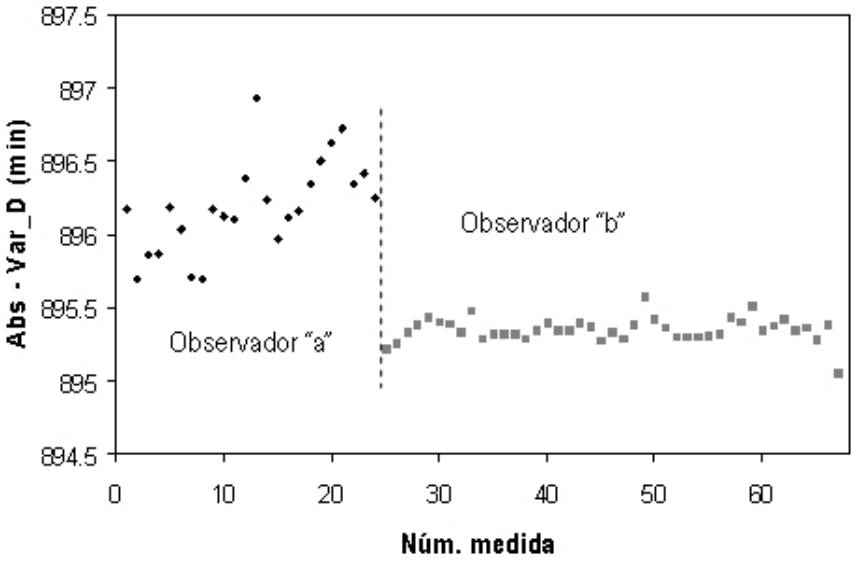


Fig. 1.13: Gráfica donde se muestra la evolución de las diferencias entre el DIflux y el variómetro para el elemento *D*. La interpolación de estos puntos dará lugar a la línea de base, que se mantiene teóricamente constante en una escala temporal del orden de días. Sin embargo, se observa el salto entre las medidas tomadas por el observador "a" (en negro) y "b" (en gris). Las primeras están claramente por encima, y muestran más dispersión que las segundas. La mayor dispersión se puede atribuir a una menor experiencia, mientras que la diferencia de las medias probablemente se debe a algún efecto sistemático en el procedimiento por parte de alguno de los dos observadores.

- Pero el punto más interesante desde un punto de vista teórico con respecto a las incertidumbres es el que se desprende del análisis de la precisión del instrumento en el proceso de medida desarrollado. Para cuantificar los errores estadísticos de los parámetros *D* e *I* medidos con el DIflux es preciso repasar, uno por uno, los pasos que se llevan a cabo en una medida completa:

  - en primer lugar efectuamos la lectura horizontal de la mira o jalón de referencia. En este proceso se distinguen dos limitaciones: el ángulo mínimo que puede resolver el telescopio depende de sus aumentos. Si el ojo humano en condiciones "normales" tiene una resolución del orden de los 1.5 minutos de arco (= 90"), y el aumento del telescopio es *X* = 30, entonces el ángulo mínimo que se puede llegar a determinar con el telescopio es del orden de los 90"/ 30 = 3". En segundo lugar, para realizar la lectura debe centrarse la marca o línea correspondiente a los grados de la escala graduada en medio de dos marcas, fijas respeto al telescopio. Esta incertidumbre *Y* se ha estimado alrededor de los 2 segundos de arco para el modelo THEO 015B a partir de una evaluación de tipo A (ver *ISO*, 1993). Recordemos que el proceso entero se repite dos veces: durante la medida directa e indirecta de la mira. Tal y como se ha mencionado más arriba, debe considerarse que se trata de fuentes de incertidumbre independientes, con lo que sus contribuciones se sumarán en cuadratura:

$$\delta h_{d,i} = \sqrt{\left(\frac{90}{X}\right)^2 + Y^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} \cong 3.6''$$

$$\delta H_M = \sqrt{\left(\frac{\partial H_M}{\partial h_d}\delta h_d\right)^2 + \left(\frac{\partial H_M}{\partial h_i}\delta h_i\right)^2} = \frac{\sqrt{\left(\frac{90}{X}\right)^2 + Y^2}}{\sqrt{2}} = \frac{\delta h_{d,i}}{\sqrt{2}} \cong 2.5'',$$

  donde H_M es la aproximación 1. 14 referida en la mira. Este resultado está plenamente de acuerdo con el que aparece en las especificaciones del instrumento (ver sección 1.1).

  - Acto seguido se aborda la lectura *E*↑: se rota el teodolito alrededor de su eje vertical aproximadamente hasta el Este magnético, se coloca el eje óptico del telescopio en la lectura vertical 90°00'00", a continuación se busca el cero en la consola electrónica por

rotación alrededor del eje vertical y finalmente se realiza la lectura. En este proceso completo distinguiremos tres fuentes de incertidumbre:

a) para buscar la lectura vertical 90°00'00" hace falta situar de nuevo la marca correspondiente a la mencionada lectura en medio de las dos marcas fijas del telescopio, con lo cual esperaremos que la incertidumbre en el ángulo vertical sea nuevamente Y_v = 2". Una desviación típica de 2" en la posición horizontal del telescopio conduce a un error de $\delta E\uparrow_{Yv} = Y_v\,|\tan Y| \approx 2''\,|\tan -55.7°| \approx 3''$ en la determinación del plano perpendicular al campo en LIV. Esto se deduce de manera inmediata a partir de la ecuación 1. 16, haciendo v = 90°00'00" + Y_v en vez de v = 90°00'00" (resultado que condujo a la ecuación 1. 18), y aplicando posteriormente la aproximación correspondiente a ángulos de colimación pequeños.

b) La electrónica del Fluxgate tiene una resolución limitada, en nuestro caso a 1 nT; el error así cometido al buscar el cero de la electrónica obedece a una distribución de tipo rectangular; con una incertidumbre asociada δT = (1 nT)/ √12 = 0.3 nT (ver *ISO*, 1993) alrededor de dicho cero. Si denominamos θ al ángulo horizontal correspondiente a la lectura δT, es inmediato ver que sen $\theta = \delta T/ H \approx$ 0.3 nT/ H, donde ahora H es la componente horizontal del vector campo magnético expresada en nanoTeslas ($H = F$ cos I). También se puede llegar a este resultado a través de la ecuación 1. 16, haciendo v = 90°00'00" y T = 0.3 nT en vez de T = 0. Si el valor de H para el observatorio de Isla Livingston está alrededor de 20200 nT, $\delta E\uparrow_\theta = \theta \approx 3''$.

c) Por último, la realización de la lectura comporta de nuevo un error intrínseco $\delta E\uparrow_Y$ = 2".

la propagación de los tres errores se obtiene sumándolos en cuadratura:

$$\delta E\uparrow = \sqrt{(\delta E\uparrow_{Yv})^2 + (\delta E\uparrow_\theta)^2 + (\delta E\uparrow_Y)^2} = \sqrt{(Y_v \tan I)^2 + (\delta T / \mathcal{H})^2 + Y^2} = 5''$$

- A continuación se aborda la lectura $W\uparrow$: se rota el teodolito alrededor de su eje vertical aproximadamente hasta el Oeste magnético, se coloca el eje óptico del telescopio en la lectura vertical 90°00'00", a continuación se busca el cero en la consola electrónica y finalmente se realiza la lectura. Es fácil darse cuenta de que el proceso es en el fondo el

mismo que en el punto anterior, por lo que los errores tienen el mismo valor, es decir, $\delta W\uparrow$ = 5". De hecho, las cuatro lecturas correspondientes a la Declinación magnética tienen la misma forma, y por lo tanto las mismas fuentes de incertidumbre; a las cuatro les asignaremos un valor de 5".

Estamos ya en condiciones de calcular la incertidumbre asociada a una lectura de *D*. De la expresión 1. 28 se desprende que:

$$\delta D = \sqrt{\left(\frac{\partial D}{\partial E\uparrow}\delta E\uparrow\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial W\uparrow}\delta W\uparrow\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial E\downarrow}\delta E\downarrow\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial W\downarrow}\delta W\downarrow\right)^2 + \left(\frac{\partial D}{\partial \Delta AM}\delta\Delta AM\right)^2} =$$

$$= \sqrt{4\left(\frac{\delta E\uparrow}{4}\right)^2 + \delta H_M^2} = 3.5'',$$

puesto que $\frac{\partial D}{\partial E\uparrow} = \frac{\partial D}{\partial W\uparrow} = \frac{\partial D}{\partial E\downarrow} = \frac{\partial D}{\partial W\downarrow} = 1/4$, $\frac{\partial D}{\partial \Delta AM} = 1$, y $\delta\Delta AM = \delta AM_{teo} = \delta H_M$ = 2.5" (ver ecuación 1. 17). Continuemos con el análisis del proceso de medida, ahora con el fin de calcular *I*:

- Colocamos el telescopio en el plano meridiano magnético, calculado a partir del valor de *D* o, más exactamente, del valor de h_i tal y como se explica en la sección 1.2.1.2 b), y abordamos la lectura $N\downarrow$: rotamos el telescopio alrededor de su eje horizontal hasta lograr un cero en la consola con el sensor debajo del telescopio, y a continuación hacemos la lectura del círculo vertical graduado. En este proceso se distinguen dos fuentes de incertidumbre:

  a) la resolución de la electrónica del Fluxgate continúa siendo 1 nT. Consideraremos de nuevo un error típico de δT = 0.3 nT alrededor del 0 dado por la electrónica. Si denominamos θ al ángulo vertical correspondiente a la lectura δT, es inmediato ver que ahora sen $\theta = \delta T/ F$ = (0.3 nT)/ *F*, donde *F* es la intensidad total del vector campo magnético expresado en nanoTesles. También se puede llegar a este resultado a partir de la ecuación 1. 16, haciendo $h = h_i$ (ver sección 1.2.1.2 a) y *T* = 0.3 nT en vez de *T* = 0 nT. Si el valor de *F* para el observatorio de Isla Livingston está alrededor de 35600 nT, $\delta N\downarrow_\theta = \theta \approx 1.7''$.

b) La realización de la lectura del círculo vertical es idéntica a la del círculo horizontal, por lo que se esperará una incertidumbre de la misma magnitud, $\delta N\downarrow_Y$ = 2".

La incertidumbre típica se obtiene a partir de una suma en cuadratura:

$$\delta N\downarrow = \sqrt{\left(\delta N\downarrow_\theta\right)^2 + \left(\delta N\downarrow_Y\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\delta T}{F}\right)^2 + Y^2} = 2.6''$$

- A continuación se aborda la lectura $S\uparrow$: se rota el telescopio alrededor de su eje horizontal hasta lograr una salida nula en la consola y se realiza la lectura. Es fácil darse cuenta de que el proceso es en el fondo idéntico que en el punto anterior, por lo que asignaremos el mismo valor a sus incertidumbres, es decir, $\delta S\uparrow$ = 2.6".

- El próximo paso es rotar el teodolito 180° alrededor de su eje vertical para colocarlo de nuevo en el plano meridiano magnético. A continuación se abordan las lecturas $N\uparrow$ y $S\downarrow$, a las que asignaremos también una incertidumbre de 2.6", puesto que el proceso es el mismo, en el fondo, que en las fases anteriores.

Disponemos de las herramientas para calcular la incertidumbre que afecta a las medidas de *I*. La expresión 1. 45 conduce a:

$$\delta I = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial N\downarrow}\delta N\downarrow\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial S\uparrow}\delta S\uparrow\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial N\uparrow}\delta N\uparrow\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial S\downarrow}\delta S\downarrow\right)^2} = \sqrt{4\left(\frac{\delta N\downarrow}{4}\right)^2} = 1.3''$$

Debe hacerse aún un último inciso en este apartado. No se ha considerado ningún error en la búsqueda del meridiano magnético, pero éste se encuentra a partir de las medidas de *D*, y en consecuencia cabría la posibilidad de que los valores de h_i mencionados anteriormente no correspondieran exactamente a los puntos donde el meridiano corta el plano horizontal. Haciendo $h = h_i + \delta$ en la ecuación 1. 16 se demuestra fácilmente que un error de este tipo sería de segundo orden, y por lo tanto se justifica que no aparezca en las aproximaciones de primer orden de más arriba para las incertidumbres.

Una vez en disposición de una estimación teórica de las incertidumbres que afectan a las medidas individuales vale la pena compararla con los resultados experimentales para sacar las conclusiones pertinentes. Hemos comentado al principio de esta sección que una estimación de la incertidumbre de las medidas que conciernen a *D* e *I* podemos obtenerla mediante la dispersión de las diferencias DIflux - variómetro respeto a la línea de base. Hemos obtenido un valor de 5" de arco para *D* para la campaña 2004-2005 (Fig. 1.12). Si hacemos lo mismo para el elemento *I* obtenemos un valor alrededor de los 3.2". Se observa que ambos son ligeramente superiores a la incertidumbre de origen instrumental (3.5" para *D*, 1.3" para *I*), puesto que ésta no es la única que actúa. Se propone ahora escribir la desviación típica observada para cada elemento magnético como suma en cuadratura de las tres fuentes de incertidumbre citadas en este documento:

$$5'' = \sqrt{erD_{vn}^2 + erD_h^2 + erD_{in}^2} = \sqrt{0^2 + erD_h^2 + 3.5^2}$$

$$3.2'' = \sqrt{erI_{vn}^2 + erI_h^2 + erI_{in}^2} = \sqrt{0^2 + erI_h^2 + 1.3^2},$$

donde se ha supuesto que la incertidumbre asociada a una variación natural del campo magnético durante la medida, erD_{vn} y erI_{vn}, son insignificantes utilizando el método que se expondrá en la sección 1.4, erD_h y erI_h hacen referencia al error humano, y erD_{in} = 3.5" y erI_{in} = 1.3" son las incertidumbres de tipo instrumental. De estos números se pueden sacar una serie de conclusiones: si los únicos errores estadísticos existentes son realmente los expuestos, de las dos ecuaciones anteriores se puede deducir la magnitud del error humano (exclusivo para el observador que ha llevado a cabo las medidas). Si se despeja, se encuentra un valor de 3.6" para erD_h y 2.9" para erI_h, ambos del mismo orden (como sería de esperar, de otro lado). Este error humano también podría incluir otras fuentes de error que no se han tratado como propiamente aleatorias en este documento, como son algunas de las citadas en la sección 1.2.3.3.

No deben tomarse los números que aparecen en este apartado en un sentido estricto, sino más bien como estimaciones del orden de magnitud de las incertidumbres que afectan a las lecturas con el DIflux. Como se ha comentado, algunas de ellas estarán sujetas a la experiencia del propio observador, e incluso al instrumento concreto que se utiliza. Así, a grandes rasgos podemos decir que una determinación individual de los dos ángulos *D* e *I*

con el DIflux (THEO 015B) por parte de un observador (no inexperto), siguiendo el método aquí expuesto, está sujeta a un error aleatorio típico inferior a los 10 segundos de arco.

1.3.2. Estimación de la magnitud asociada a efectos sistemáticos

Si bien algunas de las fuentes de errores estadísticos contempladas en la sección anterior son difíciles de cuantificar, los errores sistemáticos pasan inadvertidos si no se contrastan las medidas con las obtenidas a partir de algún otro tipo de fuente que nos deba dar unos resultados teóricamente idénticos. Así por ejemplo, un observador puede cometer algún error sistemático en su procedimiento de medición, y no darse cuenta de ello hasta que no compara sus medidas con las de otro observador, siendo idénticos el resto de factores externos que rodean la medida (instrumento, lugar, etc.). Ciertos defectos instrumentales quedarían reflejados en el momento de comparar las medidas tomadas por dos instrumentos distintos. Otros errores sistemáticos, como los de colimación o los de offset de campo nulo, se ponen de manifiesto en el procedimiento expuesto en este documento cuando se contrastan las lecturas de la Declinación apuntando en sentidos opuestos (E y W, p. ej.); de hecho, se puede pensar que son los únicos errores que se compensan sistemáticamente y de forma completa en el propio procedimiento de medida.

Aun así, existen una serie de observables que, partiendo de las medidas individuales con el DIflux, nos pueden ayudar a discernir si existe algún otro problema que afecta a las medidas, aparte de los que ya se han tenido en cuenta en el propio proceso (colimación y offset de campo nulo). Estos observables, o bien han sido expuestos en la sección 1.2, o bien son combinaciones lineales de ellos. Así por ejemplo, el observable MT se obtiene multiplicando la ecuación 1. 53 por cos I y restándole la ecuación 1. 54, y su valor se ha atribuido a una posible magnetización del telescopio del teodolito (ver sección 1.2.3.2); evidentemente, en una situación ideal MT vale cero para cada observación, y el hecho de que, con una serie significativa de medidas, su media se aparte de este valor ideal es síntoma de que existe algún tipo de error sistemático, el origen del cual puede residir, bien realmente en una magnetización residual del telescopio, bien en algún otro tipo de defecto del instrumento, o bien en algún proceso incorrecto llevado a cabo por el usuario.

Se propone hacer un seguimiento de la evolución de una serie de observables:

$$Az\,\mathrm{Re}\,t = -\left(\frac{h_{\uparrow} - h_{\downarrow}}{2} \pm 90^{\circ}\right) \quad {}^{3} \qquad \textbf{1.63}$$

$$Abs - Var_D \equiv D_{abs} - D_{\mathrm{var}} = \frac{E\uparrow + W\uparrow + E\downarrow + W\downarrow}{4} + \Delta AM - 90^{\circ} \mp 90^{\circ} - D_{\mathrm{var}} + n.360^{\circ} \quad {}^{4} \qquad \textbf{1.64}$$

$$Az_delD \equiv Az_{Fl} - \frac{\delta D_{Gr}}{2} = \frac{-E\uparrow - W\uparrow + E\downarrow + W\downarrow}{4} \qquad \textbf{1.65}$$

$$Dip_MC(D) \equiv Dip_{Fl} + \frac{\delta D_{MC}}{\tan I} = \frac{E\uparrow - W\uparrow - E\downarrow + W\downarrow \pm 360^{\circ}}{4\tan I} \quad {}^{4} \qquad \textbf{1.66}$$

$$Dip_MC(I) \equiv Dip_{Fl} + \frac{\delta I^{a}_{MC} - \delta I^{b}_{MC}}{2} = 180^{\circ} - \frac{N\downarrow + S\uparrow + N\uparrow + S\downarrow}{4} \qquad \textbf{1.67}$$

$$\begin{aligned} MC &\equiv Dip_MC(D) - Dip_MC(I) = \frac{\delta D_{MC}}{\tan I} - \frac{\delta I^{a}_{MC} - \delta I^{b}_{MC}}{2} = \\ &= \frac{E\uparrow - W\uparrow - E\downarrow + W\downarrow \pm 360^{\circ}}{4\tan I} + \frac{N\downarrow + S\uparrow + N\uparrow + S\downarrow}{4} - 180^{\circ} \end{aligned} \quad {}^{4} \qquad \textbf{1.68}$$

$$Abs - Var_I \equiv I_{abs} + \frac{\delta I^{a}_{MC} + \delta I^{b}_{MC}}{2} - I_{\mathrm{var}} = \frac{-N\downarrow - S\uparrow + N\uparrow + S\downarrow}{4} \pm 90^{\circ} - I_{\mathrm{var}} \quad {}^{5} \qquad \textbf{1.69}$$

$$delI_MT \equiv \frac{\delta I_{Gr}}{2} + \frac{\delta I^{a}_{MT} + \delta I^{b}_{MT}}{2} = \frac{N\downarrow - S\uparrow + N\uparrow - S\downarrow}{4} \qquad \textbf{1.70}$$

$$Off_MT(D) \equiv \theta_{o} - \delta D_{MT}\cos I = \frac{-E\uparrow + W\uparrow - E\downarrow + W\downarrow}{4}\cos I \qquad \textbf{1.71}$$

$$Off_MT(I) \equiv \theta_{o} \mp \frac{\delta I^{a}_{MT} - \delta I^{b}_{MT}}{2} = \mp\left(\frac{N\downarrow - S\uparrow - N\uparrow + S\downarrow}{4} - 90^{\circ}\right) \quad {}^{5.} \qquad \textbf{1.72}$$

$$\begin{aligned} MT &\equiv Off_MT(D) - Off_MT(I) = -\delta D_{MT}\cos I \pm \frac{\delta I^{a}_{MT} - \delta I^{b}_{MT}}{2} = \\ &= \frac{-E\uparrow + W\uparrow - E\downarrow + W\downarrow}{4}\cos I \pm \left(\frac{N\downarrow - S\uparrow - N\uparrow + S\downarrow}{4} - 90^{\circ}\right) \end{aligned} \quad {}^{5} \qquad \textbf{1.73}$$

asumiendo dos hipótesis:

- 1) se sigue siempre el mismo método de observación descrito al final de la sección 1.2.2, de forma que, si se produce un cambio de observador en un momento dado, puede variar la incertidumbre observada, pero no la media de cada uno de los observables establecidos. Cuando no se cumple esta hipótesis y se produce algún tipo de negligencia por parte del observador, este hecho se refleja en la media.

- 2) Por coherencia, se atribuyen los errores sistemáticos a las fuentes propuestas en la sección 1.2.3.1 y 1.2.3.2 de este documento, aun cuando las causas podrían ser diversas. Si este fuese el caso, cambiarían ligeramente algunas de las características que se comentarán a continuación en relación a los observables mencionados.

AzRet es equivalente a la expresión 1. 13 dividida por sen *v*↑ (valor que en la práctica es muy próximo a 1). Depende del error de colimación en acimut de la retícula del telescopio, y no se espera una variación repentina si la colimación no es corregida manualmente por el usuario. Obviamente, este observable también variará al cambiar de instrumento, puesto que cada instrumento tiene su error particular.

Abs-Var_D es la diferencia entre el valor de *D* obtenido con el DIflux y el obtenido con el variómetro para el mismo minuto, y podemos considerar que su dependencia temporal es nula, o como mínimo débil para una escala temporal del orden de varios días o inferior, mientras que su dependencia espacial puede ser considerable en función del tipo de terreno (especialmente en terrenos volcánicos con rocas magnetizadas); aparte, su valor es idealmente independiente del instrumento utilizado para realizar las medidas, aun cuando en realidad puede depender de él si posee algún defecto, como por ejemplo una magnetización que provoque un gradiente en *D* (sección 1.2.3.1). Exactamente lo mismo sucede con *Abs-Var_I* para la Inclinación, con el añadido de que ahora aparece un término debido a la posible magnetización del cuerpo del teodolito, con lo que cabría esperar, además, un valor diferente de este observable si se cambia el DIflux por otro con una magnetización diferente afectando a esta parte del instrumento (sección 1.2.3.2).

Az_delD depende del error de colimación en acimut del sensor Fluxgate y del gradiente de Declinación en la posición del sensor, de forma que no se espera una variación temporal brusca de este observable siempre y cuando no se corrija manualmente el error de colimación, o bien si se cambia el teodolito de ubicación, a una zona con distintos gradientes; lógicamente, se espera siempre un cambio en este observable cuando se sustituye el DIflux por otro, por el simple hecho de que el nuevo instrumento tendrá su error particular en acimut.

Dip_MC(D) y *Dip_MC(I)* dependen del error de colimación en Dip y de una función de la magnetización del cuerpo del teodolito, diferente en ambos observables; se espera una variación temporal cuando se corrige manualmente la colimación, o bien cuando se reemplaza el instrumento, pero no cuando se cambia su ubicación, puesto que se considera intrínseca y constante la magnetización de cada

instrumento; se propone representar ambos observables en la misma gráfica para poderlos comparar fácilmente. Algo similar sucede con el par *Off_MT(D)* y *Off_MT(I)*, donde ahora se espera una variación cuando se corrige manualmente el offset de campo nulo en la consola del DIflux (ver manual de instrucciones) en vez de la colimación.

dell_MT es función de los gradientes locales en *I* y de una posible magnetización del telescopio, de forma que se espera una variación en el caso de cambiar el teodolito de ubicación; en cambio, idealmente no se espera una variación temporal, ni siquiera cuando se sustituye el instrumento, a no ser que posea algún tipo de magnetización residual. Debe recordarse, sin embargo, que el hecho de que su valor se aparte de cero puede ser debido a un gradiente de origen completamente natural.

Por último, *MC* y *MT* dependen únicamente de las posibles magnetizaciones permanentes del instrumento y, como se ha comentado más arriba, su valor debe ser constante con el tiempo para un mismo instrumento, e idealmente cero.

Veamos a continuación un ejemplo de toda la información que se puede obtener del análisis de algunos de estos observables:

La gráfica de la Fig. 1.14 muestra la evolución del observable *MT*.

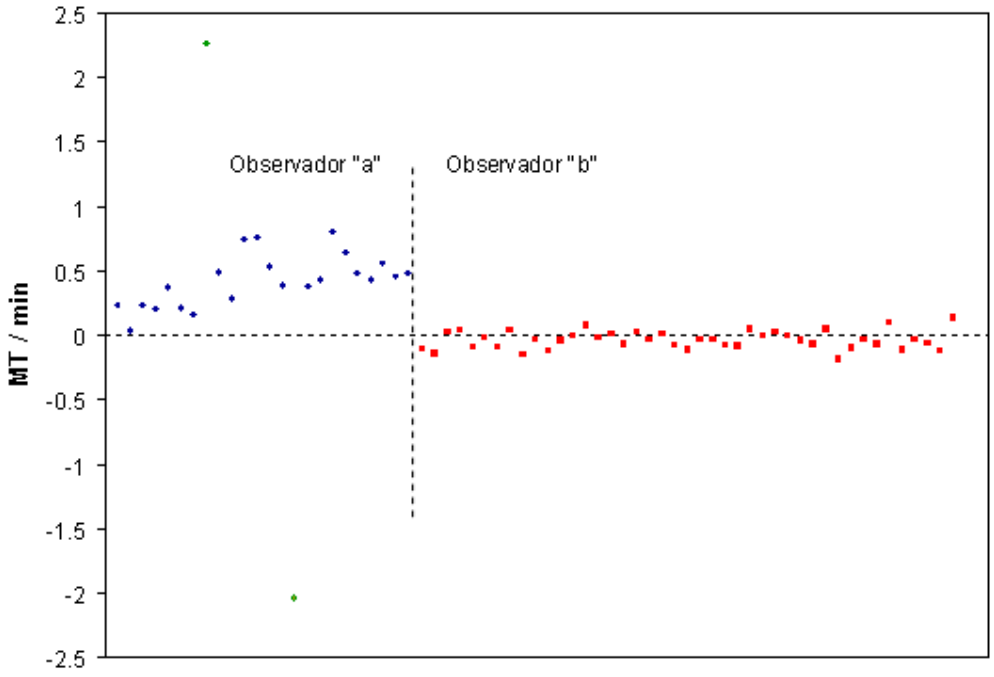


Fig. 1.14: Gráfica donde se muestra la evolución del observable *MT*. Ver texto.

Este observable debería valer cero de manera constante. Aun así, se observan una serie de rasgos que se apartan de la situación ideal:

- en primer lugar existe una dispersión de los datos alrededor de una supuesta “media”. Esta dispersión se debe a la incertidumbre comentada en la sección 1.3.1, puesto que en definitiva el observable en cuestión se obtiene a partir de combinaciones lineales de las cuatro lecturas de *D* y las cuatro de *I,* todas ellas inevitablemente afectadas de incertidumbre. El análisis de la serie nos muestra una dispersión típica, pero destacan un par de puntos (en verde) que se apartan claramente de la serie. Estos dos puntos tienen, lógicamente, una cierta probabilidad de ocurrencia dentro de una distribución gaussiana, pero ésta es realmente baja, lo que puede inducir a pensar que algún otro tipo de error adicional se está produciendo realmente; serían, pues, dos puntos candidatos a ser rechazados en la elaboración de las líneas de base.

- Una discontinuidad en la evolución de la media de este observable, desde un valor semejante a medio minuto de arco a un valor más próximo al cero ideal, unido a una disminución de la dispersión. Este hecho responde a un cambio de observador (puntos azules para el primero y rojos para el segundo), y todo apunta a la posibilidad de que el primero de ellos esté cometiendo un cierto error sistemático, puesto que no parece razonable que la magnetización del telescopio haya realmente disminuido de forma repentina. Podríamos investigar todavía más sobre el verdadero origen de este salto o discontinuidad; en la Fig. 1.15 se visualiza, en una misma gráfica, la evolución temporal del offset obtenido a partir de las medidas de *D* e *I*, *Off_MT(D)* y *Off_MT(I)*, en el mismo intervalo de tiempo que en la figura anterior.

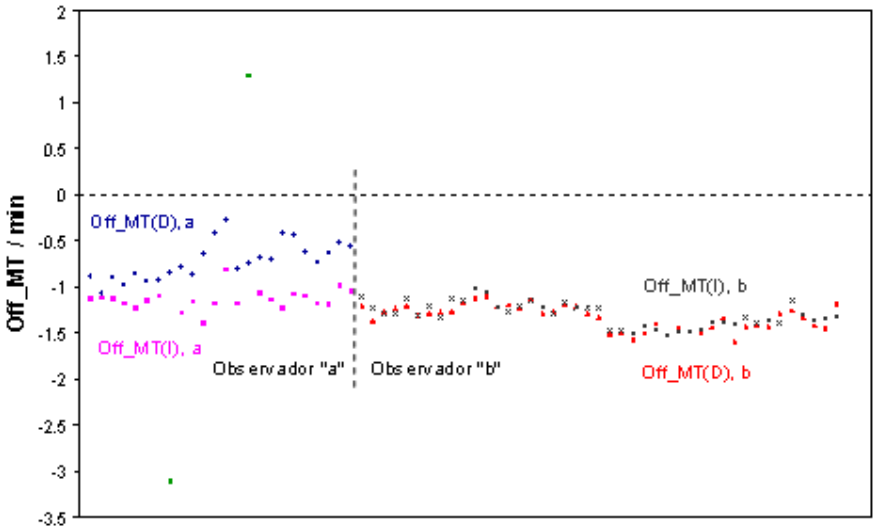


Fig. 1.15: Gráfica donde se muestra la evolución de los observables *Off_MT(D)* y *Off_MT(I)*. Los puntos azules corresponden a valores de *Off_MT(D)* deducidos a partir de observaciones realizadas por el observador "a"; los cuadrados rosa corresponden a *Off_MT(I)* a partir de mediciones realizadas por el mismo observador; los triángulos rojos corresponden a valores de *Off_MT(D)* deducidos a partir de mediciones realizadas por el observador "b", mientras que las aspas grises corresponden a valores de *Off_MT(I)* a partir de observaciones realizadas también por el observador b.

Los puntos azules, correspondientes a valores de *Off_MT(D)* a partir de mediciones del observador "a", deberían enlazar con los triángulos rojos correspondientes al observador "b", del mismo modo que los cuadrados rosa enlazan con las aspas grises, puesto que corresponden al mismo observable *Off_MT(I)*. El hecho que no enlacen es precisamente la causa de la discontinuidad que se observaba en la Fig. 1.14, pero esta representación gráfica nos permite ir algo más allá: las series obtenidas por el observador "b" se acercan más a la situación ideal, puesto que *Off_MT(D)* ≈ *Off_MT(I)* (si no se tiene en cuenta el inevitable error aleatorio); aparte, la serie *Off_MT(I)* del observador "a" parece correcta, puesto que enlaza suavemente con la del observador "b"; por lo tanto, parece lícito sentenciar que la serie *Off_MT(D)* del observador "a" contiene un error sistemático superior a medio minuto de arco (diferencia entre las eventuales medias de los puntos azules y rosa correspondientes al observador "a"), y su origen se encuentra en las lecturas de la Declinación. La gráfica de la Fig. 1.13 corresponde en realidad a los valores del observable *Abs-Var_D* para el mismo periodo, y también se observa una discontinuidad, esta vez algo superior (alrededor de 1 minuto de arco), entre las medidas de ambos observadores. En cambio, la discontinuidad no se observa prácticamente en los observables *Az_delD* y *Dip_MC(D)* (ver Fig. 1.16 y 1.17).

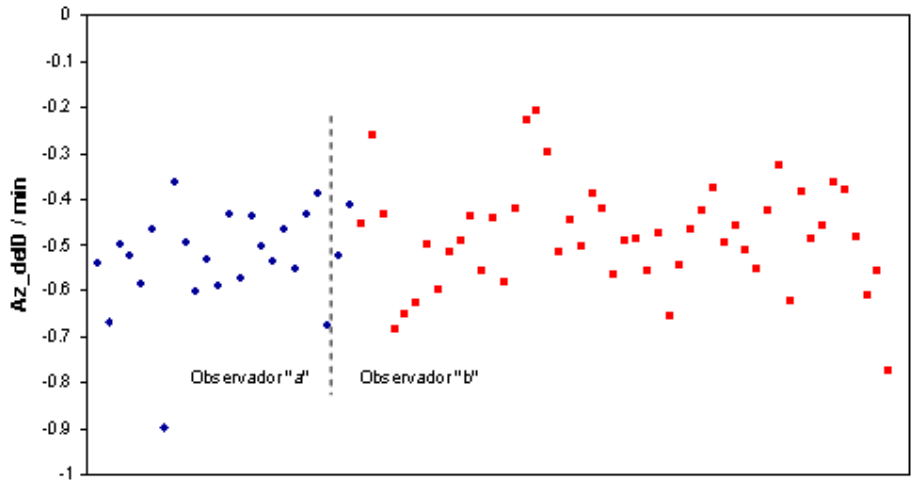


Fig. 1.16: Gráfica donde se muestra la evolución de observable *Az_delD*. Se observa un enlace suave entre los observadores a y b.

Como se ha demostrado en la sección 1.2.3.3, toda esta casuística se produce cuando el eje "vertical" del teodolito no se encuentra perfectamente en posición vertical y el observador no verifica la horizontalidad del telescopio en cada una de las cuatro lecturas de *D*; así pues, es muy probable que el error sistemático que se está observando en el observador "b" en las mencionadas gráficas tenga en realidad este origen.

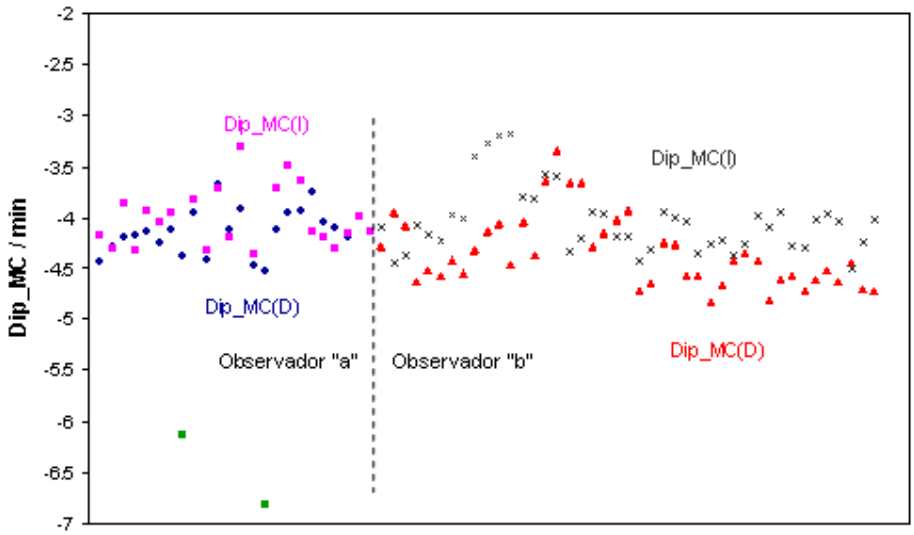


Fig. 1.17: Gráfica donde se muestra la evolución de los observables *Dip_MC(D)* y *Dip_MC(I)*, tanto para el observador "a" como para al "b". El enlace es también suave entre los dos observadores.

Otra prueba con el DIflux propuesta al final del apartado 1.2.3.1 constaba de dos ejercicios:

1- Un cambio de DIflux en el propio pilar fundamental se realizó durante la campaña 2004-2005, dando lugar a la gráfica de la Fig. 1.18a con respecto al observable *dell_MT*.

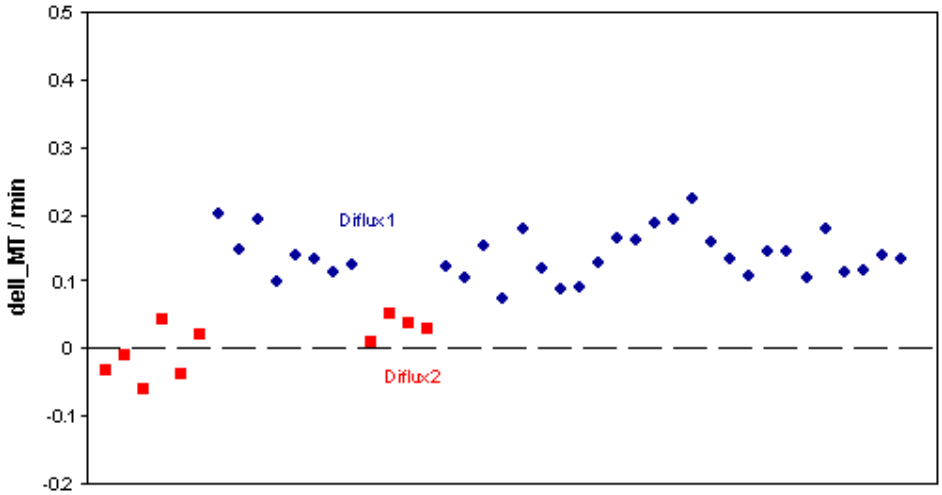


Fig. 1.18a: Evolución del observable *dell_MT* durante la campaña 2004-05 para dos DIflux diferentes manejados en idénticas condiciones (observador, lugar, etc.). El DIflux2 se acerca más al valor ideal cero.

En ella se observan, en azul, los puntos obtenidos a partir de observaciones con el DIflux1 que se ha venido utilizando tradicionalmente en LIV. En rojo, los puntos obtenidos a partir de otro DIflux (DIflux2) de reserva, del mismo modelo, están sensiblemente por debajo de los anteriores. Todo parece indicar, pues, el mejor comportamiento del segundo DIflux con respecto a este observable, y que la fuente de magnetización reside en el instrumento utilizado habitualmente. Si esta magnetización se manifestara completamente como un gradiente en *I*, éste tomaría un valor medio de unos 0.15 minutos de arco (ver Fig. 1.18a) en los 5 cm que separan la ubicación del sensor y el punto O donde se cruzan los ejes. Además, debería advertirse del peligro que el valor obtenido para *I* (y también posiblemente para *D*) podría estar contaminado por esta fuente de magnetización artificial próxima (ver sección 1.2.3.1), apartándose del valor natural ideal.

El mismo cambio de DIflux llevado a cabo durante la campaña 2005-06 muestra un patrón muy similar, que confirma el mejor comportamiento (*a priori*) del DIflux2 (Fig. 1.18b).

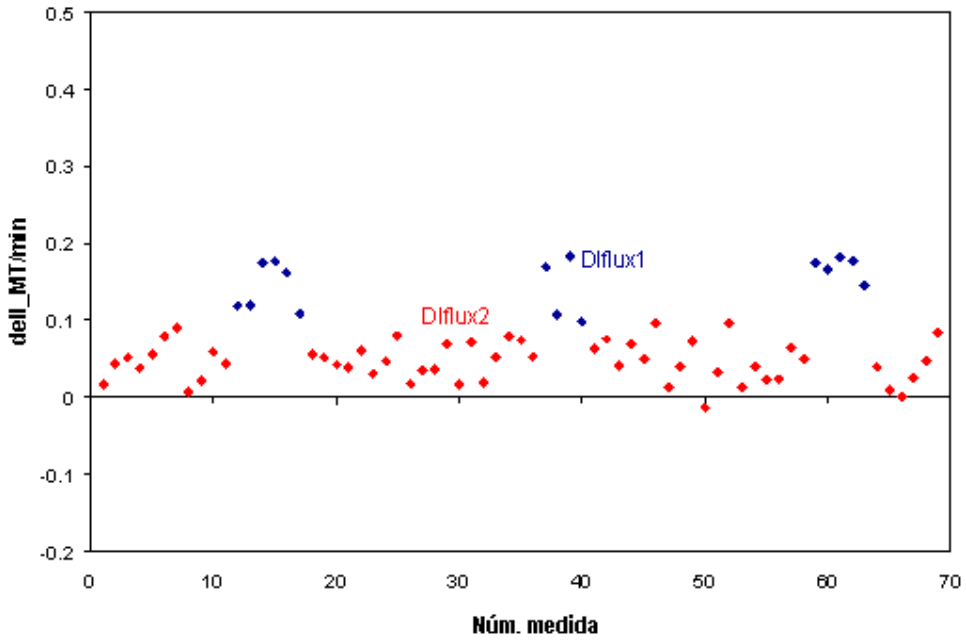


Fig. 1.18b: Ídem a la Fig. 1.18a para la campanya 2005-06.

Ahora los puntos azules (DIflux1) de la Fig 1.18b son los minoritarios, puesto que dados los resultados negativos de la campaña 2004-05, el DIflux que se había utilizado habitualmente ha pasado a ser el de reserva durante la campaña 2005-06.

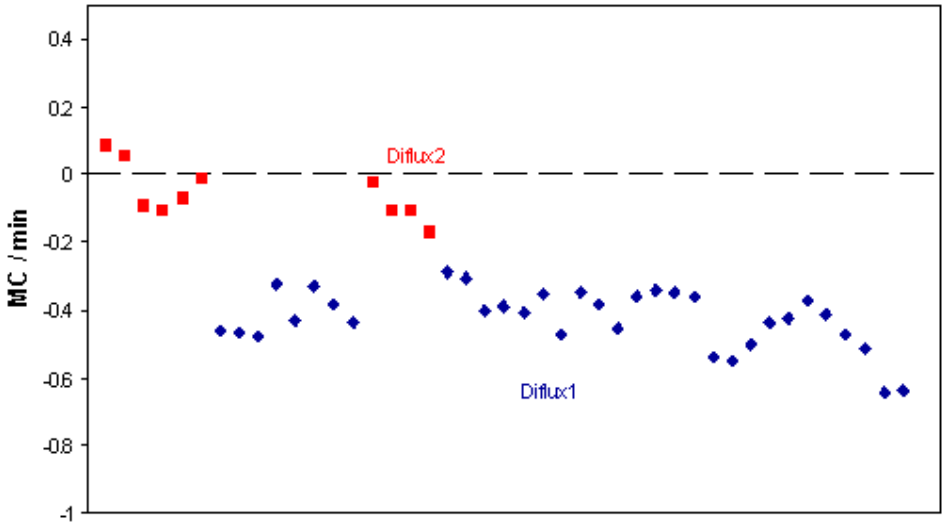


Fig. 1.19a: Evolución del observable *MC* para los dos DIflux. El DIflux2 se acerca más al valor ideal cero.

El mejor comportamiento del DIflux2 se corrobora también con el observable *MC* de la Fig. 1.19a durante la campaña 2004-05, (valores más próximos al cero ideal), indicando que el DIflux1 está afectado por algún tipo de error sistemático que se manifiesta con unos -0.4 minutos de arco para este observable, atribuido en este documento a una magnetización del cuerpo de dicho teodolito. En cambio, este hecho parece desaparecer durante la campaña 2005-06 (Fig. 1.19b), lo que indicaría una mejora (casual) en su comportamiento:

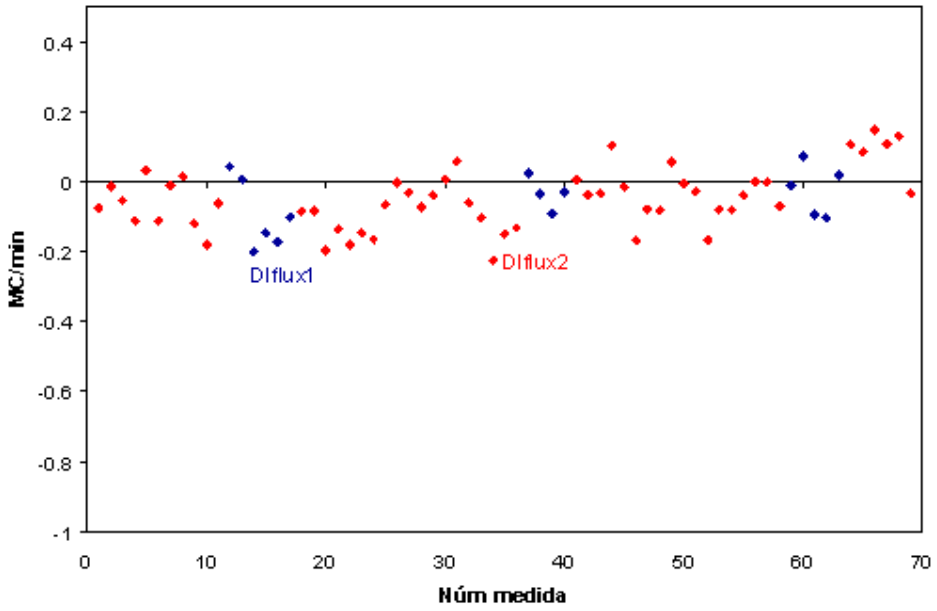


Fig. 1.19b: Ídem a la Fig. 1.19a para la campanya 2005-06.

En cuanto al observable *MT*, en cambio, se aprecian valores ligeramente peores para el DIflux2, con un valor absoluto medio unos 5 - 6" superior, tanto durante la campaña 2004-05 (Fig. 1.20a):

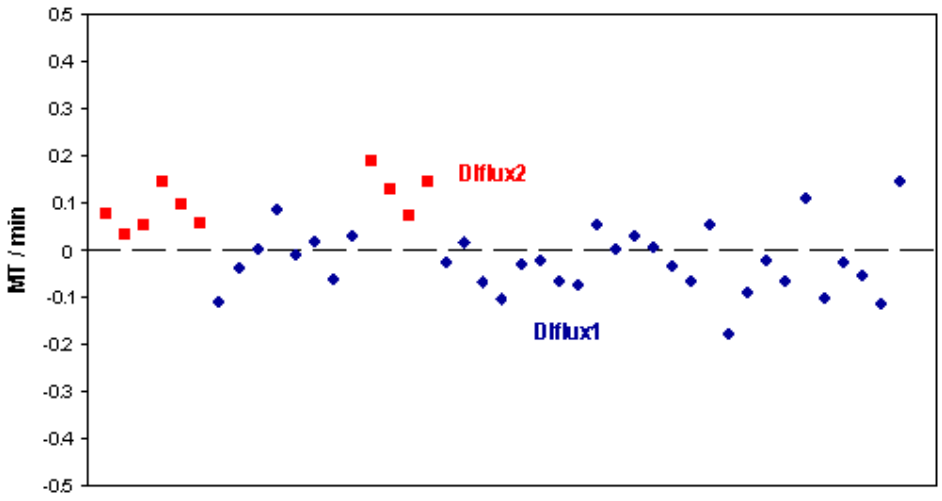


Fig. 1.20a: Evolución del observable *MT* pera los dos DIflux citados. En este cas, es el DIflux1 el que se acerca más al valor ideal cero.

como durante la campaña 2005-06 (Fig. 1.20b):

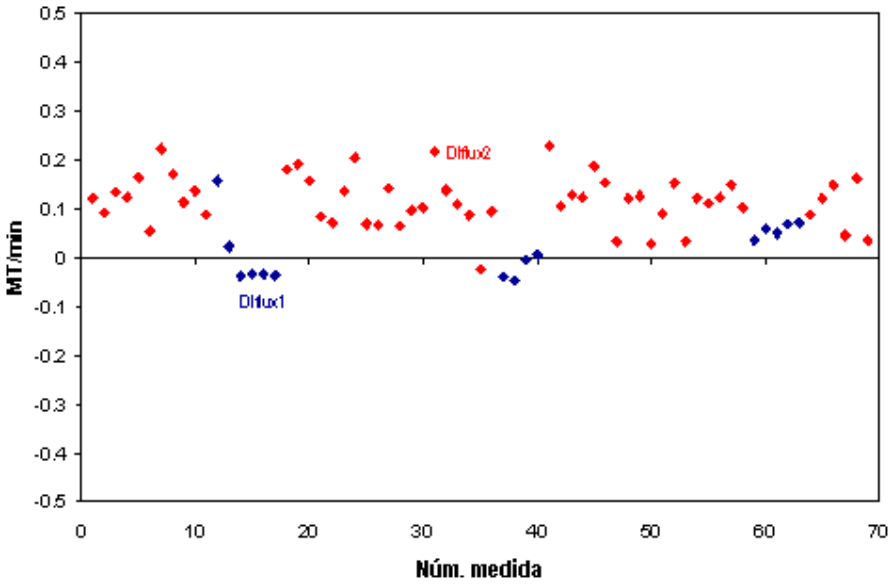


Fig. 1.20b: Ídem a la Fig. 1.20a para la campanya 2005-06.

En conjunto parece deducirse, pues, que el DIflux2 (de reserva) presenta un mejor comportamiento que el DIflux tradicional, como mínimo para los observables *dell_MT* y MC.

2- Un pequeño levantamiento magnético realizado durante la campaña 2005-06 con los dos DIflux en dos puntos diferentes (SecAbs1 y SecAbs 2) a pocos metros del pilar fundamental ha dado los resultados mostrados en la Fig. 1.21.

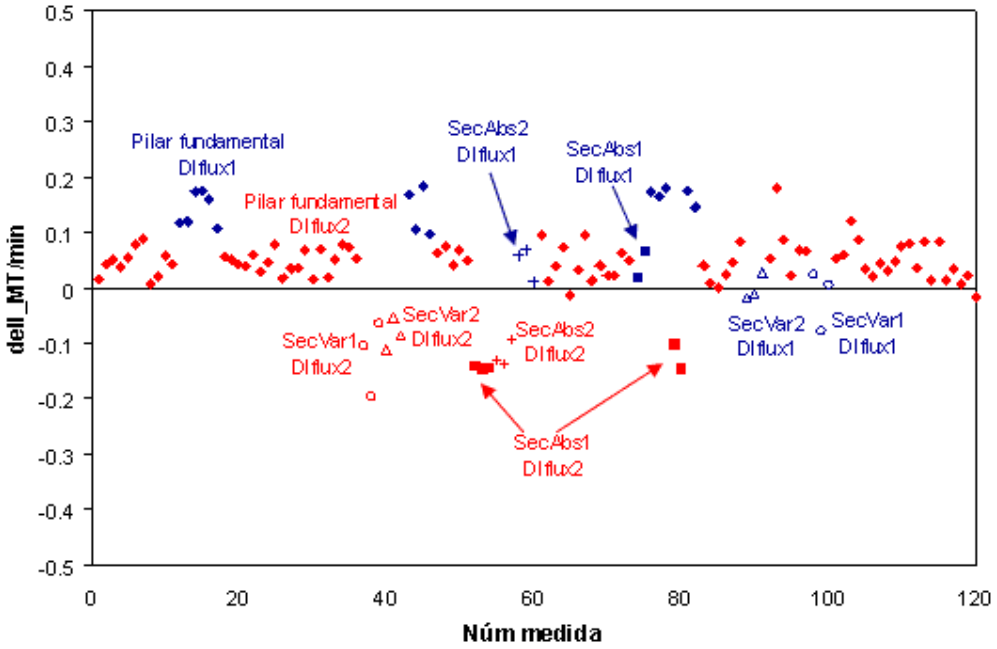


Fig. 1.21: Observable *dell_MT* en cinco puntos diferentes: las figuras en forma de diamante se refieren al pilar fundamental, los cuadrados al punto secular SecAbs1, y las aspas al punto SecAbs2. También se representan los puntos correspondientes a dos estaciones seculares alrededor del variómetro (ver sección 3.2), SecVar1 y SecVar2, como circunferencias y triángulos vacíos, respectivamente. Las figuras azules se refieren a medidas realizadas con el DIflux1, mientras que las rojas se refieren a medidas con el DIflux2.

En primer lugar se debe reconocer que el número de datos disponibles no permite extraer conclusiones significativas, puesto que se debe seguir la evolución en los próximos años. Sin embargo, parecen observarse los siguientes rasgos:

- Para un mismo DIflux (color azul en la Fig. 1.21, p. ej.), el observable *dell_MT* varía en función del punto donde se realizan las medidas. Además, las medidas realizadas fuera del pilar fundamental muestran un valor similar para el observable *dell_MT*; esto es así tanto para medidas realizadas cerca del pilar fundamental (SecAbs1 y SecAbs2) como para medidas realizadas a más de 70 m de distancia de él (SecVar1 y SecVar2). Tal y como se ha expuesto en la sección 1.2.3.1, este hecho se podría explicar mediante un cuerpo magnéticamente susceptible próximo a la ubicación habitual del DIflux que crea un gradiente de Inclinación (el propio pilar, por ejemplo).

- Para un mismo punto, el observable *dell_MT* depende fuertemente del DIflux utilizado. Según el modelo aquí expuesto, este hecho podría estar asociado al término que depende de la magnetización del telescopio (*MT*). De hecho, las Fig. 1.20a y 1.20b nos indican que la magnetización del telescopio podría ser más importante en el DIflux2. Siguiendo este razonamiento y lo que se ha comentado en el punto anterior, el DIflux1 estaría libre de esta patología, pero al situarse sobre el pilar fundamental, el gradiente de Inclinación creado por el cuerpo magnetizado explicaría que la media del observable *dell_MT* no fuera nula en esta ubicación (Fig. 1.21). Cuando este mismo DIflux se sitúa sobre un trípode amagnético no existen gradientes, y por lo tanto *dell_MT* se distribuye aleatoriamente alrededor de un valor próximo a cero. En cambio, los valores no nulos alrededor de los cuales se distribuyen las medidas del DIflux2 fuera del pilar fundamental serían explicados exclusivamente por la magnetización del telescopio. Esto implicaría que el mejor comportamiento del DIflux2 observado en las Fig. 1.18a, 1.18b y 1.19a fuera sólo aparate.

Todas estas hipótesis son débiles por la poca cantidad de datos existentes hasta el momento, pero podrían abrir nuevas líneas en un futuro inmediato; así, un próximo paso sería un pequeño levantamiento midiendo *F* alrededor del pilar fundamental con un paso de malla del orden del decímetro para poder discernir detalles, o extraer una pequeña muestra del material de algunos objetos fijos que se encuentran alrededor del DIflux (cemento del pilar, pintura de las casetas, etc.) para saber si presentan susceptibilidad magnética.

La pregunta fundamental que nos debemos hacer es: ¿en qué medida estos errores sistemáticos influyen en los valores de las variables *D* e *I* que en definitiva pretendemos determinar? La respuesta no es sencilla si no se dispone de ninguna otra fuente para comparar los datos; más bien depende del modelo que utilicemos para explicar la existencia de estos errores. Para el modelo utilizado en este documento, la existencia de una magnetización del cuerpo del teodolito del DIflux1 (como se observa en la Fig. 1.19a) implicaría, como se ha dicho en la sección 1.2.3.2, nuestra incapacidad para calcular el valor real de la Inclinación puesto que la ecuación 1. 69 refleja la existencia de un término $(\delta I^a_{MC} + \delta I^b_{MC})/ 2$ que no podemos aislar y que contamina al valor obtenido para *I*, mientras que lo que en realidad conocemos es el valor de una combinación lineal diferente, $MC = \delta D_{MC}/ \tan I - (\delta I^a_{MC} - \delta I^b_{MC})/ 2$ (≈ -0.4' durante la campaña 2004-05 y más próximo a cero durante la campaña 2005-06); podríamos pensar, con todas las reservas, que el valor de $(\delta I^a_{MC} + \delta I^b_{MC})/ 2$ que altera *I es* de orden similar. Según este modelo, en cambio, los errores manifestados en *MT* no tendrían ninguna repercusión sobre *D* o *I*. Por el contrario, si se dispone de una fuente alternativa, como por ejemplo un segundo DIflux,

podemos comparar los valores de los observables *Abs-Var_D* y *Abs-Var_I* para los dos instrumentos, considerando que estos observables se mantienen idealmente constantes independientemente del instrumento utilizado. Si esto se efectúa con los dos instrumentos de LIV se obtiene una diferencia media de unos 4 segundos de arco para la Declinación ($Abs\text{-}Var_D_2$ - $Abs\text{-}Var_D_1$), y de unos 5" para la Inclinación ($Abs\text{-}Var_I_1$ - $Abs\text{-}Var_I_2$), ambas razonablemente pequeñas; el problema estaría ahora en decidir cuál de los dos instrumentos da medidas más exactas para cada una de las magnitudes a medir, *D* e *I*; incógnita que se podría desvelar en las próximas campañas. Del mismo modo, la confirmación de una hipotética magnetización del material del pilar fundamental o de algún objeto próximo implicaría tomar decisiones futuras en función de la magnitud de esta patología.

1.4. PROPUESTAS PARA LA REDUCCIÓN DE ERRORES

Dados los errores expuestos en las secciones anteriores en relación al DIflux, se recomiendan una serie de medidas para minimizarlos.

- Debe situarse la consola electrónica en un punto suficientemente alejado del DIflux para que la pequeña polución magnética que esta pueda contener no interfiera sobre la señal a medir. Alejando y acercando la consola respecto al sensor se puede estimar esta distancia mínima como aquella a partir de la cual no varía la salida.

- La nivelación del teodolito es fundamental puesto que, como se ha dicho, si se supera un cierto ángulo de desnivel el teodolito no trabaja en régimen pendular, con lo que los errores se separarían de los establecidos en este documento; siendo, así, imprevisibles. Esta nivelación se consigue a través de los tornillos de los tres pies de base y con la ayuda de los dos niveles de burbuja mencionados al principio de este capítulo. Una vez el ajuste grueso ha dado su fruto, debe seguirse un proceso iterativo rotando el cuerpo del teodolito de 90° en 90°, de forma que el telescopio, en posición horizontal, esté en línea con uno de los tres pies de base en el primer paso, y en el paso siguiente con los dos pies restantes, alternativamente. Se irá jugando así, enroscando o desenroscando los tornillos, hasta que la burbuja esté centrada en el nivel del ajuste fino. Se puede comprobar si el DIflux se encuentra dentro del régimen pendular golpeando ligeramente la parte superior del cuerpo del teodolito mientras se mira por el visor de los ángulos: si los números correspondientes en la lectura vertical tambalean a

ambos lados de la posición de equilibrio la nivelación es correcta; si esto no sucede, puede ser debido a una mala nivelación o a un encallamiento del péndulo.

- Es preciso repasar también la colimación entre el sensor Fluxgate y el telescopio, sobre todo cuando se instala el instrumento por primera vez tras ser transportado, puesto que el meneo puede haber modificado excesivamente la posición relativa entre ambos. Si la colimación no es suficientemente buena (la desviación excede los dos o tres minutos de arco) se deberá corregir (ver manual de instrucciones del teodolito y método para la realineación, *Gaya-Piqué* y *Torta*, 2000) hasta dejarla en un valor inferior al minuto de arco; esto lo sabremos después de una medida completa de *D*, calculando *Az_delD* y *Dip_MC* a partir de las expresiones que aparecen en la sección 1.2.1.1. Incluso se puede corregir la colimación de la retícula si es necesario, aun cuando ésta demuestra no ser tan variable.

- Antes de llevar a cabo una medida con el DIflux hace falta comprobar si llevamos alguna pieza de material ferromagnético. Lo sabremos si, con el sensor conectado a la consola electrónica, la lectura de ésta varía sistemáticamente al acercarnos y alejarnos del sensor.

- Es importante no manipular el instrumento bruscamente al situarlo en las distintas posiciones, y sobre todo, no rotar nunca el telescopio asiéndolo por el sensor.

- Con respecto a las incertidumbres, se propone un método para eliminar el factor tiempo de las medidas. Escribamos las ecuaciones 1. 55 a 1. 62 de la siguiente manera:

$$E\uparrow = 90^{\circ} + D_{t2} + \delta D_{12} + \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM - Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I - \frac{\theta_o}{\cos I}$$

$$W\uparrow = 90^{\circ} + D_{t2} + \delta D_{22} + \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM - Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I + \frac{\theta_o}{\cos I} \pm 180^{\circ} \quad 4$$

$$E\downarrow = 90^{\circ} + D_{t2} + \delta D_{32} - \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM + Az_{Fl} - Dip_{Fl}\tan I - \frac{\theta_o}{\cos I} \pm 180^{\circ} \quad 4$$

$$W\downarrow = 90^{\circ} + D_{t2} + \delta D_{42} - \frac{\delta D_{Gr}}{2} - \Delta AM + Az_{Fl} + Dip_{Fl}\tan I + \frac{\theta_o}{\cos I}$$

$$N\downarrow = 180^{\circ} - I_{t6} - \delta I_{56} + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o$$

$$S\uparrow = -I_{t6} - \delta I_{66} - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o$$

$$N\uparrow = 180^{\circ} + I_{t6} + \delta I_{76} + \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} - \theta_o$$

$$S\downarrow = 360^{\circ} + I_{t6} + \delta I_{86} - \frac{\delta I_{Gr}}{2} - Dip_{Fl} + \theta_o ,$$

(las correspondientes al hemisferio norte son triviales) donde δD_{i2} es D_{ti} - D_{t2}, y δI_{j6} es I_{tj} - I_{t6}; obviamente $\delta D_{22} = \delta I_{66} = 0$. Si consideramos en primera aproximación que la variación de los parámetros *D* e *I* en el pilar fundamental donde se sustenta el DIflux es la misma que en el punto donde se sitúa el magnetómetro vector, entonces los términos δD_{ij}, y δI_{kl} son conocidos, puesto que son los mismos que aparecen en los registros de este último instrumento. Sólo nos falta conocer el instante correspondiente a cada una de las ocho observaciones. Los valores de *D* e *I* son ahora:

$$D_{t2} = \frac{E\uparrow + W\uparrow + E\downarrow + W\downarrow}{4} + \Delta AM - 90^{\circ} \mp 90^{\circ} - \frac{\delta D_{12} + \delta D_{32} + \delta D_{42}}{4} + n360^{\circ} \quad \textbf{4}$$

$$I_{t6} = \frac{-N\downarrow - S\uparrow + N\uparrow + S\downarrow}{4} \pm 90^{\circ} - \frac{\delta I_{56} + \delta I_{76} + \delta I_{86}}{4} \quad \textbf{5},$$

donde el lado derecho de ambas expresiones es conocido. Tomando el valor de *D* del magnetómetro vector correspondiente al minuto *t2*, y el valor de *I* correspondiente a *t6*, y sustrayéndolos de los valores correspondientes al DIflux según las expresiones anteriores, se obtiene un valor más preciso de la línea de base. Para hacer el proceso más preciso todavía, deberían tomarse las diferentes lecturas del DIflux en el mismo instante en que el variómetro realiza sus medidas; sólo hace falta saber en qué segundos se produce la lectura de *D* e *I* de este segundo instrumento dentro de cada minuto e intentar mantener una lectura nula en la consola del DIflux durante dichos segundos, anotando posteriormente D_i (o I_i) y t_i. De este modo, el tiempo que transcurre entre las diferentes lecturas es indiferente, y el observador puede tomarse con calma su tarea.

Como se ha dicho, este método ha sido aplicado durante las últimas campañas (2004-2005 y 2005-06), con la correspondiente modificación del Software de reducción de las observaciones. La comparación con años anteriores muestra una disminución de la desviación típica global

alrededor del 30% (ver la diferencia de dispersiones entre la gráfica de la izquierda de la Fig. 1.12, correspondiente a la campaña 2003-2004, y la de la derecha, correspondiente a la campaña 2004-05). Este resultado debe depender fuertemente de la experiencia del observador, puesto que a mayor experiencia menor es el tiempo empleado para realizar una observación completa, y por lo tanto la mejora es menos notoria. Probablemente, si la misma comparación se hubiera realizado con medidas procedentes de un observador inexperto, la mejora habría sido todavía superior. Cabe recordar que esta propuesta tiene su importancia cuando la serie de medidas es limitada, como en el caso de Livingston, donde los errores estadísticos o aleatorios tienen mayor peso.

- Cada cierto tiempo es preciso someter al instrumento a un examen comparativo con otro (u otros). Estos exámenes se llevan a término anualmente comparando el DIflux que se utiliza en el observatorio de Livingston (LIV) con el de Ebro (EBR). Paralelamente, cada dos años los instrumentos de referencia de los diferentes observatorios mundiales son sometidos a comparaciones mutuas en los congresos que organiza la IAGA.

1.5 . CONCLUSIÓN

El DIflux, aun tratándose de un excelente instrumento, se ve afectado por una serie de errores que limitan la exactitud de sus medidas. En este sentido, podemos decir que se trata de un instrumento absoluto, pero con ciertos matices: en primer lugar, y con respecto a los errores sistemáticos, se contempla la posibilidad de que se vea afectado por errores de colimación (tanto de la retícula como del sensor Fluxgate) y de offset de campo nulo, que son compensados al realizar la doble observación de la mira, las cuatro lecturas correspondientes a *D* y las cuatro correspondientes a *I*. En segundo lugar, y con respecto a errores estadísticos, las medidas deben ser realizadas a conciencia, idealmente por parte de un observador experimentado; su valor difícilmente supera los 10 segundos de arco para *D*, y algo menos para *I*. En todo caso, este tipo de error se puede ver minimizado por una serie suficientemente larga de medidas.

Cualquier otro tipo de error que potencialmente afecte al DIflux (mal funcionamiento, operación incorrecta, magnetizaciones, etc.), así como una mala puesta en estación, pueden convertirlo en un instrumento imprevisible, dependiendo siempre de la magnitud del error al cual está sujeto, hecho que imposibilita una estimación de carácter general.

En este estudio se ha propuesto el seguimiento de una serie de observables con el fin de hacer un diagnóstico de los errores que se cometen y determinando su origen, primer paso para corregirlos. Por otro lado, se ha propuesto un procedimiento que los minimiza.

2. EL MAGNETÓMETRO VECTOR δI/δD

2.1. INTRODUCCIÓN

Las bases del magnetómetro vector δI/δD fueron establecidas a mediados del siglo pasado por *Bacon*, 1955, quien concibió originalmente el instrumento como un sistema absoluto. *Alldredge*, 1960, y posteriormente *Alldredge* y *Saldukas*, 1964, desarrollan la idea para dar lugar a un Observatorio Magnético Automático Estándar (ASMO), con un elevado grado de autonomía. En sendos artículos, los autores citados desarrollan las ecuaciones fundamentales y analizan las principales fuentes de error de este instrumento.

Son diversas las variantes y los métodos que desde entonces se han ido proponiendo para el cálculo de los diferentes elementos del vector campo magnético a través de la polarización de bobinas; ver, p. ej., *Stuart*, 1972 o *Forbes*, 1987. El sistema, tal y como se presenta en el observatorio geomagnético de Isla Livingston (Fig. 2.1) fue desarrollado por el British Geological Survey (*Riddick* et al., 1995) y es esencialmente coincidente con el propuesto por *Alldredge*, 1960. Se fundamenta en un magnetómetro de precesión de protones situado en el centro de dos pares de bobinas de Helmholtz, uno para la obtención de la Declinación magnética y el otro para la Inclinación. El par correspondiente a la Declinación se coloca con su eje en posición horizontal, y aproximadamente perpendicular al vector campo magnético medio del lugar **<B>**, mientras que el par correspondiente a la Inclinación se coloca con su eje contenido aproximadamente en el plano meridiano magnético medio del lugar y

perpendicular también al vector **<B>**. Una serie establecida de corrientes sucesivas induce pares opuestos de campos deflectores en las direcciones de los ejes de estas bobinas; campos que se superponen al natural y que son medidos por el magnetómetro de protones. A partir de las intensidades así medidas es posible deducir (ver este mismo documento más adelante o cualquiera de las publicaciones antes mencionadas) la Inclinación (polarización directa e inversa del par de bobinas I), la Declinación (polarización directa e inversa del par de bobinas D) y la intensidad total del campo natural, *F* (en ausencia de polarizaciones). Estos tres elementos permiten determinar unívocamente el vector campo magnético.

Fig. 2.1: Magnetómetro vector δI/δD del Observatorio geomagnético de Isla Livingston. Se observan ambos pares de bobinas y la botella blanca del sensor del magnetómetro de protones en su centro.

En este capítulo se desarrollan brevemente las ecuaciones fundamentales y a continuación se analizan detalladamente, y con espíritu crítico, todas las hipótesis que en ellas se encuentran implícitas, para acabar realizando un análisis exhaustivo de los errores que potencialmente afectan a este instrumento. Como veremos, una serie de limitaciones del propio sistema y de su ubicación nos alejan de la situación ideal imaginada por Alldredge en su diseño original, hecho que justifica la consideración del magnetómetro vector como un variómetro (más que como un instrumento absoluto) en el sentido de que son realmente las variaciones del campo magnético a “medio o corto plazo” las medidas por este instrumento.

2.2. ELCASO IDEAL

2.2.1. Ecuaciones fundamentales

En una situación ideal el instrumento se encuentra situado encima de un pilar absolutamente estable, no sujeto a ningún tipo de movimiento respeto a un sistema de referencia geográfico, y fuera del radio de influencia de cualquier objeto susceptible de producir ruido magnético. Ambas bobinas de cada par son paralelas entre sí, bien alineadas en sus centros y separadas una distancia igual a su radio (r_b = 40 cm en el caso de las bobinas D de LIV; 37 cm en el caso de las bobinas *I*), proporcionalmente muy superior en las dimensiones del magnetómetro de protones situado en su centro (a distancia r_b/ 2 de cada bobina). El plano de las bobinas D define una recta directora que se sitúa perpendicular al vector aceleración de la gravedad, **g**, (es decir, dicha recta se encuentra contenida en el plano horizontal), mientras que la recta directora de las bobinas I se supone perfectamente perpendicular a la de D. Debe situarse el instrumento de forma que ambas rectas directoras formen aproximadamente un ángulo recto con el vector campo magnético local. Dada la variabilidad del campo natural, cosa que impide conocer *a priori* dicha dirección, es suficiente con colocarlas aproximadamente perpendiculares a un campo magnético "promedio" **<B>** (de acuerdo con lo que se ha definido más arriba). Denominemos $\hat{\mathbf{v}}_\mathbf{b}$ al vector unitario, perpendicular a las mencionadas rectas directoras, que apunta aproximadamente en la dirección del campo magnético; entonces, son las desviaciones en Declinación e Inclinación, δD y δI, respecto a este vector las que mide realmente este instrumento, junto con la intensidad total *F* del vector campo magnético. $\hat{\mathbf{v}}_\mathbf{b}$ tiene componentes (cos D_0 cos I_0, sen D_0 cos I_0, sen I_0) en un sistema de referencia geográfico como el definido en la Fig. I.2, donde D_0 e I_0 son su "Declinación" e "Inclinación", respectivamente. δD se define, pues, como $D - D_0$, mientras que δI *se* define como $I - I_0$. Si $\hat{\mathbf{v}}_\mathbf{b}$ cumple las condiciones ideales expuestas, entonces es constante en el tiempo, y es suficiente con determinarlo una sola vez en un sistema de coordenadas geográficas a partir de métodos indirectos (con la ayuda de un DIflux, p. ej.). Podemos adelantar que el hecho de que $\hat{\mathbf{v}}_\mathbf{b}$ no sea constante es motivo suficiente para considerar que el instrumento no es absoluto, puesto que entonces sería necesario determinar nuevamente este vector cada vez que se realiza una medida. Las deflexiones correspondientes a las medidas de δD y δI son idealmente instantáneas y se producen inmediatamente una tras otra hasta completar un ciclo entero.

Dentro de este marco ideal, consideremos ahora otro sistema de referencia ortogonal, donde el eje *x* viene definido por la proyección del vector $\hat{\mathbf{v}}_b$ sobre el plano horizontal, el eje *y* marca la dirección de la recta directora del par de bobinas D, y el eje *z* es paralelo al vector aceleración de la gravedad **g**. El vector unitario $\hat{\mathbf{i}}$ sobre el eje *x* apunta aproximadamente hacia el norte magnético, $\hat{\mathbf{j}}$ en sentido Este y $\hat{\mathbf{k}}$ hacia el interior de la Tierra tal y como aparece en la Fig. 2.2.

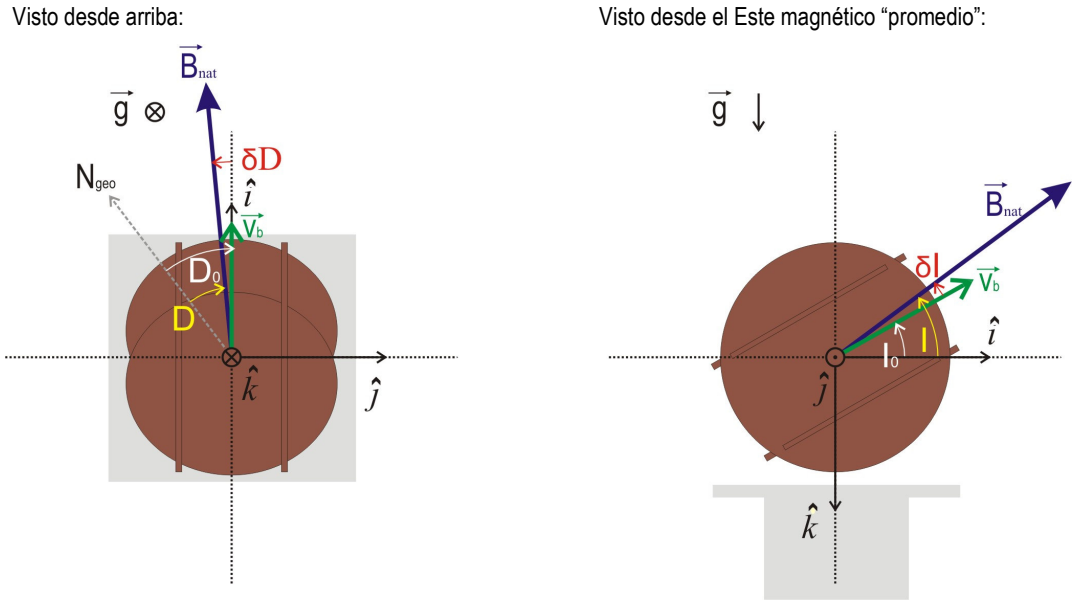


Fig. 2.2: Sistema de referencia utilizado para la deducción de las ecuaciones fundamentales (hemisferio sur). El vector unitario $\hat{\mathbf{v}}_b$ es paralelo a las bobinas D e I a la vez, y tiene la dirección aproximada del campo magnético natural, del que se desvía un ángulo *δD* en Declinación y *δI* en Inclinación. Tal como aparecen en la figura, los ángulos *I*, I_0, *δD* y *δI* son negativos, ya que tanto la Declinación (mirando el sistema desde el Este) como la Inclinación (mirando desde arriba) crecen en sentido horario.

Es inmediato ver que en este sistema el vector campo magnético natural se escribe $\mathbf{B_{nat}} = F$ (cos *δD* cos *I*, sen *δD* cos *I*, sen *I*), mientras que $\hat{\mathbf{v}}_b$ = (cos I_0, 0, sen I_0). Mediante la circulación de una corriente de sentido contrario al de las agujas del reloj (mirando el instrumento desde el Este magnético) se obtiene una polarización directa que produce una deflexión del vector campo magnético natural en el sentido creciente de este elemento, es decir, al campo natural se le superpone un campo inducido $\mathbf{B^D_{ind}}$ en sentido Este, de módulo a_D, que en el sistema de referencia descrito se escribe $\mathbf{a_{D+}}$ = (0, a_D, 0), dando lugar a un vector $\mathbf{B_{tot}} = \mathbf{B_{nat}} + \mathbf{B^D_{ind}}$, el módulo del cual se mide con el magnetómetro de protones y denotaremos como F_{D+}. Acto seguido, haciendo circular una corriente de la misma intensidad y de sentido contrario por las mismas bobinas se obtiene una polarización inversa que

supone añadir al vector $\mathbf{B_{nat}}$ un campo $\mathbf{a_{D-}}$ = (0, -a_D, 0) = $\mathbf{-a_{D+}}$, siendo F_{D-} el nuevo valor medido por los protones. En esta situación,

$$\vec{B}_{tot} = \vec{B}_{nat} + \vec{B}_{ind}^{D} = \vec{B}_{nat} \pm a_D(0, \quad 1, \quad 0) = (F\cos\delta D\cos I, \quad Fsen\delta D\cos I \pm a_D, \quad FsenI),$$

y tomando los módulos al cuadrado resulta:

$$F_{D\pm}^2 = F^2 + a_D^2 \pm 2Fa_D sen\delta D\cos I\,. \qquad \textbf{2. 1}$$

Despejando,

$$\delta D = arcsen\left(\frac{F_{D+}^2 - F_{D-}^2}{4Fa_D\cos I}\right). \qquad \textbf{2. 2}$$

Algo similar sucede con la Inclinación, donde ahora la polarización directa se produce en el sentido creciente de I y la inversa en el sentido decreciente, dando lugar a sendos campos $\mathbf{a_{I+}}$ = (-a_I sen I_0, 0, a_I cos I_0) y $\mathbf{a_{I-}}$ = $\mathbf{-a_{I+}}$, resultando en unas intensidades totales F_{I+} y F_{I-}, respectivamente (ver Fig. 2.3).

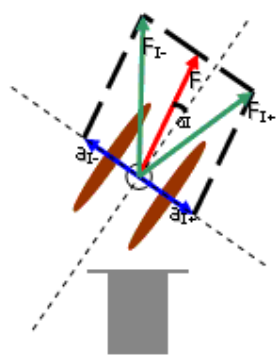


Fig. 2.3: Sistema de medida del elemento magnético I con el magnetómetro vector, donde se muestran las polarizaciones positiva (a_{I+}) y negativa (a_{I-}) y los campos resultantes (F_{I+} i F_{I-}). El valor δI es negativo en este caso.

Para el caso de la Inclinación, pues,

$$\vec{B}_{tot} = \vec{B}_{nat} + \vec{B}_{ind}^{I} = \vec{B}_{nat} \pm a_I(-senI_0, \quad 0, \quad \cos I_0) =$$

$$= \left(F\cos\delta D\cos I \mp a_I senI_0,\quad Fsen\delta D\cos I,\quad FsenI \pm a_I\cos I_0\right),$$

$$F_{I\pm}^2 = F^2 + a_I^2 \pm 2Fa_I\left(senI\cos I_0 - \cos IsenI_0\cos\delta D\right) =$$

$$= F^2 + a_I^2 \pm 2Fa_I\left(\sin\delta I + 2senI_0\cos Isen^2\left(\frac{\delta D}{2}\right)\right), \qquad \textbf{2. 3}$$

y despejando

$$\delta I = arcsen\left(\frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4Fa_I} - 2senI_0\cos Isen^2\left(\frac{\delta D}{2}\right)\right). \qquad \textbf{2. 4}$$

Suponiendo conocidos los valores de las constantes D_0 e I_0, se deducen fácilmente los valores de la Declinación, $D = D_0 + \delta D$, y de la Inclinación, $I = I_0 + \delta I$. Las expresiones 2. 2 y 2. 4 no son explícitas en δD y δI, sino que la variable I de la expresión 2. 2 es en realidad $I_0 + \delta I$, mientras que la expresión 2. 4 para δI contiene a la vez δI y δD. De hecho, de las ecuaciones 2. 2 y 2. 3 se obtiene la siguiente expresión explícita para δI:

$$\delta I = arcsen\left(senI_0\sqrt{1-\left(\frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4Fa_I}\right)^2 - \left(\frac{F_{D+}^2 - F_{D-}^2}{4Fa_D}\right)^2} + \frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4Fa_I}\cos I_0\right) - I_0, \qquad \textbf{2. 5}$$

y sustituyendo de nuevo el resultado de 2. 5 en 2. 2 se obtiene la expresión explícita para δD. Aun así, las aproximaciones que se suelen hacer en este punto son diversas. Así por ejemplo, en la expresión 2. 4 se suele obviar el término de segundo orden que contiene el seno al cuadrado de $\delta D/$ 2. Además, dado que el ángulo δI *se* considera pequeño (inferior a 1°) se suele aproximar el ángulo por su seno (multiplicado por 180°/π), quedando:

$$\delta I = \frac{180^\circ}{\pi}\left(\frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4Fa_I}\right), \qquad \textbf{2. 6}$$

mientras que en la expresión 2. 2 se suele sustituir en primera aproximación I *por* I_0 o por un valor aproximado (constante o no) de la Inclinación obtenido por otros métodos (p. ej., mediante el DIflux):

$$\delta D = \frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{D+}^2 - F_{D-}^2}{4Fa_D \cos I^0}\right), \qquad \textbf{2. 7}$$

donde I^0 es el valor utilizado para I, y los valores que suelen tomarse en la mayoría de observatorios con este instrumento son dos: $I^0 = I_0$, o bien, con más buena aproximación, $I^0 = I_0 + \delta I$ *(donde* δI *es* el valor obtenido a través de la expresión 2. 6).

De hecho, considerando esta aproximación y conociendo el valor del campo creado por la polarización de las bobinas en cada caso (a_D y a_I), nos bastaría con una única polarización (positiva o negativa) para determinar los parámetros δI y δD. Así por ejemplo, de las polarizaciones positivas para D y para I (ecuación 2. 1 y 2. 3) se obtendría, haciendo las aproximaciones mencionadas,

$$F_{D+}^2 = F^2 + a_{D+}^2 + 2Fa_{D+} sen\delta D \cos I^0 \qquad F_{I+}^2 = F^2 + a_{I+}^2 + 2Fa_{I+} sen\delta I$$

$$\delta D = \frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{D+}^2 - F^2 - a_{D+}^2}{2Fa_{D+} \cos I^0}\right), \qquad \textbf{2. 8}$$

$$\delta I = \frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{I+}^2 - F^2 - a_{I+}^2}{2Fa_{I+}}\right), \qquad \textbf{2. 9}$$

mientras que de las polarizaciones negativas se obtendría

$$F_{D-}^2 = F^2 + a_D^2 - 2Fa_D sen\delta D \cos I^0 \qquad F_{I-}^2 = F^2 + a_I^2 - 2Fa_I sen\delta I$$

$$\delta D = -\frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{D-}^2 - F^2 - a_{D-}^2}{2Fa_{D-} \cos I^0}\right), \qquad \textbf{2. 10}$$

$$\delta I = -\frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{I-}^2 - F^2 - a_{I-}^2}{2Fa_{I-}}\right), \qquad \textbf{2. 11}$$

El valor de las polarizaciones se podría determinar en principio a partir de la intensidad que circula por las bobinas y de sus constantes propias (radio y número de espiras). Pero el hecho es que no se dispone de ningún amperímetro que mida la intensidad que circula por las bobinas, que aparte debería ser muy preciso (del orden de pocos μA de precisión) para obtener los valores típicos inferiores a una

décima de minuto de arco; ni siquiera se dispone de un sistema estable que garantice una intensidad fija de corriente a lo largo de la vida de un observatorio geomagnético. De hecho, tal y como veremos más adelante, se puede utilizar un método para comprobar la variabilidad del campo resultante a_I a lo largo de un día de registro, tal y como muestra la Fig. 2. 4. Se comprueba que la intensidad de polarización depende de la temperatura:

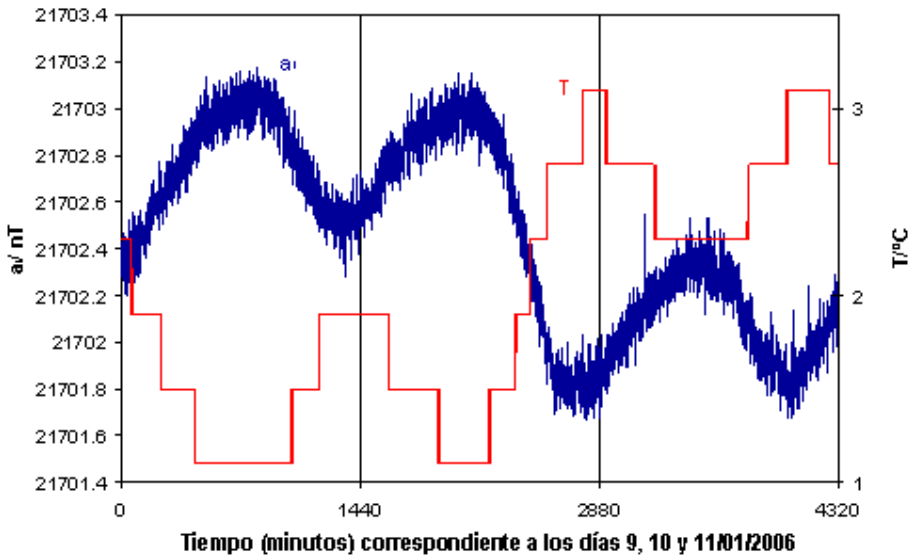


Fig. 2.4: evolución de la intensidad del campo polarizador para la determinación de *I* (en azul). Se comprueba la variabilidad que experimenta a lo largo de tres días de registro, superior a la nT. Es interesante resaltar la correlación negativa entre esta magnitud y la temperatura (en rojo) a causa de la inestabilidad de la fuente de corriente, que tiene un coeficiente empírico alrededor de 0.6 nT/°C.

En la práctica, pues, se desconocen los valores de las polarizaciones a_D y a_I. Se hace necesaria entonces la utilización de ambas polarizaciones, con las correspondientes ecuaciones 2. 2 y 2. 4, o sus aproximaciones, 2. 6 y 2. 7. El valor de las polarizaciones se deduce entonces de dos hipótesis adicionales:

a) el vector campo magnético no ha variado dentro de un ciclo completo de medida, y especialmente entre la determinación correspondiente a la polarización directa y la inversa de un mismo elemento. La denominaremos hipótesis de variación nula del campo.

b) La polarización directa es de intensidad idéntica a la inversa. La denominaremos hipótesis de simetría.

Idealmente, si las medidas con el magnetómetro de protones son instantáneas y el ciclo de polarizaciones se produce de forma inmediata, entonces se cumple la hipótesis a). Para la b) es preciso asegurar una corriente de igual intensidad en ambos sentidos, que también supondremos en un caso ideal.

Entonces, si denominamos δD_+ al resultado de la ecuación 2. 8 obtenido a partir de la polarización directa, y δD_- al resultado de la ecuación 2. 10 para la inversa, según la hipótesis a) tenemos que $\delta D_+ = \delta D_- \equiv \delta D$, y que $a_{D+} = a_{D-} \equiv a_D$ según la hipótesis b). El sistema formado por las dos ecuaciones 2. 8 y 2. 10 contiene entonces dos incógnitas: δD y a_D, donde la primera de ellas tiene la expresión conocida 2. 7, mientras que la segunda:

$$a_D = \sqrt{\frac{F_{D+}^2 + F_{D-}^2}{2} - F^2}\ , \qquad \textbf{2. 12}$$

o, equivalentemente para I:

$$a_I = \sqrt{\frac{F_{I+}^2 + F_{I-}^2}{2} - F^2}\ , \qquad \textbf{2. 13}$$

a partir de la cual se ha generado la Fig. 2.4. Si se sustituyen estas expresiones dentro de las ecuaciones 2. 7 y 2. 6 queda:

$$\delta D = \frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{D+}^2 - F_{D-}^2}{4F\cos I^0\sqrt{\frac{F_{D+}^2 + F_{D-}^2}{2} - F^2}}\right), \qquad \textbf{2. 14}$$

$$\delta I = \frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4F\sqrt{\frac{F_{I+}^2 + F_{I-}^2}{2} - F^2}}\right). \qquad \textbf{2. 15}$$

Ambas expresiones para a_D y a_I son igualmente válidas para ser sustituidas en las expresiones 2. 2 y 2. 4 o 2. 5; de esta forma, todas las variables son conocidas y se pueden deducir los valores de δD y δI a partir de los datos F_{D+}, F_{D-}, F_{I+}, F_{I-} y F obtenidos a partir de un ciclo completo con el magnetómetro.

2.2.2. Incertidumbres asociadas a la precisión del instrumento

En una situación ideal como la expuesta en el apartado anterior, la única limitación del instrumento viene dada por la precisión del magnetómetro de protones al medir las diferentes intensidades que componen la medida (y por el valor de I^0 introducido en la ecuación 2. 7 para δD, que se tratará más adelante). Para propagar el error en el cálculo de la Declinación y la Inclinación se puede suponer que la precisión del magnetómetro de protones en las diferentes medidas (F_{D+}, F_{D-}, F, F_{I+},...) actúa de manera aleatoria y por lo tanto se aplicará una suma en cuadratura. Con respecto al error que supone tomar I^0 en lugar de I para el cálculo de δD, éste no se considerará estadístico, por lo que no se tratará en este apartado.

Si $\delta(\delta D)$ indica la precisión del magnetómetro vector en el elemento Declinación, $\delta(\delta I)$ la precisión en Inclinación, y δF la precisión en intensidad total dada por la precisión del magnetómetro de protones, entonces por propagación de errores tenemos que:

$$\delta(\delta D) = \sqrt{\left(\frac{\partial(\delta D)}{\partial F_{D+}}\delta F_{D+}\right)^2 + \left(\frac{\partial(\delta D)}{\partial F_{D-}}\delta F_{D-}\right)^2 + \left(\frac{\partial(\delta D)}{\partial F}\delta F\right)^2}$$

$$\delta(\delta I) = \sqrt{\left(\frac{\partial(\delta I)}{\partial F_{I+}}\delta F_{I+}\right)^2 + \left(\frac{\partial(\delta I)}{\partial F_{I-}}\delta F_{I-}\right)^2 + \left(\frac{\partial(\delta I)}{\partial F}\delta F\right)^2}$$

donde δF_{D+} y δF_{D-} (δF_{I+} y δF_{I-}) corresponden a la precisión del magnetómetro de protones cuando se produce la polarización directa e inversa de las bobinas D (I). En la situación ideal que estamos suponiendo, donde las dimensiones del magnetómetro son muy inferiores al radio de las bobinas, no existen gradientes importantes de campo en la posición de aquél; además, supondremos que la precisión del magnetómetro de protones es constante para un amplio rango de intensidades, lo cual nos conduce a la simplificación consistente en $\delta F_{D+} = \delta F_{D-} = \delta F$. Desarrollando la expresión anterior, y tomando como ecuación para δD (δI) la 2. 2 (2. 4 en el caso de I), resulta:

$$\delta(\delta D) = \frac{180^{\circ}}{\pi}\frac{\delta F}{\cos I^0}\sqrt{\left(\frac{1}{2a_D^2} + \frac{1}{2F^2}\right)}$$

$$\delta(\delta I) = \frac{180^{\circ}}{\pi} \delta F \sqrt{\frac{1}{2a_I^2} + \frac{1}{2F^2}}$$

donde se evidencia que, dada una intensidad total *F*, la precisión aumenta (*δ(δD)* y *δ(δI)* disminuyen) al aumentar la intensidad de polarización a_I o a_D. En la práctica, sin embargo, las bobinas son finitas y aumentar el campo polarizador excesivamente puede provocar un exceso de gradiente en la posición del magnetómetro de protones, lo cual provoca una mala relación señal/ruido, aparte del lógico aumento en el consumo de energía. Para el modelo en funcionamiento en LIV se toman ambos valores a_I y a_D alrededor de un 60% de *F*; con ello, las relaciones anteriores quedan:

$$\delta(\delta D) = \frac{180^{\circ}}{\pi} \frac{\delta F}{F \cos I^0} \sqrt{2}$$

$$\delta(\delta I) = \frac{180^{\circ}}{\pi} \frac{\delta F}{F} \sqrt{2}\,.$$

Por lo tanto, la precisión teórica máxima para *δD* es la misma que para *δI*, pero dividiendo por la componente horizontal $H \approx F \cos I^0$ en lugar de *F*. Para el observatorio LIV, pues, donde $F \approx 36000$ nT, y $H \approx 20000$ nT, la precisión teórica para la intensidad total (*δF*) es de 0.2 nT según las especificaciones del magnetómetro de protones, para la Declinación es de 3 segundos de arco, mientras que para la Inclinación es próxima a 2" (1.6").

2.3. ANÁLISIS DEL CASO REAL

2.3.1. Finitud de las medidas y resolución temporal

Pasemos ahora a analizar la hipótesis a) realizada en la sección 2.2. Hemos señalado que en una medida ideal, las determinaciones, y en consecuencia también el ciclo completo de medida, se producen de manera instantánea; pero en la práctica, el magnetómetro de protones que determina la intensidad total del campo requiere un tiempo finito para polarizar el líquido de su interior y medir la señal proveniente de la precesión de sus protones. Este tiempo depende en general del tipo de magnetómetro que se encuentra en el interior de las bobinas; en el caso de Isla Livingston ronda los 2

s; además, cuando se realizan las medidas con las bobinas polarizadas hay que establecer una corriente estable, y asegurarse de que la lectura de la intensidad se produce mientras circula esta corriente. Una sola medida con las bobinas polarizadas se prolonga aproximadamente durante 5 s en el caso del Software de adquisición utilizado en LIV. El ciclo completo se repite cada minuto, dura unos 28 s y consta de 6 fases:

- Determinación de la intensidad total F_1 del campo magnético (sin polarización).
- Determinación de la intensidad F_{I+}, con polarización directa de las bobinas I.
- Determinación de la intensidad F_{I-}, con polarización inversa de las bobinas I.
- Segunda determinación de la intensidad total F_2 del campo magnético (sin polarización).
- Determinación de la intensidad F_{D+}, con polarización directa de las bobinas D.
- Determinación de la intensidad F_{D-}, con polarización inversa de las bobinas D.

Para la intensidad total *F* se suele tomar la media de F_1 y F_2.

La hipótesis a) de variación nula del vector campo magnético a lo largo de un ciclo completo se cumple, pues, en la medida que este intervalo de 28 s se considere un instante de tiempo con respecto a los periodos característicos de variación del campo magnético natural, o como mínimo, en la medida que se considere un instante el tiempo total entre la polarización directa y la inversa de un mismo elemento, que comprende unos 9 - 10 s para los elementos angulares, y unos 4 - 5 s para *F*. Dicho de otra manera, la precisión real del instrumento está sujeta a las oscilaciones del campo magnético natural mientras se produce la medida. A fin de valorar dicha precisión, pues, hace falta tener en cuenta cuál es la variación típica para los diferentes elementos que se están midiendo en este intervalo.

Las variaciones naturales del campo magnético son diversas y de un amplio espectro de frecuencias y amplitudes, y en general dependen en buena medida de las variaciones externas presentes en un instante concreto y de la latitud geomagnética donde se encuentra ubicado el observatorio en cuestión. Nos interesan aquí las variaciones típicas de los elementos *F*, *D* e *I* en un intervalo del orden de 10 s, en una zona de latitud geomagnética media-alta (≈ 52°) como es Isla Livingston.

Un pequeño estudio de las variaciones del propio observatorio revela que en episodios de perturbación extrema la intensidad total *F* puede variar transitoriamente más de 6 nT en los 5 segundos que perdura la determinación de este elemento. Una estimación de la variación máxima de la Declinación

magnética a lo largo de 10 s es más compleja, pero con toda seguridad se sitúa por encima de los 5 minutos de arco. La variación máxima de la Inclinación, en cambio, se sitúa alrededor de los 2 minutos en este periodo. Entre esta situación y la de calma total, correspondiente a una variación nula de los tres elementos, los valores típicos se sitúan por debajo de 0.1 nT/ 5 s para *F* (en más del 98% de casos, y por debajo de 1"/ 10 s, tanto para *D* (entre el 60 y el 70% de los casos) como para *I* (en más del 90% de los casos). El hecho de que estos valores normales se sitúen por debajo de la precisión teórica del instrumento implica que el tiempo empleado para las diferentes determinaciones suele ser suficientemente pequeño como para que el valor determinado sea significativo de aquel intervalo de tiempo. De hecho, si consideramos que cada elemento tiene la precisión expuesta en la sección 2.2.2, podemos definir un estado de variaciones externas límite, a partir del cual la incertidumbre de las medidas ya supera la precisión del instrumento. Según lo expuesto, este estado límite para LIV corresponde a una variación de 0.2 nT/ 5 s para *F*, 3"/ 10 s para D, y 2"/ 10 s para *I*.

Pero lo que sin duda limita la resolución temporal del instrumento es la frecuencia de muestreo, que en el caso de LIV se produce una vez por minuto. Como es sabido, el criterio de Nyquist establece que no se podrán reconstruir señales naturales (en este caso variaciones del campo) con periodos inferiores a 2 minutos, excluyendo así un amplio abanico del espectro real del campo magnético e imposibilitando el estudio de los fenómenos asociados.

2.3.2. Incertidumbre asociada a la inestabilidad de la fuente de corriente. Despiking

El valor de la intensidad del campo producido por las bobinas no es un factor decisivo para la correcta obtención de los elementos *D* e *I*; sin embargo, como se ha dicho más arriba, se suele tomar un valor de compromiso alrededor del 60% de *F*, rondando las 22000 nT para *D* en LIV, y ligeramente inferior para *I*. De hecho, en la práctica se observan ciertas oscilaciones alrededor de estos valores (como se demuestra en la Fig. 2.4). El hecho realmente decisivo es el cumplimiento de la hipótesis de simetría en las polarizaciones expuesta en el apartado 2.2. En esta sección se analiza esta hipótesis, consistente en afirmar que idealmente $a_{D+} = a_{D-} \equiv a_D$ y $a_{I+} = a_{I-} \equiv a_I$, aplicable cuando la intensidad de corriente que circula por las bobinas en polarización directa es idéntica que en polarización inversa.

El sistema de alimentación de las bobinas es una fuente de corriente estabilizada, con un relé que conmuta el paso de la corriente en un sentido o en otro por un mismo circuito que incluye el par de

bobinas de cada elemento (es decir, D por un lado, I por el otro). Cuando por razones diversas se produce una discontinuidad en la intensidad que circula por las bobinas, ésta puede dar lugar a un dato erróneo si afecta de manera desigual a ambas polarizaciones (polarización asimétrica o diferencial) de un mismo elemento. Por esta razón, se supondrá que estas variaciones son rápidas en el tiempo, produciendo lo que se conoce como un pico, o "spike" en el registro. Este fenómeno suele presentarse de manera puntual y aislada.

A continuación se describe un método para detectar aquellos datos que están afectados por una polarización asimétrica, o diferencial.

2.3.2.1 Dos casos particulares

1. Supongamos en primer lugar que, por alguna razón, durante todo el minuto m_{tst} se produce una disminución en la intensidad de corriente que polariza las bobinas, con la consecuente disminución de los campos inducidos; fijémonos, por ejemplo, en a_{I+} y a_{I-}. Si la caída de corriente es sostenida a lo largo del minuto, la intensidad que circula durante la polarización directa, aun siendo más pequeña de lo normal, será igual a la intensidad que circula durante la polarización inversa, con lo que se seguirá cumpliendo que $a_{I+} = a_{I-}$. Se cumple pues la hipótesis de simetría, y el valor calculado para δI es correcto; de hecho, en ningún momento se ha puesto restricción alguna en la magnitud del valor a_I.

2. Supongamos ahora que la caída de intensidad se produce solamente durante los segundos (5 aprox. en el caso de LIV) que perdura la polarización directa dentro del minuto m_{tst}. Para variar ligeramente la situación, supondremos que en lugar de una disminución de corriente lo que tenemos es una subida repentina. Así, la intensidad que circula por las bobinas durante la polarización directa aumentará, y por lo tanto también la intensidad a_{I+} del campo magnético producido. En cambio, el producido durante la polarización inversa será el "normal", puesto que éste no se ve afectado por la subida de corriente. En consecuencia, $a_{I+} > a_{I-}$, y las ecuaciones 2. 12 y 2. 13 dejan de aplicarse. Por no cumplirse la hipótesis de simetría, el valor calculado para δI (2. 15) es incorrecto. Siguiendo lo expuesto hasta ahora, nos encontraríamos delante de un spike a eliminar.

El objetivo es ahora encontrar un observable que sea capaz de discernir entre los casos 1 y 2. De hecho, la representación gráfica de a_I (definido según 2. 13) a lo largo del tiempo nos podría dar alguna

pista, pero tanto en el caso 1 como en el 2 encontraríamos un pico en el minuto m_{tst}: en el primer caso una bajada repentina, puesto que tanto F_{I+} como F_{I-} son anómalamente pequeños; y en el segundo caso una subida, puesto que F_{I+} es anómalamente grande. Es preciso pues dar un paso más.

2.3.2.2 Método de detección de spikes

En este apartado se desarrollan una serie de observables a partir de los datos adquiridos por la estación y se describe un método visual para la detección de spikes. Se dividirá en dos subapartados: 1- detección de errores en Intensidad total (*F*), y 2- detección de errores en Inclinación (*I*) y Declinación (*D*).

1- Detección de errores en Intensidad total (*F*):

Se propone representar en una gráfica la curva correspondiente a la evolución temporal de la primera medida de intensidad total (F_1) de cada minuto; en la misma gráfica, y superpuesta a la primera, se representa la curva correspondiente a la segunda medida del mismo parámetro (F_2), mientras que en una gráfica diferente se representa el observable $disF \equiv (F_1 - F_2)/ 2$, es decir, la semidiferencia de las dos anteriores, o discrepancia entre dos medidas consecutivas de *F*.

En momentos de gran oscilación del campo magnético externo, F_1 y F_2 pueden llegar a diferir en varias nanoTesles, puesto que las dos medidas están separadas por varios segundos (15 s aprox.). Sin embargo, en momentos de calma no se espera que las variaciones en intensidad puedan superar varias décimas de nanoTesla dentro de este corto intervalo de tiempo. Así pues, la representación del observable *disF* debería ser una nube de puntos alrededor de un valor central igual a cero, con una cierta dispersión en función de la actividad magnética externa: hasta varias nanoTesles de tolerancia en momentos de alta actividad, y hasta el orden de 1 nT en momentos de calma. Más que dar valores absolutos, es fundamental considerar siempre la desviación típica de los puntos vecinos para decidir si un punto está afectado de error. Hay que señalar que los valores aquí mencionados son válidos para el observatorio LIV, pero la tolerancia variará según las características de cada observatorio, básicamente en función de la latitud magnética. Los puntos que, en comparación a la desviación típica que muestran los puntos de alrededor, se desvíen claramente del valor central 0, deberán ser eliminados a mano por el usuario. En la Fig. 2.5 se muestra un spike en *F* :

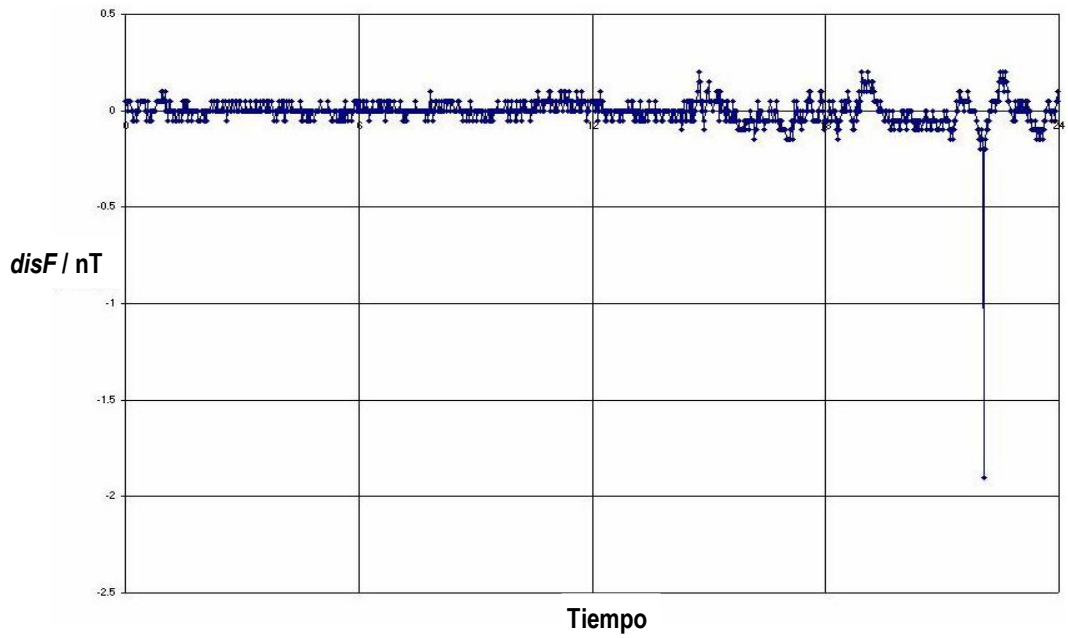


Fig. 2.5: detección de un spike en *F* a través del observable *disF*. Los puntos corresponden a valores minuto.

2- Detección de errores en Inclinación (*I*) y Declinación (*D*):

Consideremos los siguientes observables:

$$\delta I_{+}^{'} \equiv \frac{180^{o}}{\pi}\left(\frac{F_{I+}^{2} - F^{2} - \langle a_{I}\rangle^{2}}{2F\langle a_{I}\rangle}\right), \qquad \textbf{2. 16}$$

$$\delta I_{-}^{'} \equiv -\frac{180^{o}}{\pi}\left(\frac{F_{I-}^{2} - F^{2} - \langle a_{I}\rangle^{2}}{2F\langle a_{I}\rangle}\right), \qquad \textbf{2. 17}$$

donde ahora $\delta I_{+}'$ i $\delta I_{-}'$ están definidos igual que los respectivos δI_{+} i δI_{-} (según las aproximaciones 2. 9 y 2. 11), pero con la diferencia que $\langle a_I \rangle$ es la media del valor a_I tomando 60 minutos alrededor del minuto *m* considerado; es decir:

$$\langle a_{I}\rangle = \frac{\sum_{\substack{m'=m-30 \\ (m'\neq m)}}^{m+30} a_{I,m'}}{60},$$

donde $a_{I,m'}$ es el valor de a_I en el minuto *m'*, calculado según la ecuación 2. 13. Según esta definición, se observa que el valor de $\langle a_I \rangle$ en el minuto *m* no depende del minuto *m*, puesto que no se incluye en la media.

De 2. 16 y 2. 17 se cumple en general que:

$$\frac{\delta I_+^{'} + \delta I_-^{'}}{2} = \frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4F\langle a_I \rangle}\right).$$

En la práctica se observa que $\langle a_I \rangle$ no difiere de a_I en más de varias decenas de nanoTesla; en consecuencia, $|\langle a_I \rangle - a_I| \ll a_I$ ($a_I > 20000$ nT), y por lo tanto podemos escribir:

$$\frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4F\langle a_I \rangle}\right) = \frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4Fa_I}\right)$$

con un error inferior al 0.5%. Pero el segundo término de esta ecuación es precisamente el valor calculado para δI según la aproximación 2. 6. Por lo tanto, se cumple que:

$$\frac{\delta I_+^{'} + \delta I_-^{'}}{2} = \frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4Fa_I}\right) = \delta I_{calc} \qquad \textbf{2. 18}$$

en muy buena aproximación.

Todo lo que se ha dicho hasta ahora en este segundo subapartado en relación a *I* es aplicable a *D,* excepto ciertos pequeños cambios en las expresiones:

$$\delta D_+^{'} \equiv \frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{D+}^2 - F^2 - \langle a_D \rangle^2}{2F\cos I^0 \langle a_D \rangle}\right), \qquad \delta D_-^{'} \equiv -\frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{D-}^2 - F^2 - \langle a_D \rangle^2}{2F\cos I^0 \langle a_D \rangle}\right),$$

$$\langle a_D \rangle = \frac{\sum_{\substack{m'=m-30 \\ (m' \neq m)}}^{m+30} a_{D,m'}}{60},$$

$$\frac{\delta D'_{+} + \delta D'_{-}}{2} = \frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{D+}^{2} - F_{D-}^{2}}{4F\cos I^{0}\langle a_{D}\rangle}\right) \cong \frac{180^{\circ}}{\pi}\left(\frac{F_{D+}^{2} - F_{D-}^{2}}{4F\cos I^{0} a_{D}}\right) = \delta D_{calc}\,.$$

Así pues, hemos construido dos pares de observables, $\delta I'_{+}$, $\delta I'_{-}$ y $\delta D'_{+}$, $\delta D'_{-}$ la media de los cuales (a parejas) es siempre el valor calculado (correcta o erróneamente) para nuestras variables δI y δD.

Discutiremos a continuación los dos casos particulares vistos en el apartado 2.3.2.1en términos de estos dos nuevos observables:

Caso 1: (una caída de corriente a lo largo del minuto m_{tst} producía una menor polarización tanto en sentido directo como inverso; aun así, la simetría de ambas polarizaciones implicaba un valor correcto para δI).

Supongamos que F y δI son continuas en m_{tst}, es decir, que no presentan ningún salto en su registro en este minuto. Atendiendo a la ecuación 2. 3 (signo positivo), y dado que a_{I+} es anómalamente pequeño, se espera que F_{I+} sea también consecuentemente más pequeño de lo que correspondería a un valor normal de la polarización (puesto que F y δI no dependen de ésta). Así pues, la ecuación 2. 16 para $\delta I'_{+}$ nos da un pico en sentido negativo, puesto que F_{I+} es anómalamente pequeño; F presenta un valor normal (o mejor dicho, es continua en el punto m_{tst}) y $\langle a_{I}\rangle$ no depende de la intensidad de la polarización en el minuto m_{tst}. Del mismo modo, $\delta I'_{-}$, calculado según la ecuación 2. 17, nos da un pico, pero esta vez en sentido positivo, puesto que en ella F_{I-} (ecuación 2. 3, signo negativo), a pesar de disminuir, está afectada por un signo negativo que provocará un aumento de su valor global. Pero la ecuación 2. 18 nos dice que la media de $\delta I'_{+}$ i $\delta I'_{-}$ es el valor calculado para δI que, como hemos dicho más arriba, corresponde además al valor correcto de δI, dado que se cumple la hipótesis de simetría. En conclusión, si dibujamos $\delta I'_{+}$ por un lado, y $\delta I'_{-}$ por el otro, veremos que la primera gráfica tiene un pico decreciente en el minuto m_{tst}, mientras que la segunda lo tiene exactamente igual pero en sentido contrario en el mismo minuto (puesto que la media es correcta).

La Fig. 2.6 muestra dos curvas superpuestas correspondientes al caso 1.

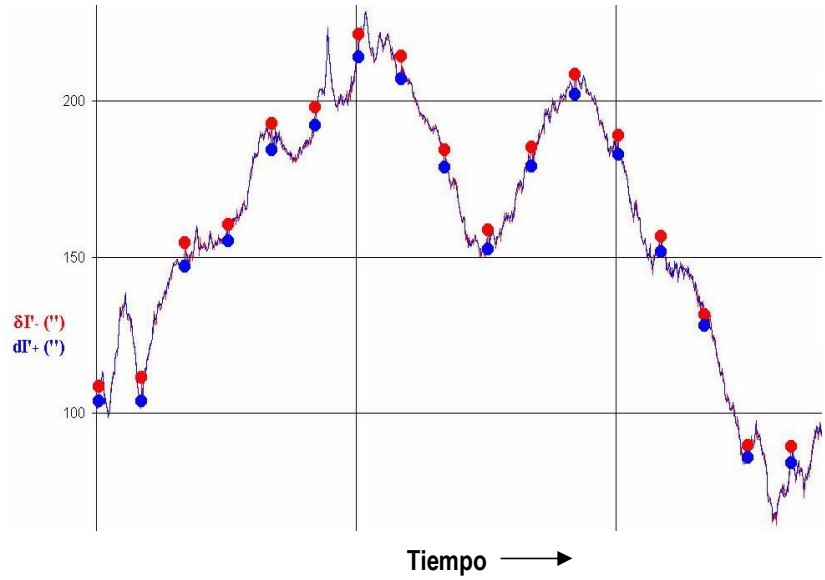


Fig. 2.6: Superposición de las gráficas para $\delta I'_+$ (en azul) y $\delta I'_-$ (en rojo). Se observa coincidencia para todos los puntos excepto los marcados. Posteriormente se observó que los picos coincidían con el minuto de la transmisión de los datos, lo que provocaba una variación (en este caso una disminución) sostenida de intensidad para las bobinas que repercutía en el propio magnetómetro vector.

Caso 2: (una subida de corriente durante los segundos en los que perdura la polarización directa dentro del minuto m_{tst} provoca una polarización directa (a_{I+}) anómalamente grande; superior a la polarización inversa (a_{I-}). Por no cumplirse la hipótesis de simetría, el valor calculado para δI (δI_{calc}) es incorrecto).

Una vez más, supondremos que F y δI son continuas en m_{tst}. Atendiendo de nuevo a la ecuación 2. 3, y dado que a_{I+} es anómalamente grande, se espera que F_{I+} sea también consecuentemente superior a lo habitual. Esto hace que $\delta I'_+$ presente un pico en sentido positivo en el minuto m_{tst}. Del contrario, $\delta I'_-$ no presenta ningún pico, puesto que la polarización ha sido completamente "normal", y por lo tanto a_{I-} coincide aproximadamente con la media $\langle a_I \rangle$ de su alrededor, con lo que, en virtud de la ecuación 2. 3, F_{I-} es también normal. Sin embargo, la ecuación 2. 18 nos dice que la media de $\delta I'_+$ i $\delta I'_-$ es el valor calculado para δI que, como hemos dicho más arriba, esta vez no corresponde al valor correcto de δI, dado que no se cumple la hipótesis de simetría. En conclusión, si se dibujan las gráficas de $\delta I'_+$ y $\delta I'_-$ se observa que la primera tiene un pico creciente en el minuto m_{tst}, mientras que la segunda *no presenta ninguno*, es decir, el registro es completamente continuo en el punto m_{tst}. La media, por supuesto, estará desplazada en sentido positivo una distancia correspondiente a la mitad de la altura del pico $\delta I'_+$.

La Fig. 2.7 muestra las dos gráficas superpuestas correspondientes al caso 2:

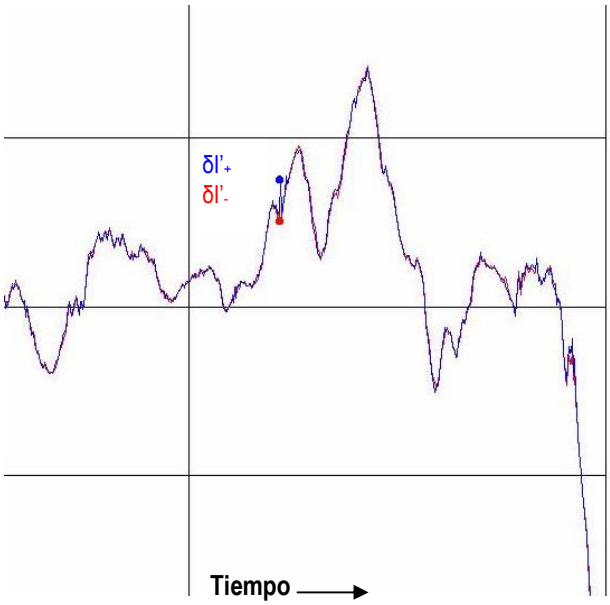


Fig. 2.7: Superposición de las gráficas para $\delta I'_+$ (en azul) y $\delta I'_-$ (en rojo). Se observa coincidencia en todos los puntos del gráfico excepto en los marcados, donde el punto azul se desmarca claramente del resto, mientras que el rojo sigue el registro "normal".

Corolario: en el proceso de medida de δI i δD, cada uno de los cuales se divide en una polarización directa e inversa de las bobinas correspondientes, es fundamental la localización de polarizaciones diferenciales (o asimétricas). Hemos conseguido dos observables ($\delta I'_+$ y $\delta I'_-$ en el caso de I, $\delta D'_+$ y $\delta D'_-$ en el caso de D) que, comparándolos, permiten teóricamente distinguir si las polarizaciones han sido realmente simétricas o no con el fin de decidir, en último término, si es o no preciso rechazar los valores correspondientes.

El objetivo propuesto inicialmente, consistente en distinguir polarizaciones simétricas de lo que no lo son, se ha cumplido; es conveniente, sin embargo, cuantificar ahora el grado de simetría de ambas polarizaciones. Con este fin, se propone reunir ambos observables $\delta I'_+$ y $\delta I'$- en dos observables más que en definitiva son combinaciones lineales de los primeros y que actuando conjuntamente se utilizan como definitivos para la búsqueda de spikes.

En primer lugar, y análogamente al proceso de detección de medidas erróneas en F, se definen

$$disI \equiv \frac{\delta I'_+ - \delta I'_-}{2}, \qquad disD \equiv \frac{\delta D'_+ - \delta D'_-}{2},$$

y los denominaremos “discrepancia entre dos valores consecutivos de *I*, o de *D*”, puesto que en cierto modo se puede suponer que $\delta I'_+$ y $\delta I'_-$ ($\delta D'_+$ i $\delta D'_-$) son medidas independientes de δI (δD). Estos observables nos permiten en realidad detectar fácilmente polarizaciones anómalas, puesto que si los desarrollamos a partir de las ecuaciones 2. 16 y 2. 17 (y las correspondientes para *D*) encontramos que:

$$disI \equiv \frac{\delta I'_+ - \delta I'_-}{2} \cong \frac{180^\circ}{\pi}\left(\frac{a_I - \langle a_I \rangle}{F}\right), \qquad disD \equiv \frac{\delta D'_+ - \delta D'_-}{2} \cong \frac{180^\circ}{\pi}\left(\frac{a_D - \langle a_D \rangle}{H}\right);$$

así pues, aunque permiten distinguir polarizaciones anómalas, estos observables no permiten distinguir si las polarizaciones han sido simétricas o diferenciales. Para tal fin utilizaremos el observable siguiente:

$$ErrI_m = \left| \frac{\left| \delta I'_{+(m)} - \left(\frac{\delta I'_{+(m+1)} + \delta I'_{+(m-1)}}{2} \right) \right| - \left| \delta I'_{-(m)} - \left(\frac{\delta I'_{-(m+1)} + \delta I'_{-(m-1)}}{2} \right) \right|}{2} \right|,$$

$$ErrD_m = \left| \frac{\left| \delta D'_{+(m)} - \left(\frac{\delta D'_{+(m+1)} + \delta D'_{+(m-1)}}{2} \right) \right| - \left| \delta D'_{-(m)} - \left(\frac{\delta D'_{-(m+1)} + \delta D'_{-(m-1)}}{2} \right) \right|}{2} \right|,$$

donde $\delta I'_{+(m)}$ ($\delta D'_{+(m)}$) es el valor de $\delta I'_+$ ($\delta D'_+$) en el minuto *m*. Lo denominaremos “error en la medida de *I* o *D*”, y de hecho, lo único que hace es cuantificar el grado de simetría de las polarizaciones comparando con los puntos de su entorno inmediato. Una visión intuitiva de este segundo observable la podemos tener analizando el caso ideal de la Fig. 2.8:

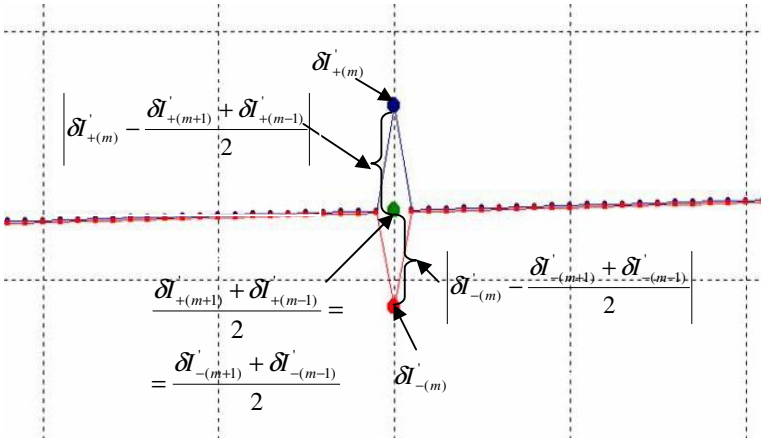


Fig. 2.8: Significado del observable *Errl*. La gráfica azul representa el observable $\delta I'_+$ y la roja $\delta I'_-$. Ambas presentan polarizaciones anómalas en el minuto *m*. El punto verde corresponde a la interpolación de $\delta I'_+$ y $\delta I'_-$ tomando como referencia los puntos vecinos.

En el caso 1 discutido más arriba, el observable *disl* nos mostraría un pico en el minuto m_{tst}, puesto que la polarización ha sido anómala (ver Fig. 2.9).

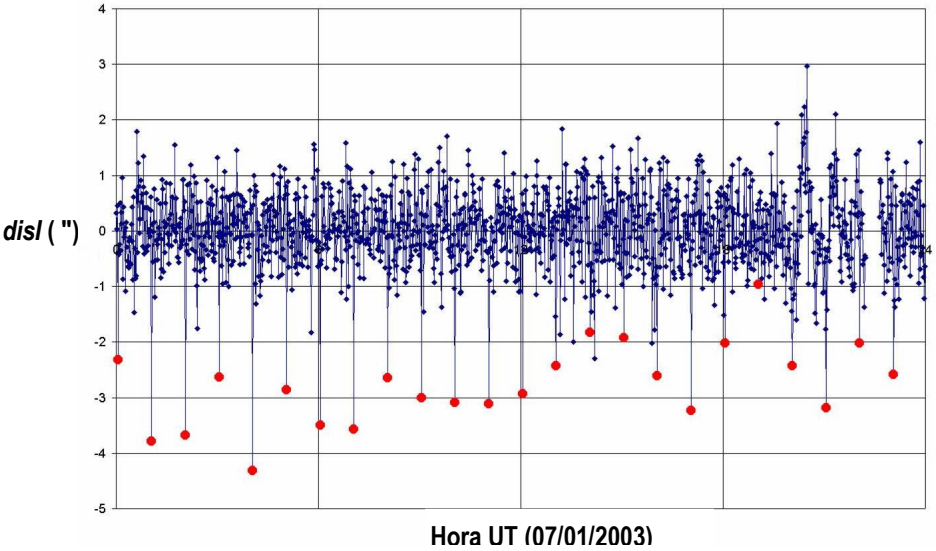


Fig. 2.9: Evolución del observable *disl* correspondiente a la gráfica de la Fig. 2.6. Los puntos en rojo muestran las anomalías en la polarización correspondientes a la variación de la corriente en los minutos de transmisión de datos, una vez cada hora.

Vamos a analizar brevemente lo que obtendríamos en el caso 1 con el observable *Errl* (Fig. 2.10): el primer término con valor absoluto del numerador no es más que el pico negativo que comentábamos, correspondiente a la polarización directa. El segundo término con valor absoluto no es más que el pico positivo, de dimensiones iguales que el primero, pero con signo contrario.

Por lo tanto, al tomar valores absolutos y restando, el numerador se hace cero y también el error, en correspondencia con el hecho de que, como ya sabíamos, no hay error en esta medida, puesto que se cumple la hipótesis de simetría.

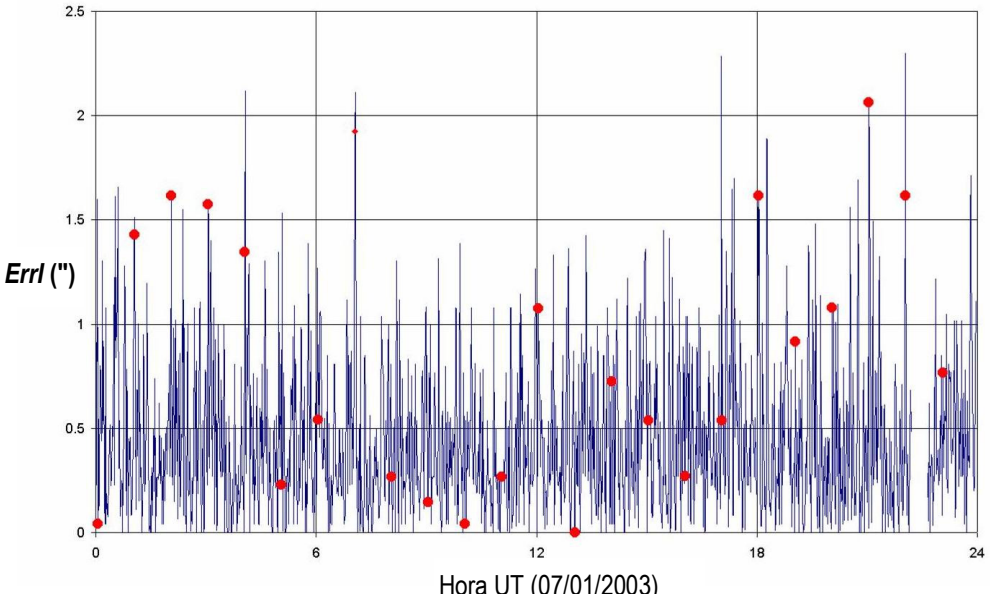


Fig. 2.10: Evolución del observable *Errl*. Los puntos en rojo corresponden a las anomalías en la polarización que se observaban con *disl*; con este nuevo observable se consigue filtrar los picos de la Fig. 2.9.

En el caso 2*, disl* mostrará también una anomalía en la polarización en el minuto m_{tst} (Fig. 2.11):

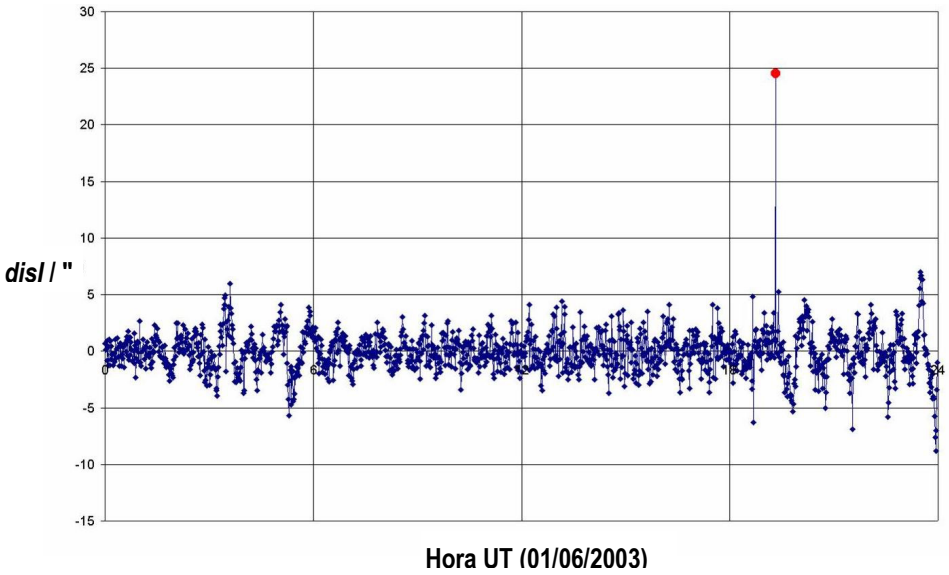


Fig. 2.11: Evolución del observable *disl*. El punto en rojo muestra la anomalía en la polarización correspondiente al aumento repentino de corriente.

Con respecto a *ErrI* en el caso 2 (Fig. 2.12), en cambio, el primer término del numerador será positivo, el segundo aproximadamente cero, y el error en la medida de *δI* será por lo tanto la mitad de la altura del primer término, puesto que ésta será precisamente la diferencia entre el valor calculado para *δI* y su valor real, como se ha dicho anteriormente.

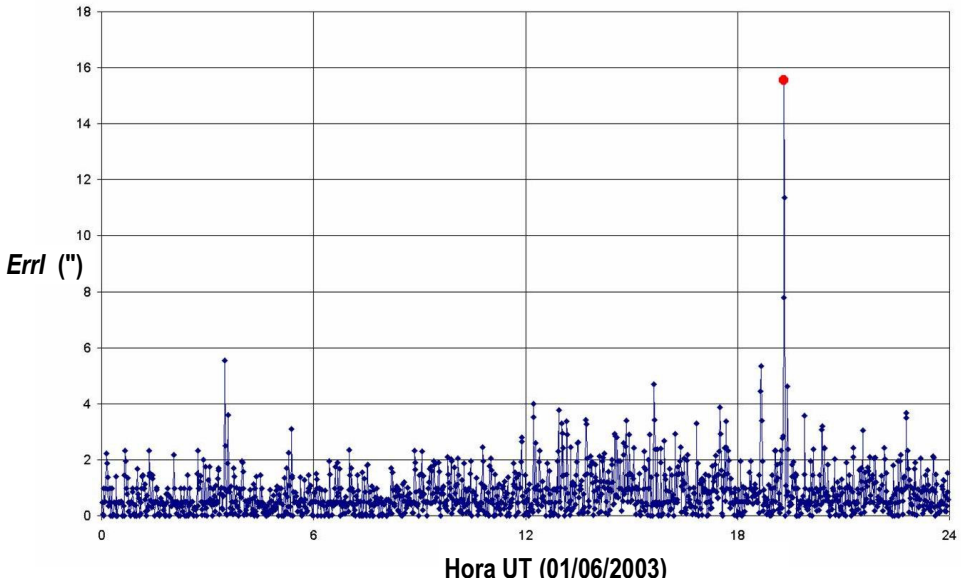


Fig. 2.12: Evolución del observable *ErrI*. El punto rojo muestra la anomalía que se observaba en *disI* y que aquí continúa observándose.

Este último observable, tal y como está definido, también nos permite cuantificar el error que se está cometiendo en la medida en momentos de gran oscilación del campo magnético externo, puesto que establece la discrepancia entre la determinación correspondiente a la polarización directa y la inversa dentro del mismo minuto. Como se ha establecido en la sección 2.2.2, en esta última figura se observa que el error estadístico que afecta las medidas con el magnetómetro vector ronda los 2" de arco en momentos de calma magnética. Aun así, se observa un ligero aumento de la actividad a partir de las 12h UT. Esta diferencia se manifiesta en este observable y es debida al incumplimiento, en un sentido estricto, de la hipótesis ("a") de variación nula del campo magnético (sección 2.2), mientras que el pico alrededor de las 21h UT es debido al incumplimiento de la hipótesis ("b") de simetría.

2.3.2.3 Procedimiento

El procedimiento que se recomienda seguir para la práctica de detección de spikes es el siguiente:

1. Visualizar la gráfica *disF* = (F_1 – F_2)/ 2. Si existen picos que claramente se apartan de la variación típica de los puntos vecinos será preciso determinar cuál de las dos medidas (F_1, F_2 o ambas) es la incorrecta. Para hacerlo, será necesario visualizar F_1 y F_2 y eliminar la medida defectuosa una vez detectada. A modo de orientación, la variación típica de *F* en Livingston en el tiempo que dura el ciclo de medida es del orden de la décima de nanoTesla o inferior, y depende de si se trata de un día perturbado o de calma. Como se ha dicho más arriba, todos los puntos que estén aislados y se aparten (respecto de la media 0) 1 nT o más, son claros candidatos a ser eliminados; aún así, debe aclararse que no se puede hablar en términos absolutos, sino que se deben tener en cuenta siempre los puntos vecinos.

   Si se ha determinado un spike en *F* en un cierto minuto es probable que este spike aparezca también en *I* y *D*, puesto que ambos valores se determinan a partir de *F* (como ha quedado claro con las expresiones correspondientes).

2. A continuación se visualizará la gráfica *disI* y se seguirá un procedimiento parecido al anterior: si aparece algún pico que se aparta de la tendencia vecinal se anotará aparte. La variación típica que se experimenta en este observable entre las determinaciones δI_+ y δI_- es alrededor de 1 o 2 segundos de arco, dependiendo también de si se trata de un momento de calma o perturbado. Todos aquellos puntos que se encuentren aislados y se aparten en más de 7 segundos de arco del resto del registro se anotarán aparte. A continuación, y dado que *disI* es insuficiente para determinar si la polarización ha sido diferencial, hará falta acudir a la gráfica *ErrI*. Si los puntos anotados en el paso anterior coinciden con picos claros en esta nueva gráfica, será preciso averiguar cuál de las dos polarizaciones (δI_+ o δI_-) ha sido incorrecta. Para hacerlo, se visualizarán en una misma gráfica las curvas correspondientes a $\delta I'_+$ y $\delta I'$- y se determinará cuál de los dos presenta el pico (o si los dos lo presentan) para su posterior eliminación. Si un pico en *disI* no se presenta en *ErrI* es porque se trata de una polarización simétrica aun cuando anómala, por lo tanto no deberá ser eliminado porque se cumple la hipótesis de simetría. Si un pico se presenta en *ErrI* pero no en *disI* se deberá ser cauteloso, pero probablemente el problema reside entonces en los puntos vecinos y por lo tanto tampoco será eliminado.

3. Aplicar los mismos pasos que en el punto 2 pero ahora a *D* en lugar de *I*. En este caso la experiencia demuestra que se debe ser más permisivo en los valores críticos o umbral, puesto que la variación típica en este observable es ligeramente superior durante el tiempo que duran

las determinaciones directa e inversa. Así por ejemplo, podemos tomar los 10 segundos de arco como umbral para la discrepancia de las medidas de D ($\delta D'_+$ y $\delta D'_-$) para sospechar del dato correspondiente. En este punto cabe hacer una pequeña observación: el hecho de que las polarizaciones de las bobinas D en LIV tengan lugar en la periferia de la secuencia de medidas (ver sección 2.3) hace aumentar ligeramente este valor umbral hasta unos 14". Esto es debido a que a_D, calculado según la ec. 2. 12, requiere que el valor de F que aparece corresponda aproximadamente al tiempo en que se producen las medidas F_{D+} y F_{D-}. Si se toma F como la media de F_1 y F_2, entonces podemos pensar que han transcurrido unos 15 s entre la determinación que corresponde F, y la correspondiente a las polarizaciones de D, intervalo suficiente para que la intensidad del campo varíe considerablemente en momentos de perturbación, cosa que produce un falso valor de a_D. La situación mejora considerablemente si en lugar de tomar la media de F_1 y F_2 se toma F_2, puesto que temporalmente se encuentra mucho más cerca de las medidas de D. Esta problemática no aparece respecto a I, puesto que F_1 y F_2 están distribuidas simétricamente alrededor de F_{I+} y F_{I-}. Lo ideal sería, pues, tener una tercera medida de F (F_3) al final de la secuencia, y tomar como F para la ecuación 2. 12 la media de F_2 y F_3. Se adaptará, pues, el umbral de referencia, en función de la secuencia de cada observatorio y del valor adoptado para F.

2.3.3. Ruido magnético

En una situación ideal se debería alejar infinitamente cualquier fuente artificial de posible perturbación con respecto a la estación geomagnética, ya sea material magnéticamente susceptible, emisiones de radiofrecuencia, etc. En la práctica, incluso la propia parte electrónica que gobierna la estación contiene materiales magnéticamente susceptibles. Hace falta, pues, alejarlos una distancia razonable (ver, p. ej. *Jankowski* y *Sucksdorff*, 1996) para que no interfieran en las medidas. En general, las fuentes de ruido magnético artificial tienen que estar situadas a una distancia tal que la superposición de sus perturbaciones sobre el punto donde se ubican el magnetómetro sea inferior a la precisión teórica de éste (sección 2.2.2).

Es bien conocida la problemática de muchos observatorios geomagnéticos, que han tenido que migrar a zonas despobladas debido a la expansión de las ciudades, electrificación de líneas férreas, centrales eléctricas, líneas de alta tensión, tránsito, etc. Afortunadamente, esta incidencia es mínima, por el momento, en el observatorio geomagnético de la Isla antártica de Livingston. A pesar de todo, el mantenimiento de la propia estación obliga de vez en cuando al operario a acercarse con cierto

material al magnetómetro vector. Cuando es así, debe tomarse nota del intervalo de tiempo empleado y eliminar, posteriormente en el registro, los datos correspondientes.

2.3.4. Efecto sistemático debido a la incorrecta colocación del instrumento

Al enumerar las condiciones ideales para el magnetómetro vector se ha comentado la necesidad de situar las bobinas D en un plano vertical. En la práctica supondremos que este plano se desvía un cierto ángulo θ respecto al vector gravedad. En esta sección se analizarán las repercusiones que, en general, comporta una rotación cualquiera de los ejes de coordenadas propios del magnetómetro vector respecto al sistema de referencia teórico definido por los ángulos D_0 e I_0 (sección 2.2), adoptados para el cálculo de D e I.

Definamos una rotación del sistema $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$, $\hat{\mathbf{k}}$ expuesto en la sección 2.2 de la siguiente manera:

1) Rotación de ángulo Φ alrededor del eje z. El vector que representa esta rotación se expresa como $\phi\hat{\mathbf{k}}$, tras la cual, los nuevos vectores unitarios en la dirección de los ejes coordenados son $\hat{\mathbf{i}}_1$, $\hat{\mathbf{j}}_1$, $\hat{\mathbf{k}}_1 = \hat{\mathbf{k}}$ (ver Fig. 2.13).

2) Rotación de ángulo θ alrededor del eje x, definida por $\theta\hat{\mathbf{i}}_1$. Los nuevos ejes son $\hat{\mathbf{i}}_2 = \hat{\mathbf{i}}_1$, $\hat{\mathbf{j}}_2$, $\hat{\mathbf{k}}_2$.

3) Rotación de ángulo ψ alrededor del eje y, definida por $\psi\hat{\mathbf{j}}_2$. Los nuevos ejes son $\hat{\mathbf{i}}'$, $\hat{\mathbf{j}}' = \hat{\mathbf{j}}_2$, $\hat{\mathbf{k}}'$.

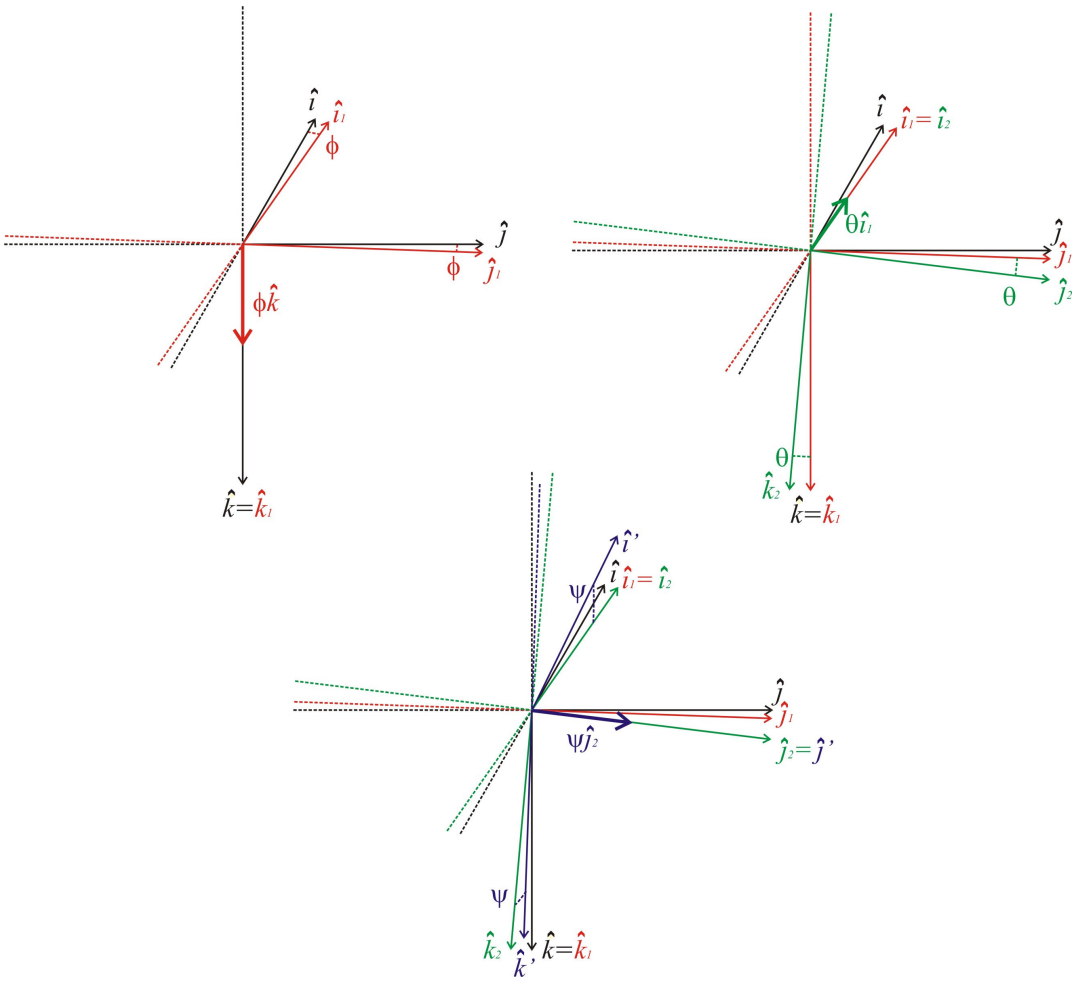


Fig. 2.13: Definición del sistema real *prima* a partir del ideal $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$, $\hat{\mathbf{k}}$.

El sistema de coordenadas sin *prima* continúa siendo, pues, el ideal definido en la sección 2.2, mientras que el *prima* es el propio del magnetómetro vector, y especifica la dirección real de sus planos, de forma que una configuración arbitraria del magnetómetro vector queda determinada unívocamente por estos tres parámetros. $\hat{\mathbf{j}}'$ es paralelo a la recta directora de las bobinas D, mientras que $\hat{\mathbf{i}}$ y $\hat{\mathbf{k}}$ son coplanares a este par de bobinas. $\hat{\mathbf{i}}$ es un vector tal que, aplicándole una rotación definida por $-I_0\,\hat{\mathbf{j}}$, se sitúa en el plano de las bobinas I; finalmente, $\hat{\mathbf{k}}$ se encuentra a partir del producto vectorial $\hat{\mathbf{i}}\times\hat{\mathbf{j}}$, como es habitual. Dado que todos los parámetros (en concreto, *δD* y *δI)* estarán ahora dados en la base *prima* propia del magnetómetro, nos interesa aquí saber cómo se expresa un vector de la base *prima* en la base sin *prima*. Para hacerlo, multiplicaremos por la derecha el vector de la base *prima* por la siguiente matriz, que denominaremos $\mathbf{R_2}$:

$$\mathbf{R_2} = \begin{pmatrix} \cos\phi & -sen\phi & 0 \\ sen\phi & \cos\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -sen\theta \\ 0 & sen\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\psi & 0 & sen\psi \\ 0 & 1 & 0 \\ -sen\psi & 0 & \cos\psi \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cos\phi\cos\psi - sen\phi sen\theta sen\psi & -sen\phi\cos\theta & \cos\phi sen\psi + sen\phi sen\theta\cos\psi \\ sen\phi\cos\psi + \cos\phi sen\theta sen\psi & \cos\phi\cos\theta & sen\phi sen\psi - \cos\phi sen\theta\cos\psi \\ -\cos\theta sen\psi & sen\theta & \cos\theta\cos\psi \end{pmatrix}. \qquad \textbf{2. 19}$$

Sus columnas son los vectores $\hat{\mathbf{i}}'$, $\hat{\mathbf{j}}'$, $\hat{\mathbf{k}}'$ expresados en la base sin *prima*. Así, dado que $\hat{\mathbf{j}}'$ es el vector director del plano de las bobinas D, las polarizaciones $\mathbf{a_{D\pm}}$, que se escriben $\pm(0, a_D, 0)$ en la base prima, pasan a escribirse ahora como:

$$\mathbf{R_2}\begin{pmatrix} 0 \\ \pm a_D \\ 0 \end{pmatrix} = \pm a_D \begin{pmatrix} -\sin\phi\cos\theta \\ \cos\phi\cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \qquad \textbf{2. 20}$$

y los vectores $\mathbf{F_{D+}}$ y $\mathbf{F_{D-}}$, superposición de $\mathbf{B_{nat}}$ y $\mathbf{a_{D\pm}}$, se escriben como:

$$\vec{F}_{D\pm} = F\begin{pmatrix} \cos I\cos\delta D \\ \cos I\sin\delta D \\ \sin I \end{pmatrix} \pm a_D \begin{pmatrix} -\sin\phi\cos\theta \\ \cos\phi\cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}. \qquad \textbf{2. 21}$$

Tomando los módulos al cuadrado se encuentra que:

$$F_{D\pm}^2 = \left(F\cos I\cos\delta D \mp a_D sen\phi\cos\theta\right)^2 + \left(F\cos I sen\delta D \pm a_D\cos\phi\cos\theta\right)^2 + \\ + \left(F sen I \pm a_D sen\theta\right)^2,$$

con lo cual

$$\frac{F_{D+}^2 - F_{D-}^2}{4Fa_D} = \cos I\cos\theta sen\left(\delta D - \phi\right) + sen I sen\theta.$$

Aplicando un procedimiento análogo para *I*, se encuentra que:

$$\frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4Fa_I} = senI\cos\theta\cos(I_0 - \psi) - \cos Isen(I_0 - \psi)\cos(\delta D - \phi) -$$

$$- \cos Isen\theta\cos(I_0 - \psi)sen(\delta D - \phi),$$

donde el lado izquierdo de las dos ecuaciones anteriores es independiente del sistema de referencia utilizado, y se calcula directamente a partir de las medidas realizadas con el magnetómetro vector, puesto que a_I y a_D continúan teniendo las expresiones 2. 12 y 2. 13. Las denominaremos *f(D)* y *f(I)* respectivamente.

Despejando *I* y *δD* de las dos expresiones anteriores resulta:

$$I = arcsen\left(sen(I_0 - \psi)\cos\theta\sqrt{1 - f^2(I) - f^2(D)} + f(I)\cos\theta\cos(I_0 - \psi) + f(D)sen\theta\right) \quad \textbf{2. 22}$$

$$\delta D = \phi + arcsen\left(\frac{f(D) - sen\theta senI}{\cos\theta\cos I}\right), \quad \textbf{2. 23}$$

que se reducen a 2. 2 y 2. 4 cuando $\Phi = \theta = \psi = 0$. Vale la pena notar que es imposible *a priori* conocer el valor real de estos tres parámetros que falsean el valor de los elementos angulares *D* e *I* a partir sólo de las medidas del magnetómetro vector. De hecho, cuando se coloca el instrumento por primera vez es importante que su valor sea el más próximo posible a cero, y muy a menudo no se dispone más que de un nivel de burbuja para conseguirlo. Esta medida puede resultar insuficiente para algunos observatorios si no se dispone de una serie continua de medidas correctoras a partir de un segundo instrumento (como el DIflux).

Para terminar esta sección, y a modo de colofón, decir que en todo momento se ha considerado que ambos pares de bobinas (D e I) son perfectamente perpendiculares; si no fuera así, haría falta añadir una pequeña rotación *σ* que diera cuenta del ángulo entre el eje de las bobinas I y el plano definido por las bobinas D (Fig. 2.14), y a continuación aplicar la matriz de rotación $\mathbf{R_2}$ a los vectores $\mathbf{a_{D\pm}}$ y $\mathbf{a_{I\pm}}$, del mismo modo que en la primera parte de esta sección. Se puede considerar, sin perder generalidad, que el ángulo *σ* sólo afecta las bobinas I; entonces, se demuestra que la expresión 2. 23 continúa siendo válida para *δD*, mientras que la ecuación 2. 22 para *I* se modifica según:

$$I \cong \frac{180^{\circ}}{\pi} f(I) + I_0 - \psi - \frac{\pi\theta^2}{360^{\circ}} \tan I_0 + \frac{f(D)\theta}{\cos I_0} - \frac{90^{\circ} f^2(D)}{\pi} \tan I_0 + \sigma f(D) \,, \qquad \textbf{2. 24}$$

donde sólo se han considerado términos de hasta segundo orden (cuadráticos) con los ángulos. Obviamente, cuando $\sigma = 0$ el desarrollo de 2. 22 hasta segundo orden coincide con 2. 24.

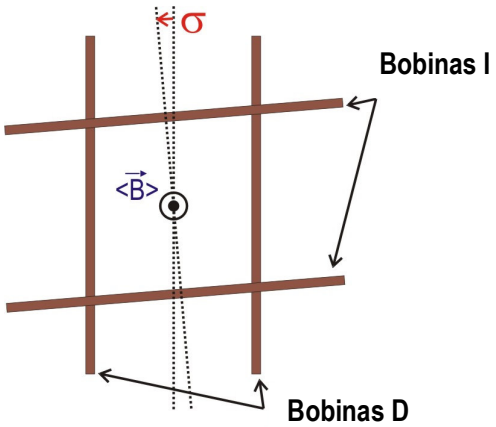


Fig. 2.14: El ángulo σ define la no ortogonalidad entre los dos pares de bobinas. El esquema está visto desde el extremo del vector campo magnético medio, **<B>**.

2.3.5. Otras fuentes de error

En este apartado se mencionan una serie de factores que, en caso de darse, pueden limitar la exactitud de las medidas realizadas con el magnetómetro vector, siendo difíciles de evaluar por la gran cantidad de variables que implicaría su correcta modelización. Para entenderlos, vale la pena recordar brevemente el fundamento de una medida con el magnetómetro de protones:

El sensor consiste en una botella que contiene un líquido rico en protones. En condiciones normales, el momento magnético asociado al spin de cada protón precesiona con una fase aleatoria alrededor de la dirección del campo magnético ambiente; además, los dos posibles estados energéticos del spin del protón ("paralelo" y "antiparalelo") tienen poblaciones prácticamente iguales a temperatura ambiente. El proceso de medida consiste en traer una población significativa de estos protones al nivel menos energético (paralelo) a fin de que resulte una magnetización neta. Al aplicar un campo magnético de dirección diferente al natural (aproximadamente en dirección perpendicular) a través de una bobina ubicada en el interior del sensor, el spin de los protones se orienta en la dirección del nuevo campo

magnético resultante. Entonces, al cesar repentinamente la corriente que circula por esta bobina, el momento magnético de spin de los protones retorna gradualmente a su orientación original, precesionando ahora en fase. La frecuencia de esta precesión es proporcional a la intensidad total del nuevo campo, es decir, a la intensidad del campo ambiente, siendo $\gamma_p = \omega/F = 0.267515255\ s^{-1} \cdot nT^{-1}$ la constante de proporcionalidad conocida como razón giromagnética del protón. Como es sabido a través de las leyes de Maxwell, un campo magnético variable (el asociado a la magnetización neta de la muestra) induce una corriente de la idéntica frecuencia sobre la misma bobina deflectora que rodea el sensor. Esta señal alterna se amortigua en un tiempo típico de pocos segundos, tiempo que tarda la población de protones a volver a sus valores normales, o a perderse la coherencia de fase de la precesión. En este intervalo de tiempo se mide, pues, la frecuencia de este corriente alterno inducido, y se deduce, así, el módulo del campo original. Existen varios métodos para obtener una magnetización neta de la muestra. En un magnetómetro de precesión de protones "clásico" es el propio campo deflector, muy intenso, el que produce una polarización diferencial. En el caso de LIV (un magnetómetro de efecto Overhauser de la casa GEOMAG, modelo SM90R) la polarización diferencial de los protones es producida gracias a la interacción con los electrones libres desaparejados introducidos por un aditivo. Las poblaciones energéticas en equilibrio logradas por este acoplamiento a temperatura ambiente son perturbadas por una señal de radiofrecuencia producido por la propia bobina del sensor, actuando directamente sobre los electrones y obligando, a su vez, a que los protones reorganicen sus poblaciones para lograr un nuevo estado de equilibrio, dando lugar así a la mencionada polarización (para obtener más información sobre los magnetómetros de protones ver, p. ej., *Stuart*, 1972, o <http://www.ultramag.com/overhaus.htm>).

2.3.5.1 Gradientes de campo magnético

Cuando se mide el campo magnético en presencia de fuertes gradientes, la frecuencia de precesión de los protones dentro de la botella del sensor puede diferir ostensiblemente en función del punto, de forma que la fase se vuelve incoherente a medida que pasa el tiempo. En consecuencia, la señal eléctrica inducida en la bobina se debilita, confiriendo más peso relativo al ruido o, dicho de otra manera, disminuyendo la denominada relación señal/ruido. Esto se traduce en una mayor incertidumbre de la medida.

La hoja técnica de cada magnetómetro especifica el gradiente máximo de campo magnético a partir del cual la medida deja de considerarse buena. Así, los magnetómetros de protones de efecto Overhauser, como el utilizado en LIV, toleran nominalmente gradientes de hasta 10^4 nT/m. Considerando que la

longitud total del sensor es de 17 cm, la diferencia máxima de campo entre el centro del sensor y su extremo no puede superar las 10^4 nT/m $\cdot$ 0.17 m/ 2 = 850 nT.

Por otra parte, se puede calcular también la diferencia real de campo producido por las bobinas del magnetómetro vector entre el centro y el punto más periférico del magnetómetro de protones. Esta diferencia está en función de la intensidad que circula por las bobinas, sus constantes propias y el valor típico de *F*, y no supera las 30 nT para el magnetómetro vector de LIV. A esta cantidad debe añadirse el gradiente de campo magnético natural; aún así, este valor es muy inferior al máximo tolerado (ver Fig. 2.15), lo cual indica que la incertidumbre asociada a la medida es razonablemente pequeña. La estimación de esta incertidumbre asociada al gradiente queda fuera del ámbito de este estudio, pero por las razones expuestas más arriba, queda claro que la función que las relaciona es creciente; en este sentido, pues, sería razonable conferir una mayor incertidumbre a las medidas F_{I+}, F_{I-}, F_{D+}, F_{D-} que a las de *F*.

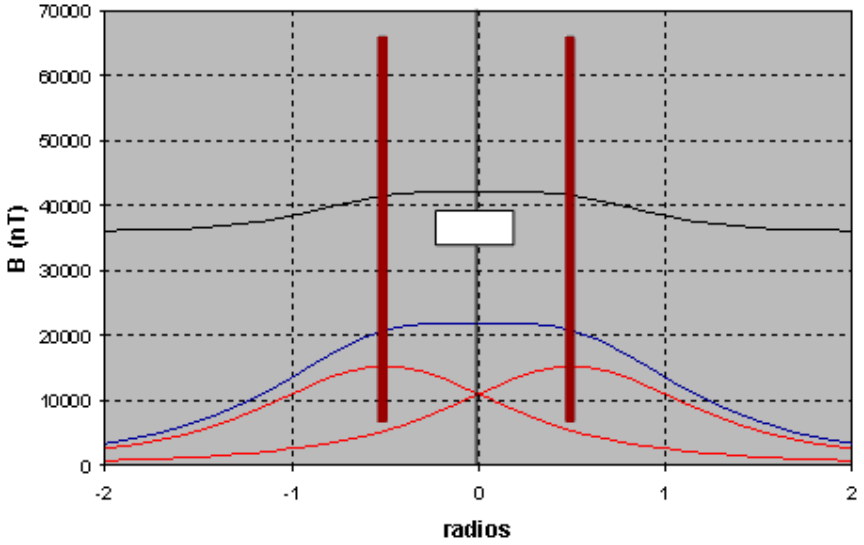


Fig. 2.15: Campo magnético inducido para las bobinas de Helmholtz en función de la distancia. Las gráficas rojas corresponden a la contribución de una única bobina, la azul a ambas, mientras que la negra corresponde a la superposición del campo natural (unas 36000 nT en LIV) con el inducido por las bobinas. Se dibujan también las bobinas y se observa que el campo total (línea negra) es prácticamente constante a lo largo del sensor del magnetómetro de protones (al centro, en blanco).

2.3.5.2 Dilataciones y deformaciones de las bobinas

Una variación significativa de temperatura, o incluso la presencia de humedad en el ambiente pueden afectar la configuración de las bobinas, produciendo ligeras dilataciones en el material que las soporta, y deformaciones que modifican la posición relativa de los diferentes elementos. Al final de la sección 2.3.4 se ha expuesto el resultado de un tipo muy concreto de deformación; la descripción matemática de este hecho implica, en un caso general, la introducción de una cantidad excesiva de variables que den cuenta de rotaciones relativas, desplazamientos, deformaciones más complejas, etc., entre las cuales se encuentran las dimensiones físicas del sensor del magnetómetro de protones que realiza las medidas, dado que en la práctica este elemento no es puntual. Por otro lado, debe tenerse en cuenta que la configuración de Helmholtz está pensada para minimizar el gradiente de campo magnético producido en el punto central, y por lo tanto una deformación excesiva podría implicar la presencia de mayores gradientes en la ubicación del magnetómetro de protones, provocando una disminución de la relación señal/ruido y, en consecuencia, de la calidad de la señal medida. Para minimizar estos efectos, el material que soporta las bobinas, denominado Tufnol Carp Brand, tiene un bajo coeficiente de dilatación térmica y es poco sensible a los cambios de humedad, así como una enorme resistencia eléctrica. Como ejemplo, el coeficiente de dilatación superficial reportado por la casa que fabrica el material es 1.9×10^{-5} K^{-1}. Considerando que las variaciones de temperatura pueden llegar a ser del orden de 25 °C dentro de la caseta, la variación en las dimensiones lineales del apoyo de las bobinas no superaría nunca el 0.025%.

Como corolario de esta sección, analizaremos las consecuencias que un pequeño desplazamiento del sensor de protones (fruto de una deformación de las bobinas, p. ej.) respeto a su posición central tendría sobre los elementos angulares medidos con el magnetómetro vector. Para hacerlo, se ha ejecutado un cálculo numérico iterativo con computador sobre el sistema que opera en LIV, considerando un desplazamiento de la botella de 5 mm respecto al centro de las bobinas, y se ha asumido que el campo reportado por el magnetómetro constituye idealmente la media del campo *F* medido por todos los protones que componen la botella del sensor. En la práctica, se ha dividido la botella en 833 puntos, y se ha observado que el ángulo medido (*D* o *I*) se aparta sistemáticamente del real en un valor máximo ligeramente superior a 1" de arco. Este valor depende, entre otros factores, de la medida de la botella, de la intensidad del campo producido por las bobinas y de la dirección en que se desplaza el sensor. Con todo, este valor debe considerarse pequeño.

2.4 CONCLUSIÓN

Se ha analizado la exactitud global de las medidas realizadas con el magnetómetro vector δI/δD, limitada principalmente por la estabilidad de la fuente de corriente que alimenta sus bobinas, y su resolución temporal, limitada por la frecuencia de muestreo.

La estabilidad a largo plazo del sistema de referencia propio, necesaria para la precisión con que se dan actualmente los diferentes elementos del campo magnético, depende de factores externos al propio instrumento, lo cual le imposibilita, en términos generales, para ser considerado un sistema autosuficiente. Como veremos en el próximo capítulo, es necesario complementar sus medidas con las de un instrumento absoluto capaz de corregir las derivas.

Los magnetómetros clásicos del tipo δI/δD poco a poco se han ido sustituyendo en los diferentes observatorios por otros instrumentos más modernos. Precisamente, una nueva versión suspendida de este magnetómetro vector es la desarrollada por el ELGI (Eötvos Loránd Geophysical Institute, Hungría) en colaboración con el USGS (United States Geological Survey), que utiliza bobinas "esféricas" en vez de bobinas de Helmholtz (ver presentación en http://www.gemsys.on.ca). Su medida más reducida permite un control más preciso de su geometría y un mejor manejo, mientras que el hecho de encontrarse suspendido aumenta su estabilidad (*Hegymegi et. al.,* 2004), hecho que le acerca más al ideal de instrumento absoluto. Otra mejora consiste en el aumento de la resolución temporal, gracias a un ciclo de adquisición más rápido. Pese a las diferencias mencionadas, esta nueva generación utiliza los mismos principios de medida, siendo igualmente válidas muchas de las ecuaciones expuestas en este capítulo.

3. EL SISTEMA CONJUNTO DIFLUX – MAGNETÓMETRO VECTOR δI/δD

En los dos capítulos anteriores se han analizado por separado y en detalle tanto las prestaciones como las limitaciones de los dos instrumentos utilizados para determinar los elementos del vector campo magnético natural en un buen número de observatorios, entre ellos LIV. De este análisis se puede deducir que ninguno de ellos presenta independientemente los requerimientos necesarios para determinar este parámetro de una manera definitiva y continua.

Por un lado, el hecho de que el DIflux tome como referencia el vector gravedad para referir la Inclinación magnética, y una marca de referencia (jalón) para la Declinación, lo convierten innegablemente en un instrumento adecuado para poder ser considerado absoluto. En el capítulo 1 se han descrito las afecciones potencialmente asociadas a este instrumento, y la manera como detectarlas para su eventual corrección; en una situación ideal se asumirá, pues, que sus medidas están exentas de error. Su inconveniente principal proviene del hecho que, mientras no se automatice el proceso de medida (*Van Loo* y *Rasson*, 2006), la adquisición debe ser llevada a término por un observador, y por lo tanto no se produce con la frecuencia suficiente como para disponer de un registro continuo, sistemático y capaz de reflejar las variaciones rápidas asociadas al campo geomagnético. El magnetómetro vector, en cambio, aun teniendo una frecuencia de muestreo superior y sistemática y ser capaz de reflejar, por lo tanto, ciertos tipos de fenómenos por el simple hecho de estar automatizado, no dispone de ningún tipo de sistema de referencia geográficamente absoluto para

referir sus medidas. Este hecho lo fuerza a utilizar un nivel arbitrario, o línea de base, a partir del cual se miden las variaciones de los diferentes elementos del campo. Parece, pues, que ambos instrumentos se complementan a la perfección.

En este capítulo se analiza precisamente bajo qué supuestos es posible complementar las propiedades de estos dos instrumentos para disponer de un sistema conjunto capaz de conseguir el objetivo de todo observatorio: la monitorización continua y precisa del vector campo geomagnético en un punto concreto de la superficie de la Tierra.

3.1 LA SITUACIÓN REAL FRENTE LA IDEAL

Definamos una nueva situación ideal asumiendo que las medidas realizadas con el DIflux están exentas de error sistemático; no así para el magnetómetro vector, afectado por posibles movimientos del pilar donde se sustenta, desviaciones, deformaciones, etc. (en este sentido vale la pena notar que las condiciones ideales expuestas a principio del capítulo 2 para el magnetómetro vector se encuentran aquí relajadas). La táctica empleada en muchos observatorios consiste, pues, en dejar el magnetómetro δI/δD (o, en general, sea cual sea el variómetro empleado) en registro continuo y asumir que las líneas de base de los diferentes elementos magnéticos medidos están potencialmente sujetas a desviaciones (indeseadas) variables con el tiempo. En el caso ideal se supone que estas variaciones son derivas lentas, o en todo caso funciones periódicas de baja frecuencia, con periodos típicos del orden de decenas de días o incluso meses. Es por este motivo que este instrumento hace las funciones de variómetro, puesto que registra fielmente variaciones de periodo corto del campo geomagnético (variación diurna, fenómenos asociados a las tormentas magnéticas, ciertos tipos de pulsaciones, etc.). Una serie de medidas absolutas realizadas ordinariamente con el DIflux con una frecuencia doble que la frecuencia típica de las inestabilidades que afectan al magnetómetro vector permiten corregir teóricamente, en todo momento, las derivas de este instrumento.

Aun sin ser una condición fundamental, es importante también que ambos instrumentos midan los mismos elementos del campo magnético; de esta manera es posible una comparación directa entre ellos, sin necesidad de asumir hipótesis adicionales de conversión. En el caso del DIflux los elementos medidos son *D* e *I*, mientras que con el magnetómetro vector δI/δD son *F* y, en definitiva, *D* e *I*. La interpolación de las diferencias entre las medidas de *D* e *I* tomadas con el DIflux y las tomadas con el magnetómetro vector permite establecer sendas líneas de base. Para que esta interpolación sea

efectiva, hace falta pedir adicionalmente que la variación temporal de los elementos en los puntos donde se ubican ambos instrumentos sea idéntica o, dicho de otra forma, que la diferencia real de los elementos considerados en una ubicación y en la otra sea constante en el tiempo. Esto se conseguiría en el caso concreto que la posición de ambos instrumentos fuera coincidente, puesto que cada punto del espacio tiene, en general, su propio campo magnético y su variación temporal particular. En la práctica la medida de los elementos con el magnetómetro vector implica la polarización de las bobinas de Helmholtz y en consecuencia la creación de campos adicionales, lo cual requiere una distancia mínima de 16 m (considerando los campos creados en LIV y la resolución del modelo particular de DIflux utilizado) entre los dos instrumentos para que sus medidas no se interfieran mutuamente. Para establecer la línea de base en *F* hay que sustituir de vez en cuando el DIflux por un magnetómetro de protones en el pilar fundamental. Así, la suma del registro de cada elemento magnético (*D*, *I y F*) obtenido a través del variómetro más la línea de base de aquel mismo elemento (absoluta – variómetro) permite establecer sus valores definitivos. Con este proceso, lo que se consigue es "traer" o "reducir" las medidas del variómetro al pilar fundamental, es decir, al punto donde se encuentra ubicado el DIflux.

Un último punto a tener en cuenta en un caso real es que las medidas realizadas con el DIflux, aun cuando pueden estar exentas de errores sistemáticos, están siempre afectadas por errores aleatorios. Si se considera, por ejemplo, que para caracterizar la línea de base de un cierto elemento basta con una medida cada 10 días, es conveniente que a lo largo de este periodo se disponga de una estadística suficiente de puntos con el DIflux para reducir la incertidumbre asociada. La incertidumbre típica de la media de las *n* lecturas efectuadas en estos 10 días será la desviación típica de las medidas dividida por la raíz cuadrada de *n*. Se puede determinar, así, el valor de *n* necesario para reducir la incertidumbre a los niveles deseados de precisión para los distintos elementos del campo.

A continuación asumiremos una situación ideal como la expuesta en este capítulo y analizaremos el comportamiento de la diferencia entre los valores obtenidos por ambos instrumentos. Denominaremos D_{FI} e I_{FI} los valores de la Declinación e Inclinación magnéticas medidos en el punto donde se ubican el DIflux, y $\delta D_{\delta I \delta D}$ y $\delta I_{\delta I \delta D}$ los mismos valores obtenidos directamente por el magnetómetro vector en su ubicación, utilizando las expresiones 2. 6 y 2. 7, y suponiendo que este instrumento solamente se ve afectado por una rotación de sus ejes, tal y como la descrita en la sección 2.3.4. Fijémonos primero en la Inclinación. Nos interesa evaluar la diferencia $I_{FI} - \delta I_{\delta I \delta D}$, la interpolación de la cual nos conducirá a la línea de base observada en el elemento *I*. Esta diferencia se puede escribir de la siguiente manera:

$$I_{Fl} - \delta I_{\delta I \delta D} = \left(I_{Fl} - I_{\delta I \delta D}^{corr}\right) + \left(I_{\delta I \delta D}^{corr} - \delta I_{\delta I \delta D}\right),$$

donde $I_{\delta I \delta D}^{corr}$ es el valor teórico de la Inclinación en la ubicación del magnetómetro vector, es decir, el valor de la Inclinación una vez corregida por la expresión 2. 22, suponiendo conocidos los ángulos Φ, θ y ψ. El primer término entre paréntesis de la derecha corresponde a la diferencia de Inclinación geomagnética entre la ubicación del DIflux y la del magnetómetro vector, y lo denominaremos Δ_I, mientras que el segundo corresponde a la diferencia entre la Inclinación real y la empleada para el cálculo de las variaciones en I. Desarrollando la expresión anterior se obtiene:

$$\begin{aligned} I_{Fl} - \delta I_{\delta I \delta D} = \Delta_I + \\ + arcsen\left(sen(I_0 - \psi)\cos\theta\sqrt{1 - f^2(I) - f^2(D)} + f(I)\cos\theta\cos(I_0 - \psi) + f(D)sen\theta\right) - \\ - \frac{180^\circ}{\pi} f(I). \end{aligned}$$

Como se ha dicho, la interpolación de los valores experimentales del lado izquierdo de esta última ecuación (donde ambos términos son conocidos) dará lugar a la línea de base observada en I, $(LbI)_{obs}$, que dependerá, según la situación asumida, de los términos del lado derecha del igual. Dado que los ángulos Φ, θ y ψ se consideran pequeños, en este punto se llevará a término un desarrollo en serie de Taylor y se tomarán términos de hasta segundo orden. Después de una buena dosis de álgebra se llega a la expresión siguiente:

$$I_{Fl} - \delta I_{\delta I \delta D} \cong \Delta_I + I_0 - \psi - \frac{\pi\theta^2}{360^\circ}\tan I_0 + \frac{f(D)\theta}{\cos I_0} - \frac{90^\circ f^2(D)}{\pi}\tan I_0, \qquad \textbf{3. 1}$$

los términos de la cual merecen una breve descripción:

- El segundo término del lado derecha del igual, I_0, es una constante de valor aproximadamente igual a la Inclinación.
- El primero y tercer términos son de primer orden con los ángulos. El primero refleja la diferencia de ubicaciones, mientras que el tercero da cuenta de la desviación real de las bobinas I respecto a su valor asumido, I_0.

- Los términos cuarto, quinto y sexto son de segundo orden. El cuarto es función estrictamente de la desviación θ del eje de las bobinas D respecto al plano horizontal, mientras que el quinto y el sexto dependen del valor de la Declinación a través del factor *f(D)*.

No hay dependencia directa con el ángulo Φ. Supongamos por un momento que los ángulos Φ, θ y ψ son constantes en el tiempo, es decir, contemplemos la posibilidad de que desde un primer momento el magnetómetro δI/δD se ubicara "incorrectamente" o, mejor dicho, de una manera no ideal (según lo descrito en el capítulo 2) en el pilar correspondiente, pero que aun así, esta configuración inicial no ha variado. Además, supondremos que el término Δ_I es también constante en el tiempo, según las condiciones ideales expuestas en esta misma sección. Entonces, los cuatro primeros términos son constantes, y corregidos sistemáticamente por la línea de base. En cambio, los dos últimos dependen de la Declinación, siempre variable, y además afectada por una variación secular. El quinto es inexistente si $\theta = 0$, pero el sexto es persistente aunque es de segundo orden, y se puede demostrar que es debido a la utilización de las ecuaciones 2. 7 y 2. 6 en lugar de las exactas, 2. 2 y 2. 4. El significado de todo ello es claro: aunque el pilar del variómetro fuera absolutamente estable, la línea de base del elemento *I* sería variable por el simple hecho de que el elemento *D* tiene una cierta variación secular. El seguimiento de esta línea de base debe ser más estricto si el plano de las bobinas D se desvía de un plano vertical ($\theta \neq 0$), debido al quinto término de la ecuación 3. 1.

A continuación abordamos el caso de la Declinación:

$$
\begin{aligned}
D_{Fl} - \delta D_{\delta I \delta D} &= \left(D_{Fl} - \delta D_{\delta I \delta D}^{corr}\right) + \left(\delta D_{\delta I \delta D}^{corr} - \delta D_{\delta I \delta D}\right) = \\
&= D_0 + \Delta_D + \phi + arcsen\left(\frac{f(D) - sen\theta senI}{\cos\theta \cos I}\right) - \left(\frac{180^{\circ}}{\pi}\frac{f(D)}{\cos I^0}\right) \cong \\
&\cong D_0 + \Delta_D + \phi - \theta \tan I_0 + \frac{\pi\psi\theta}{180^{\circ}\cos^2 I_0} - \frac{\theta f(I)}{\cos^2 I_0} + \\
&\quad + \frac{f(D) senI_0}{\cos^2 I_0}\left(I_0 - \psi + \frac{180^{\circ}}{\pi} f(I) - I^0\right),
\end{aligned}
\qquad \textbf{3. 2}
$$

donde I^0 es el valor adoptado para la Inclinación en el cálculo de *D* (ver capítulo 2), y la interpolación del lado izquierdo de 3. 2 nos llevará a la línea de base observada para *D*, $(LbD)_{obs}$, que dependerá de los términos del lado derecho. De nuevo, el primero es el valor aproximado de la Declinación, el segundo, el tercero y el cuarto son de primer orden con los ángulos, mientras que los tres restantes son de segundo orden. Una vez más, en el supuesto de que el pilar del variómetro fuese

completamente estable tendría lugar una variación de la línea de base de *D* por el simple hecho de que *I* (a través de *f(I)*) y *D* (a través de *f(D)*) tienen una cierta variación temporal; en este sentido, y especialmente unos años después de la instalación del instrumento, la deriva acumulada por la variación secular puede haber adquirido un peso importante, y puede ser necesario reorientar el magnetómetro vector, haciendo que los valores D_0 e I_0 se aproximen más a los valores de *D* e *I* actuales, a fin de que los términos en función de los parámetros *f(D)* y *f(I)* de las expresiones anteriores no tomen una importancia destacada. Las conclusiones para *D* son idénticas que en el caso de *I,* con la diferencia de que ahora juega un cierto papel el valor I^0 adoptado. En la sección siguiente se valorarán estos aspectos y se aplicarán al caso de LIV.

Cuando se añaden otros tipos de anomalías al magnetómetro vector (aparte de la inexacta orientación), como por ejemplo deformaciones o desplazamientos relativos, las expresiones anteriores se pueden complicar notablemente, pero su introducción no aporta novedades conceptuales.

Con respecto a la línea de base para *F*, hay que tener en cuenta que el hecho de que este parámetro sea escalar y por lo tanto independiente del sistema de referencia utilizado, y que ambas medidas comparativas sean efectuadas con un instrumento absoluto como es el magnetómetro de protones, hace que las líneas de base puedan ser mucho más estables en el tiempo y estén sujetas solamente a la precisión de ambos instrumentos, lo cual requiere un seguimiento menos estricto.

3.2 EL CASO PARTICULAR DEL OBSERVATORIO GEOMAGNÉTICO DE ISLA LIVINGSTON

El observatorio geomagnético de Isla Livingston merece mención aparte, puesto que, como se ha mencionado en la introducción, sus condiciones reales se apartan del caso ideal expuesto más arriba. Por un lado, el desconocimiento de los valores de la línea de base de los diferentes elementos a lo largo del invierno austral obliga a interpolar los valores correspondientes a los veranos vecinos, justamente cuando la temperatura es comparable dentro de la caseta donde se alberga el magnetómetro vector; lógicamente, durante el invierno en esta zona (aun siendo periférica) de la Antártida la temperatura llega a disminuir hasta 25 °C por término medio dentro de la mencionada caseta, y como se ha apuntado en el capítulo 2, los efectos de una variación de esta magnitud pueden ser importantes, tanto para los materiales sobre los que se sustentan las bobinas como para el propio

material del que están formadas. Por otro lado, se observan efectivamente derivas importantes en las líneas de base de algunos de los elementos magnéticos (ver Fig. 3.1.) entre campañas consecutivas, lo cual apoya la mencionada incertidumbre.

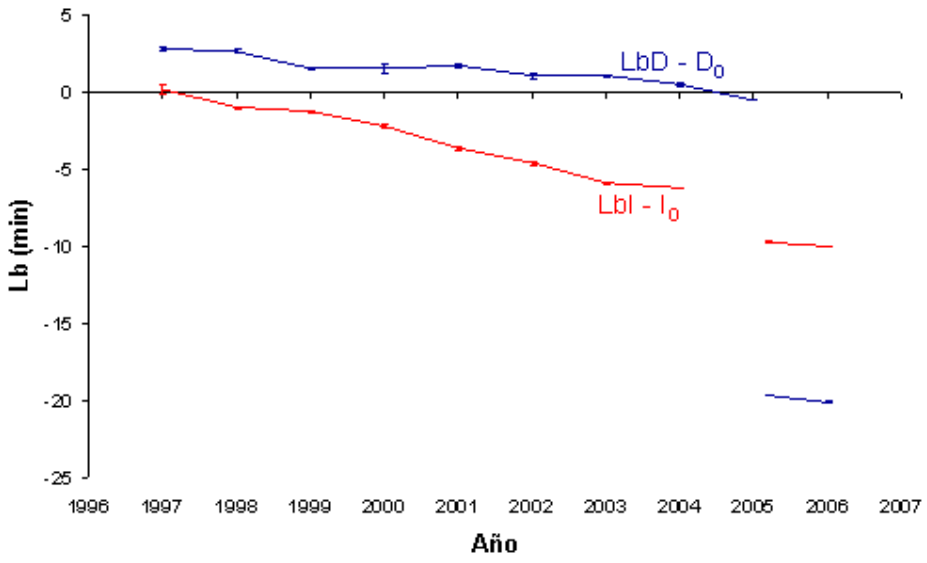


Fig. 3.1: Líneas de base de los elementos *I* y *D* a lo largo de los años. Se observa la acusada deriva, especialmente en relación a la Inclinación magnética, donde se han acumulado más de 6' de arco en los siete primeros años (el salto brusco que se observa el año 2005 corresponde a una reparación y reorientación del magnetómetro vector).

Justamente para evaluar las posibles causas de esta deriva en las líneas de base (y con el objetivo final de corregirlas) se está llevando a cabo una serie de medidas de control en el Observatorio LIV. Estas medidas se han venido aplicando durante las últimas campañas, pero sus resultados deberán ser evaluados a largo plazo, ya desde una cierta perspectiva.

Una primera medida consiste en la corrección del error debido a la utilización de una primera aproximación, potencialmente insuficiente, de las ecuaciones 2. 2 y 2. 4. Concretamente, las ecuaciones 2. 6 y 2. 7 utilizadas normalmente en los observatorios limitan la precisión de los valores calculados δD y δI. Si en su lugar se utiliza la expresión 2. 5 para el cálculo de δI se tiene:

$$\delta I = arcsen\left(senI_0 \sqrt{1-\left(\frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4Fa_I}\right)^2 - \left(\frac{F_{D+}^2 - F_{D-}^2}{4Fa_D}\right)^2} + \frac{F_{I+}^2 - F_{I-}^2}{4Fa_I}\cos I_0 \right) - I_0 \cong$$

$$\cong \frac{180^{\circ}}{\pi} f(I) - \frac{90^{\circ}}{\pi} f^2(D) \tan I_0 , \qquad \textbf{3. 3}$$

donde se ha utilizado una aproximación de hasta segundo orden. La diferencia con la expresión 2. 6 consiste en el último término. Supongamos que la Declinación se aparta 1° de D_0, es decir, δD = 1°. Entonces, según 2. 7 podemos decir que $f(D) \approx \pi/180° \cdot \delta D \cos I^0 \approx \pi/180°\ 1° \cos(-56°) \approx 0.01$ en LIV, y el mencionado término toma el valor $|90°/\pi\ f(D)^2 \tan I_0| \approx 0.004° \approx 0.24'$, que es el error cometido en δI si se menosprecia el último término de 3. 3.

Una estimación del error en D es más comprometida, puesto que depende del valor atribuido a I^0. La ecuación exacta 2. 2 se puede escribir de la siguiente manera en función del valor I^0 utilizado:

$$\delta D = arcsen\left(\frac{f(D)}{\cos I}\right) \cong \frac{180^{\circ}}{\pi}\frac{f(D)}{\cos I} \cong \frac{180^{\circ}}{\pi}\frac{f(D)}{\cos I^0} + f(D)\frac{senI_0}{\cos^2 I_0}\left(I - I^0\right), \qquad \textbf{3. 4}$$

que es la ecuación 2. 7 más el último término de la derecha, donde el factor entre paréntesis es la diferencia entre el valor real de la Inclinación en la posición del variómetro y su valor asumido, I^0. Dado que el valor más aproximado conocido para I es precisamente el del DIflux una vez establecida la línea de base para la Inclinación, entonces se puede tomar $I^0 = I_{FI}$, y por lo tanto $(I - I^0) = (I - I_{FI})$ es la diferencia de Inclinación magnética entre el punto del magnetómetro vector y el punto del Fluxgate, es decir, lo que de manera ideal hemos definido como $-\Delta_I$. El valor exacto para Δ_I es desconocido en LIV, pero una serie de levantamientos magnéticos alrededor del pilar del variómetro revelan que este valor podría rondar 1' de arco. Para un valor de $f(D) \approx 0.01$ (correspondiente a δD = 1°) y $(I - I^0) \approx -1' \approx -0.017°$ el error cometido en δD al despreciar el último término de 3. 4 es inapreciable: $|f(D)\ (I - I^0)\ \text{sen}\ I_0/\cos^2 I_0| \approx 0.0004° \approx 0.027'$. En muchos observatorios, sin embargo, en la práctica se suele tomar $I^0 = I_0 + 180°/\pi\ f(I)$; entonces, se puede demostrar que $I - I^0$ es constante en primera aproximación, y su valor no suele superar las pocas décimas de grado. Tomando $|I - I^0| = 0.1°$ se tiene $|f(D)\ (I - I^0)\ \text{sen}\ I_0/\cos^2 I_0| \approx 0.16'$. Si en cambio se utiliza un valor constante para I^0, entonces el factor $(I - I^0)$ es lineal con δI. Considerando un valor simultáneo de 0.5° para δI y 1° para δD, el error en δD es $|f(D)\ \delta I\ \text{sen}\ I_0/\cos^2 I_0| \approx 0.78'$ en LIV.

Estos valores de 1° para δD y 0.5° para δI se pueden dar perfectamente en un observatorio si se tiene en cuenta la variación secular y la existencia de fenómenos que alteran bruscamente el valor normal del campo; de hecho, se tiene constancia de que en LIV se han superado con creces estos valores (*Gaya-Piqué* et al., 2002). Un error de 0.24' en δI (y, en consecuencia, también en el valor definitivo de I) y 0.78' (o 0.16') para δD deben considerarse excesivos, y se pueden evitar simplemente utilizando versiones más exactas como 3. 3 y 3. 4 (con $I^0 = I_{FI}$ en el caso de D), donde todos los términos son conocidos con buena aproximación.

Nos podemos incluso plantear qué consecuencias tiene el hecho anterior en relación a las líneas de base de ambos elementos. Supongamos que se utilizan las versiones 2. 7 y 2. 6 para δD y δI, y que en el momento de llevar a cabo una medida absoluta con el DIflux el campo se encuentra alterado, o sencillamente la variación secular acumulada durante años ha alejado a D e I de sus valores "medios" iniciales, D_0 e I_0. Supongamos también que el pilar es estable y que la diferencia de los elementos D e I entre la ubicación del DIflux y la del magnetómetro vector es constante y vale Δ_D y Δ_I, respectivamente. Entonces, no podemos pedir una línea de base constante en el tiempo puesto que, por el simple hecho de utilizar unas aproximaciones de primer orden, se desprecian una serie de términos que potencialmente estabilizarían la línea de base en caso de incorporarse.

Veamos cómo quedan modificadas las ecuaciones 3. 1 y 3. 2 al utilizar las aproximaciones 3. 3 y 3. 4, más exactas:

$$\begin{aligned} I_{FI} - \delta I_{\delta I \delta D} &\cong \Delta_I + I_0 - \psi - \frac{\pi\theta^2}{360^\circ}\tan I_0 + \frac{f(D)\theta}{\cos I_0} \cong \\ &\cong \Delta_I + (I_0 - \psi) - \frac{\pi\theta^2}{360^\circ}\tan(I_0 - \psi) + \frac{f(D)\theta}{\cos(I_0 - \psi)}, \end{aligned} \qquad \textbf{3. 5}$$

donde el último paso es posible considerando que la aproximación es de segundo orden. Denominaremos $(LbI)_{real}$ la interpolación de los valores correspondientes al lado izquierdo de la ecuación anterior, habiendo utilizado una expresión más exacta para $\delta I_{\delta I \delta D}$.

En el caso de D el valor de (I - I^0) es desconocido, puesto que también es desconocido el valor de I en la posición del variómetro. Tal y como se ha dicho más arriba, y a sabiendas de que Δ_I no supera los 2'

de arco, se puede considerar una aproximación excelente tomar, en la práctica, que $I^0 = I_{Fl}$ en el cálculo de δD. Entonces, de 3. 5 es fácil ver que:

$$D_{Fl} - \delta D_{\delta I \delta D} = \Delta_D + D_0 + \phi + arcsen\left(\frac{f(D) - sen\theta senI}{\cos\theta \cos I}\right) - \left(\frac{180^{\circ}}{\pi}\frac{f(D)}{\cos I_{Fl}}\right) \cong$$
$$\cong \Delta_D + D_0 + \phi - \theta\tan(I_0 - \psi) - \frac{\theta f(I)}{\cos^2(I_0 - \psi)} - \frac{f(D) sen(I_0 - \psi)}{\cos^2(I_0 - \psi)}\Delta_I \,, \qquad \textbf{3. 6}$$

donde el término con Δ_I aparece como consecuencia de no haber utilizado la expresión exacta para δD, y lo hemos considerado despreciable. Efectivamente, ahora observamos que si, además, la colocación del aparato es la correcta, entonces $\Phi = \theta = \psi = 0$, y la línea de base de estos elementos es constante (puesto que la variación temporal sólo se considera implícita en *f(I)* y *f(D)*). De hecho, es importante destacar que no es necesaria esta condición para que la línea de base sea constante, sino que es suficiente con que $\theta = 0$. Dicho de otra manera, si es buena la hipótesis consistente en considerar que el magnetómetro vector sufre una mala colocación pero a la vez está exento de deformaciones relativas entre las diferentes partes, entonces utilizando las expresiones 3. 3 y 3. 4 (con $I^0 = I_{Fl}$) para δI y δD se consigue una línea de base que será estable si se cumplen los dos requisitos siguientes: a) Δ_D, Δ_I, Φ y ψ son constantes en el tiempo, y b) $\theta = 0$.

A continuación se asumen los dos requisitos anteriores, a) y b), y se analizan con carácter retrospectivo los valores de *f(D)* y *f(I)* de una serie de campañas en LIV para valorar si la deriva observada en las líneas de base puede ser debida a los términos despreciados en las aproximaciones de primer orden expuestos anteriormente. La variación de la línea de base a largo plazo (durante los primeros siete años, en este caso) sólo puede ser debida a la variación secular de los correspondientes elementos; por lo tanto, sólo hace falta evaluar la variación temporal de *f(D)* debida a la variación secular. Las condiciones a) y b) implican $d(LbI)_{real}/dt = 0$ y $d(LbD)_{real}/dt \approx 0$. La contribución de los términos despreciados es, pues, la siguiente:

$$\frac{d(LbI)_{obs}}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\frac{90^{\circ}}{\pi} f^2(D)\tan I_0\right) \cong -\frac{d}{dt}\left(\frac{\pi}{360^{\circ}}\delta D^2 senI_0 \cos I_0\right) =$$
$$= -\frac{\pi}{180^{\circ}}\delta D\frac{d(\delta D)}{dt} senI_0 \cos I_0 \,, \qquad \textbf{3. 7}$$

$$\frac{d(LbD)_{obs}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{f(D)senI_0}{\cos^2 I_0}\left(I_0 - \psi + \frac{180^o}{\pi} f(I) - I^0\right)\right) \cong -\frac{\pi}{180^o}\tan I_0 \psi \frac{d(\delta D)}{dt}, \qquad \textbf{3. 8}$$

donde se ha utilizado $I^0 = I_0 + 180°/\pi\ f(I)$, puesto que este ha sido el procedimiento seguido en LIV durante los primeros siete años. A partir de los valores medios de la Declinación en LIV, la evolución de la línea de base para *D* y para *I*, y de la evidencia de que ψ no supera varias décimas de grado, se puede estimar un valor aproximado para los factores del lado derecho de las ecuaciones 3. 7 y 3. 8. Los valores obtenidos son $d(LbI)_{obs}/dt \approx 3 \cdot 10^{-5}°$/año ≈ 0.1"/año, y $|d(LbD)_{obs}/dt| < 10^{-4}°$/año ≈ 0.4"/año, mientras que los valores observados para $d(LbI)_{obs}/dt$ y $d(LbD)_{obs}/dt$ son $-1.7 \cdot 10^{-2}°$/año ≈ -1'/año y $-7 \cdot 10^{-3}°$/año ≈ -25"/año, respectivamente. La gran diferencia de magnitud entre los valores estimados y los observados indica lo siguiente: 1) la utilización de las ecuaciones aproximadas 2. 7 y 2. 6, aun cuando ha demostrado ser insuficiente en momentos puntuales de gran variación del campo magnético, es más que suficiente para garantizar la estabilidad de las líneas de base a largo plazo. 2) Como mínimo una de las hipótesis a) o b) (descritas más arriba) deja de cumplirse; así pues:

- Δ_D, Δ_I, Φ ó ψ no son constantes.

- O bien $\theta \neq 0$. Si esto es así, la ecuación 3. 5 nos muestra que su último término es ahora el único que puede implicar una variación en la línea de base del elemento *I* (dado que *f(D)* es variable). Para poder explicar esta deriva deberemos pedir un valor de θ tal que $|d(f(D))/dt\ \theta/\cos I_0| \approx |\pi/180°\ d(\delta D)/dt\ \theta| \approx \pi/180° \cdot 0.02°/\text{año} \cdot \theta \approx 0.017°/\text{año}$, donde éste es el valor absoluto de la variación temporal observada para la línea de base de *I*. En conclusión, θ debería tomar un valor del orden de 49°, hecho completamente inverosímil. Haciendo el mismo razonamiento sobre la ecuación 3. 6, el valor necesario de θ para explicar la deriva en la línea de base de *D* sería 25°, también imposible.

- O, sencillamente, la hipótesis consistente en considerar el magnetómetro vector como un todo indeformable no es válida y es preciso añadir términos adicionales a las ecuaciones anteriores.

Así pues, parece tomar fuerza la primera hipótesis puesto que, aunque el magnetómetro vector sea deformable, parece que las variaciones seculares de *D* e *I* no son lo suficiente intensas para explicar las derivas observadas en sus líneas de base. En consecuencia, todo parece indicar que Δ_D, Δ_I, Φ, ψ y por qué no, también θ son variables con el tiempo. La deriva en la línea de base vendría entonces descrita, de manera general, por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{d(LbI)}{dt} = \frac{d(I_{Fl} - I_{\delta I \delta D})}{dt} \cong \dot{\Delta}_I - \psi - \frac{\pi\theta\theta}{180^{\circ}} \tan I_0 + \frac{\dot{f}(D)\theta + f(D)\theta}{\cos I_0} + \dot{A}, \qquad \textbf{3. 9}$$

$$\frac{d(LbD)}{dt} = \frac{d(D_{Fl} - D_{\delta I \delta D})}{dt} \cong \dot{\Delta}_D + \dot{\phi} - \dot{\theta} \tan I_0 + \frac{\pi(\psi\theta + \psi\dot{\theta})}{180^{\circ} \cos^2 I_0} -$$

$$- \frac{\dot{\theta} f(I) + \theta \dot{f}(I)}{\cos^2 I_0} - \frac{(\dot{f}(D)\Delta_I + f(D)\dot{\Delta}_I) sen I_0}{\cos^2 I_0} + \dot{B}, \qquad \textbf{3 .10}$$

(los puntos indican derivadas temporales) donde los términos d*A*/dt y d*B*/dt, difíciles de evaluar, darían cuenta de posibles deformaciones del magnetómetro vector. Analicemos ahora cuál sería el significado de los términos de las ecuaciones anteriores:

- d(Δ_I)/dt = d(I_{Fl} – $I^{corr}_{\delta I \delta D}$)/dt ≠ 0 podría indicar anomalías de diferentes orígenes: en primer lugar, una anomalía variable en las medidas tomadas por el DIflux implicaría una deriva en el término I_{Fl} y, en consecuencia, en la línea de base de *I*; ejemplo: una magnetización creciente de alguna parte del DIflux (ver capítulo 1), o una magnetización del pilar donde éste se sustenta. En segundo lugar, una anomalía en el magnetómetro vector que no tuviera su origen en una mala colocación o en una deformación del instrumento implicaría una deriva en $I^{corr}_{\delta I \delta D}$ y, en consecuencia, también en la línea de base; ejemplo: una magnetización del pilar donde se sustenta el magnetómetro vector. En último lugar, también se observaría d(Δ_I)/dt ≠ 0 si, por razones completamente naturales, existiera una diferencia variable entre la Inclinación medida en la ubicación del DIflux y la misma medida en la ubicación del magnetómetro vector. Un razonamiento similar se puede aplicar a d(Δ_D)/dt.

- Los términos Φ, θ, ψ, *A* y *B* (o parte de ellos) son variables. Esto implicaría una anomalía exclusiva del magnetómetro vector, ya sea debido al movimiento en bloque del instrumento o a un desplazamiento diferencial variable entre alguna de sus partes (deformación).

El siguiente paso ahora es buscar algún tipo de experimento capaz de aportar información adicional. Siguiendo en la línea establecida en los dos puntos anteriores, se hacen dos hipótesis para el origen de las derivas observadas:

1. Natural: consideremos unas condiciones ideales particulares para el observatorio LIV y supongamos que se cumplen a la perfección. Estas condiciones ideales pasarían por dar un 100% de credibilidad, tanto a las medidas obtenidas con el instrumento absoluto (DIflux, ver capítulo 1) como con el variómetro (magnetómetro vector δI/δD, ver capítulo 2) con todo lo que esto implica, es decir, pilar del variómetro completamente estable durante el invierno austral, bobinas indeformables, colocación correcta, inexistencia de materiales magnéticamente susceptibles a una cierta distancia de ambos pilares, etc. Las causas de la deriva de las líneas de base se atribuirían, entonces, a algún efecto completamente natural, como una diferencia variable de los diferentes elementos del campo entre la ubicación de los dos instrumentos. Según lo que se ha dicho, esto obedecería a una variación temporal no nula de Δ_I y/o Δ_D. Este hecho no sería nada descartable en el caso de LIV, donde el terreno es de origen volcánico, y la susceptibilidad/magnetización de las rocas superficiales puede ser superior que en otras zonas. Además, se pueden dar diferencias de conductividad en el terreno en una hipotética presencia de iones en el momento que se produce el deshielo. Todos estos efectos producirían un diferencial en los elementos magnéticos, probablemente variable con el tiempo, creciente con la distancia que separa los instrumentos, y apreciable como una deriva. Todas estas casuísticas se materializarían a través de la ecuación:

$$\frac{\partial^2 \vec{B}_{nat}}{\partial \vec{r} \partial t} \neq 0 \,,$$

2. Patología en la estación: las condiciones ideales descritas en el punto anterior para LIV no se cumplirían. Las causas pasarían entonces por un defecto en el DIflux, efectos de la temperatura y/o humedad sobre los diferentes materiales asociados al variómetro, movimiento del pilar, etc. Un efecto que podría tener su importancia teniendo en cuenta la ubicación del observatorio sería precisamente el deshielo: al llegar el verano la temperatura aumenta y el hielo acumulado durante el invierno fluye por la vertiente de la montaña en un terreno geológicamente plástico, creado por acumulación de cenizas volcánicas procedentes de antiguas erupciones. Aun cuando los pilares están asentados sobre roca madre, un cierto movimiento no sería descartable, sobre todo en función del tamaño y la pendiente a la que esta roca está sometida.

De hecho, una mezcla de ambas también es posible.

Consideremos una segunda medida de control consistente en realizar una serie de medidas absolutas (o, más propiamente, seculares) alrededor del pilar del magnetómetro vector. Sabemos que la variación de la línea de base del elemento *I* ha sido del orden de 50"/año a lo largo de los nueve años de vida del observatorio. Supongamos que la hipótesis 1 expuesta más arriba es válida, lo cual implicaría, como se ha dicho, un gradiente natural del elemento *I* entre la posición del DIflux y la del magnetómetro vector; además este gradiente tendría una evolución diferente en ambas posiciones, siendo 50"/año su diferencia media. Si la distancia que separa la ubicación del DIflux de la del magnetómetro vector es aproximadamente 70 m, entonces es de esperar que las medidas absolutas realizadas puntualmente a pocos metros del pilar del magnetómetro vector revelen una tendencia muy similar (casi paralela) a la del propio pilar (ver Fig. 3.2).

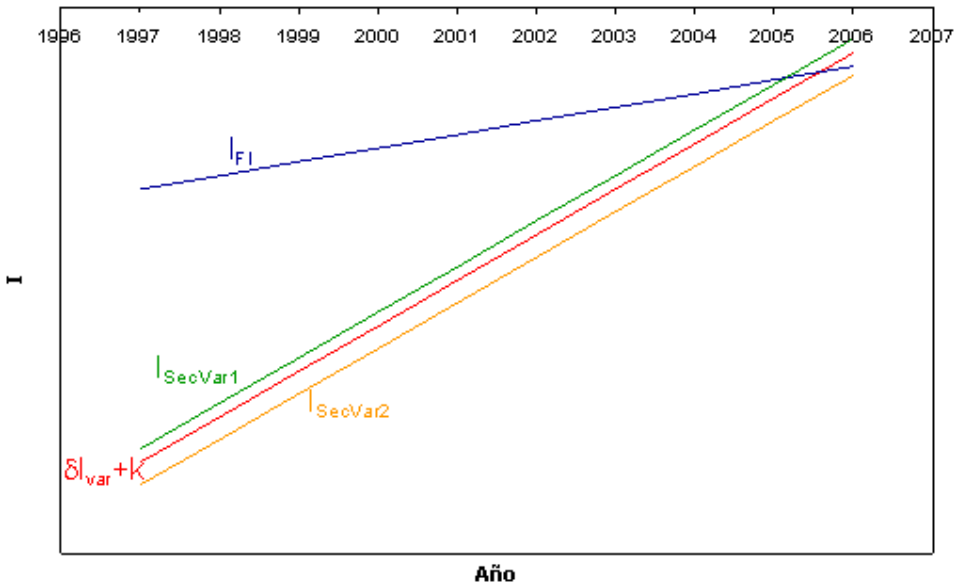


Fig. 3.2: Situación ficticia correspondiente a una deriva en la Inclinación magnética por causas naturales, o provocada por ruido magnético alrededor de la ubicación habitual del DIflux (ver texto). La línea discontinua roja (variómetro), la verde (SecVar1) y la naranja (SecVar2) son paralelas. SecVar1 y SecVar2 son estaciones seculares de control alrededor del pilar del variómetro.

En cambio, si la hipótesis 2 es la correcta las consecuencias del experimento diferirán en función del origen de la patología. Supongamos que la anomalía se encuentra únicamente en una contaminación magnética alrededor de la ubicación habitual del DIflux (por ejemplo, en el pilar donde éste se sustenta). Cuando las medidas absolutas son efectuadas en el pilar fundamental están afectadas de error; en cambio, cuando el DIflux se instala sobre un trípode amagnético alrededor del pilar del magnetómetro vector sus medidas serán similares a las de este instrumento, y a la vez diferirán de las efectuadas en el pilar fundamental. En este caso, las consecuencias son idénticas a las de la hipótesis

1 (Fig. 3.2). Pero si la patología se encuentra en el magnetómetro vector, en su entorno inmediato (movimiento o magnetización del pilar, etc.), o incluso en el propio DIflux, entonces las medidas absolutas tomadas a pocos metros del pilar del magnetómetro vector divergirán de las de este instrumento, siendo más bien paralelas a las realizadas en el pilar fundamental (Fig. 3.3).

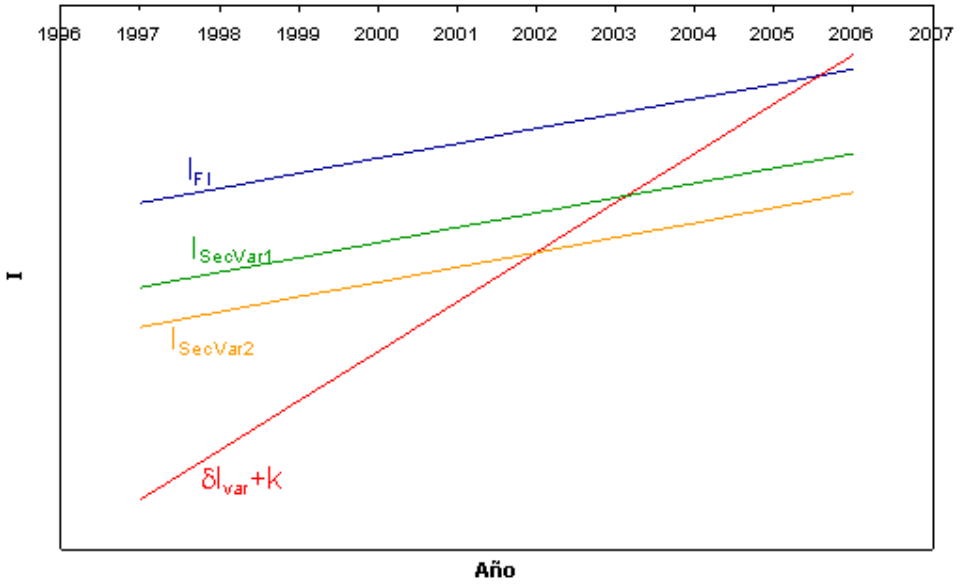


Fig. 3.3: Situación ficticia correspondiente a una deriva en la Inclinación magnética debida a una patología en la estación (ver texto). La línea azul, la verde y la naranja son ahora paralelas.

Se entiende ahora la necesidad de las medidas adicionales expuestas en el capítulo 1, correspondientes al DIflux y a su entorno inmediato: verificación de las propiedades amagnéticas del pilar fundamental y su entorno, y cuantificación y seguimiento de una serie de observables indicativos de la calidad de las medidas con el DIflux.

Las medidas seculares alrededor de la ubicación del magnetómetro vector se iniciaron durante la campaña antártica 2003-04, y si bien se pueden sacar una serie de conclusiones preliminares, se confía que en las próximas campañas aportarán pruebas definitivas sobre el verdadero origen de las derivas en las líneas de base. Uno de los dos puntos donde se llevan a término las mencionadas medidas se muestra en la Fig. 3.4:

Fig. 3.4: Estación secular SecVar1 (trípode con DIflux), a unos 7 m de la ubicación del magnetómetro vector (caseta) para discernir el origen de la deriva en las líneas de base de *D* e *I*.

El segundo punto, denominado SecVar2, se sitúa a unos 15 m detrás de la caseta del variómetro, aproximadamente en línea recta entre ésta y la caseta del DIflux. Los resultados hasta el momento se exponen en las Fig. 3.5 y 3.6 en forma de gráficas:

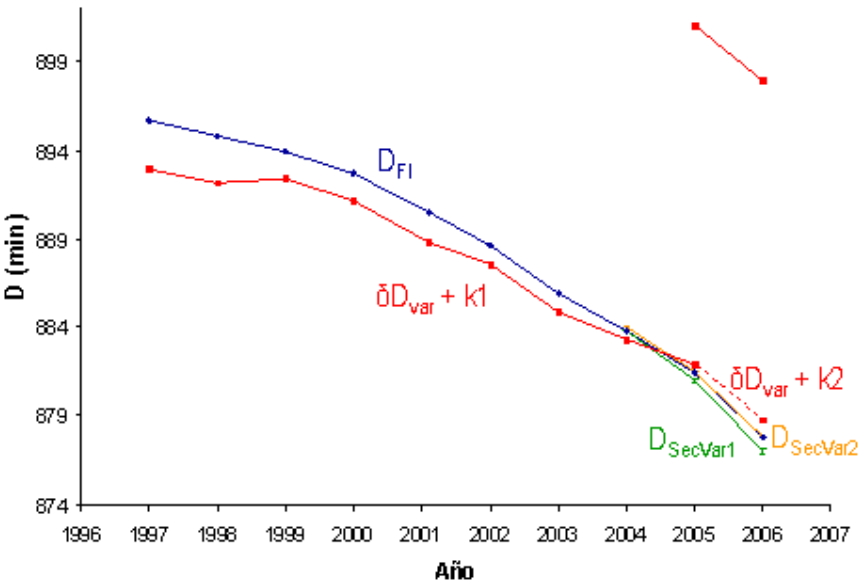


Fig. 3.5: Evolución de la Declinación magnética en las diferentes ubicaciones de los dos instrumentos (DIflux, en azul, y magnetómetro vector, en rojo) y en las dos estaciones seculares de control alrededor del variómetro (en verde y naranja). Ver texto para un análisis de los resultados.

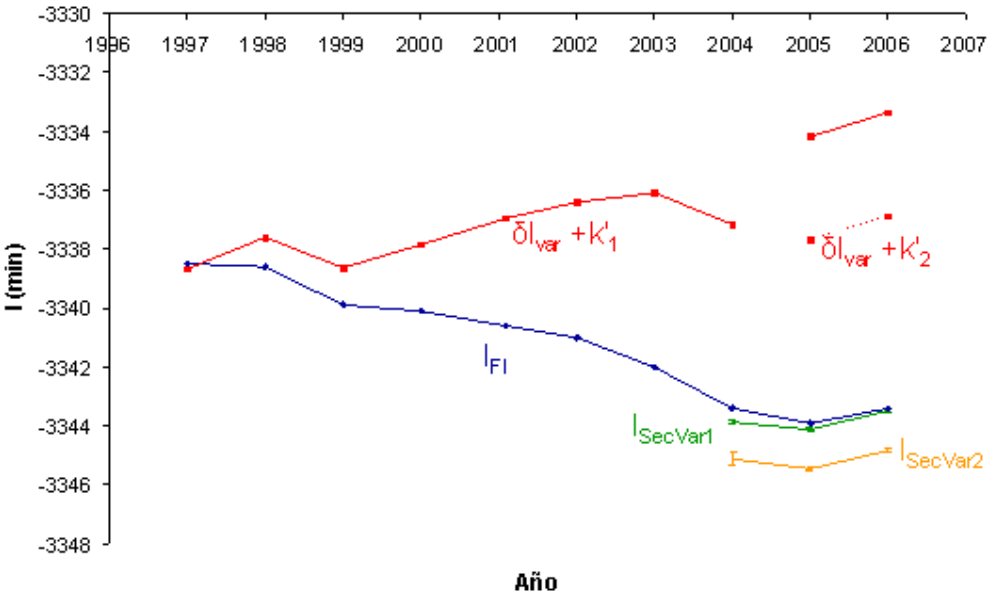


Fig. 3.6: Ídem a la Fig. 3.5 para la Inclinación magnética.

La línea continua roja de las gráficas anteriores corresponde a la variación de Declinación (δD) e Inclinación (δI) medida por el magnetómetro vector más una constante arbitraria (k_1, k'_1), añadida para facilitar la comparación con las medidas correspondientes al DIflux (en azul). La discontinuidad que se observa durante la campaña 2004-05 es debida a la reorientación del magnetómetro vector tras la avería que afectó al par de bobinas I. Dado que la constante añadida es arbitraria, y que la mencionada discontinuidad es debida a un hecho artificial, la línea discontinua paralela al tramo continuo 2005-2006 se ha obtenido sumando una segunda constante (k_2, k'_2), de forma que los datos correspondientes al variómetro presenten continuidad. En las Fig. 3.5 y 3.6 se observan los rasgos siguientes:

- La línea correspondiente al variómetro es bastante paralela a la del DIflux en el caso de la Declinación, pero difiere bastante en el caso de la Inclinación magnética, sobre todo entre las campañas 1998-99 y 2002-03. Este hecho corresponde al fuerte descenso que afecta a la línea de base de *I* (Fig. 3.1) entre estos años.

- La variación en la Inclinación mostrada por el magnetómetro vector entre las campañas 2004-05 y 2005-06 ha sido bastante paralela a la mostrada por el DIflux en este mismo periodo y, como era de esperar, también a los datos correspondientes a las estaciones seculares de

control. Si bien este hecho es positivo con respecto a la constancia de la línea de base, no lo es tanto en relación al objetivo de buscar el origen de su deriva puesto que, de alguna manera, podemos decir que la problemática se ha debilitado en las últimas campañas. Esto obliga a ser prudentes en las conclusiones provisionales que se puedan desprender y, en consecuencia, a esperar unos años más para que acabe mostrándose claramente alguno de los dos casos presentados en las Fig. 3.7 y 3.8 y establecer, así, conclusiones definitivas.

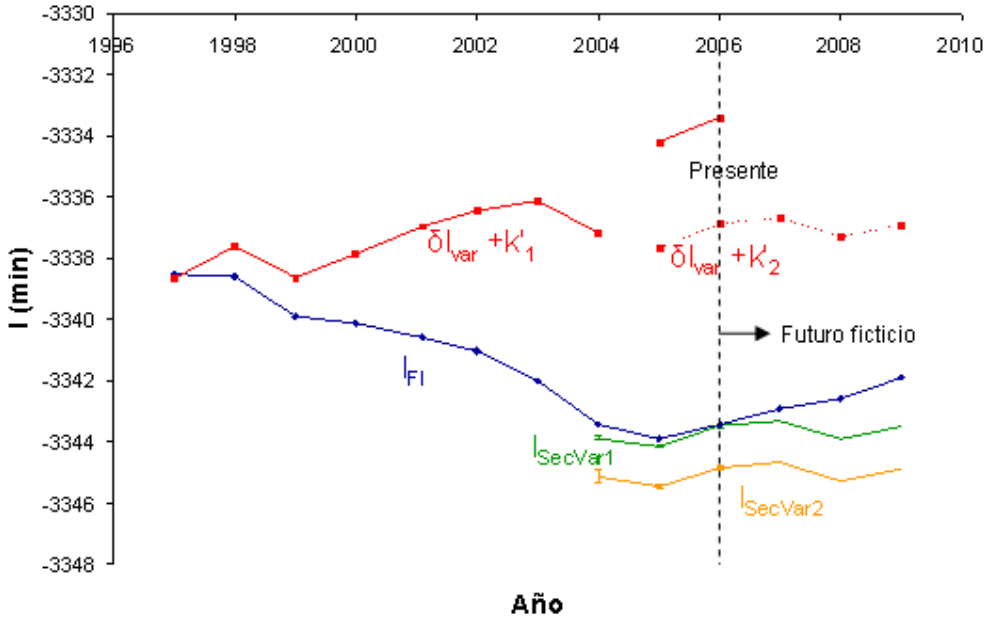


Fig. 3.7: Situación futura ficticia correspondiente a una deriva en la Inclinación magnética por causas naturales, o provocada por ruido magnético alrededor de la ubicación habitual del DIflux (ver texto). La línea discontinua roja, la verde y la naranja serían paralelas.

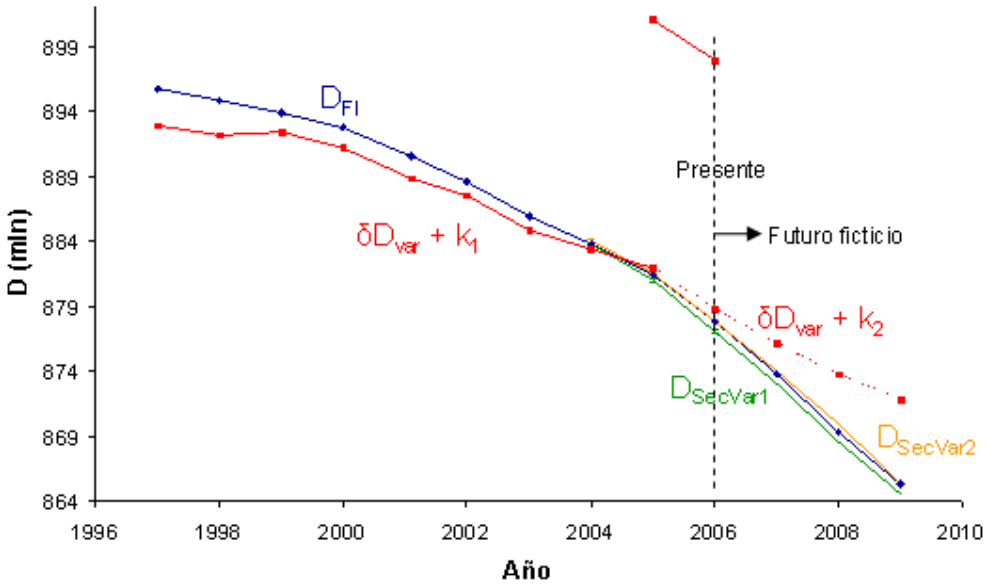


Fig. 3.8: Situación ficticia correspondiente a una deriva en la Declinación magnética por una patología en la estación (ver texto). La línea azul, la verde y la naranja serían paralelas.

- Aun así, se aprecia como las líneas correspondientes a las estaciones seculares siguen más fielmente la variación mostrada por el DIflux que la mostrada por el magnetómetro vector. Esto es muy patente en la línea correspondiente a la estación SecVar2 en *D* (Fig. 3.5), completamente superpuesta a la del DIflux desde la campaña 2003-04, año en que se empiezan a realizar estas medidas de control, y en menor grado pero de manera también visible con respecto a la estación SecVar1 para el mismo elemento. En cuanto a la Inclinación es más difícil pronunciarse en un sentido o en el otro, puesto que sólo se dispone del tramo entre los años 2005 y 2006. En resumen, este efecto apunta a una patología en la estación (hipótesis 2).

- Fijémonos ahora sobre todo en la Inclinación (Fig. 3.6) y supongamos que la hipótesis 1 (variación natural) es la correcta. Entonces, la deriva en la línea de base se explicaría por una excesiva distancia entre el DIflux y el magnetómetro vector, y tanto la línea verde como la naranja correspondientes a las estaciones de control habrían sido siempre paralelas a la del magnetómetro vector si estas medidas se hubieran llevado a cabo desde el primer momento. Esto permitiría determinar con más exactitud la constante (k'_1, en este caso) que debe sumarse a δI para obtener I en la posición del variómetro puesto que, por la situación de las estaciones seculares, se podría presumir que su valor se encuentra comprendido entre $I_{SecVar1}$

e $I_{SecVar2}$. Se podría deducir, pues, que la situación "histórica" habría sido similar a la que se muestra en la Fig. 3.9:

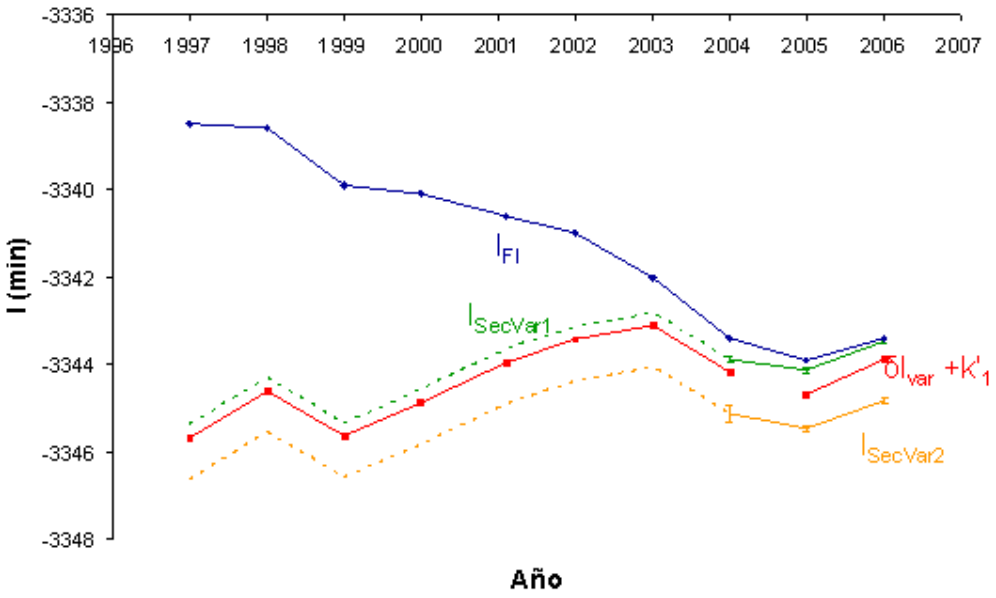


Fig. 3.9: Situación histórica ficticia (líneas discontinuas) correspondiente a una deriva de la línea de base de origen natural para *I*.

pero esto nos llevaría a un contrasentido: si la diferencia entre la Inclinación medida en la ubicación del DIflux y la misma medida en la ubicación SecVar1 no supera el medio minuto de arco en las tres últimas campañas, sería un hecho insólito y casual que, por causas naturales, esta diferencia hubiera llegado a alcanzar hasta siete minutos de arco menos en el pasado. Todo esto indica que la hipótesis inicial muy probablemente no es la correcta, hecho que nos alejaría de un origen natural (hipótesis 1) para la línea de base.

Hasta aquí se han discutido una serie de pruebas en relación a las líneas de base de los elementos *D* e *I*, pero en ningún momento se ha entrado a valorar la información que nos aporta la línea de base de otros elementos, necesaria para determinar completamente las tres componentes del vector campo magnético. Así, un último elemento que aporta información valiosa independiente es el comportamiento de la línea de base de *F*. A lo largo de los nueve años de funcionamiento del observatorio LIV, la diferencia de este elemento medido en sendas ubicaciones de los dos instrumentos de medida ha tenido una variación insignificante en comparación con la presentada por los otros elementos del campo, moviéndose entre las -2.9 y las -0.6 nT. A partir de las líneas de base de los elementos *D*, *I y F*

se pueden deducir por diferenciación expresiones aproximadas para las líneas de base de los restantes elementos:

$$LbH = H_{abs} - H_{\mathrm{var}} \equiv H_{abs} - F_{\mathrm{var}} \cos\left(I_0 + \delta I_{\mathrm{var}}\right) \cong LbF \cos I - \frac{\pi}{180^{\circ}} FsenI\left(LbI - I_0\right)$$

$$LbZ = Z_{abs} - Z_{\mathrm{var}} \equiv Z_{abs} - F_{\mathrm{var}} sen\left(I_0 + \delta I_{\mathrm{var}}\right) \cong LbFsenI + \frac{\pi}{180^{\circ}} F \cos I\left(LbI - I_0\right),$$

donde *LbI* y *LbD* están expresadas en grados. Esto nos conduce a unas líneas de base muy variables para *Z*, con valores que se mueven entre 0 y -35 nT, y todavía más para *H*, entre 0 y -50 nT. El significado de todo esto es muy claro: sea $\mathbf{B_{var}}$ el vector campo magnético computado a través de los elementos magnéticos obtenidos a partir del magnetómetro vector, con componentes $H_{var} = F_{var} \cos (I_0 + \delta I_{var})$, $Z_{var} = F_{var}$ sen $(I_0 + \delta I_{var})$. El vector diferencial que debe añadirse a $\mathbf{B_{var}}$ para obtener $\mathbf{B_{abs}}$ (el vector campo magnético en la ubicación del DIflux) es prácticamente perpendicular al propio campo magnético **B**. Dicho de otra forma, se puede obtener con muy buena aproximación el vector $\mathbf{B_{abs}}$ aplicando una rotación diferencial al vector $\mathbf{B_{var}}$. Esto refuerza, sin duda, la hipótesis (2) de una patología en la estación de tipo rotativo, preferentemente afectando al magnetómetro vector, puesto que el DIflux se basa en marcas fijas de referencia para sus ángulos. Es más, este hecho también apunta al rechazo de la hipótesis de una deriva en las líneas de base a causa de una magnetización de los pilares donde se sustentan los instrumentos o de algún elemento de su entorno inmediato, puesto que sería muy casual que el vector residual fuera precisamente perpendicular al campo magnético ambiente.

3.3. CONCLUSIÓN

El sistema conjunto formado por el DIflux y el magnetómetro vector δI/δD para la determinación del vector campo magnético ha demostrado su razonable eficacia en varios observatorios, donde las observaciones absolutas son realizadas de una manera sistemática y con la frecuencia necesaria para garantizar la complementariedad de ambos instrumentos. La estabilidad a corto plazo (en periodos inferiores o del orden de un día) por efectos de temperatura y humedad parece garantizada, y de no ser completa, la dispersión de las determinaciones experimentales de las líneas de base demuestra que el error así cometido está acotado superiormente, siendo del orden del segundo de arco. La

estabilidad a medio y largo plazo es más comprometida, y requiere una regularidad en la ejecución de medidas absolutas.

Las condiciones particulares del observatorio geomagnético de Isla Livingston no permiten el cumplimiento estricto de las condiciones de regularidad y frecuencia requeridas en las medidas absolutas, dados los nueve meses al año en los que la base se encuentra desatendida. Las derivas observadas en las líneas de base no suponen ningún hecho aislado y se tienen lugar también en otros observatorios, pero la carencia de una línea de base experimental durante el invierno antártico obliga a realizar peligrosas hipótesis sobre su evolución en estos periodos, con la consecuente afectación de las medidas definitivas. Para evaluar el origen de estas derivas se han llevado a término diversas pruebas, el resultado de las cuales todavía no es definitivo a día de hoy. Aun así, varios indicios parecen apuntar en la misma dirección, tomando fuerza la hipótesis consistente en una patología en el magnetómetro vector, probablemente debida a la falta de estabilidad del pilar donde se sustenta el instrumento, o incluso a un movimiento de las propias bobinas, sometidas a la acción constante de la gravedad. Las conclusiones definitivas, sin embargo, se acontecerán en las próximas campañas.

CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS FUTURAS

En este trabajo se han abordado, primero por separado y después conjuntamente, los aspectos fundamentales de los dos instrumentos que operan en el observatorio Geomagnético de Isla Livingston.

En el capítulo 1 se han tratado exhaustivamente los errores que afectan al DIflux, proponiendo nuevos observables que permiten identificar fuentes de error adicionales, como los asociados a la magnetización de algunas de sus partes (sección 1.2.3.2). Otros aspectos originales en este capítulo son los relacionados con la incorrecta nivelación del teodolito (sección 1.2.3.5), o el desarrollo detallado que conduce al cálculo de las incertidumbres (sección 1.3.1), no siendo éstas superiores a la décima de minuto de arco en condiciones normales tanto para la Declinación como para la Inclinación. La exactitud de las medidas realizadas con este instrumento depende en gran medida del grado de incidencia de los errores aquí expuestos, resultando imposible dar una cifra en términos generales. En su lugar, se sientan las bases para la detección de fuentes de error, aplicables a las series realizadas en observatorios que siguen el método habitual de medida con este instrumento.

En el capítulo 2 se han analizado las limitaciones del magnetómetro vector δI/δD, tanto con respecto a su precisión como a su resolución temporal, demostrándose esta última insuficiente para el estudio de un gran espectro de variaciones geomagnéticas. Una de las partes más originales de este capítulo es la sección relacionada con la eliminación de datos espurios o “despiking” (sección 2.3.2), debidos a la inestabilidad de la fuente que alimenta a las bobinas. Se ha demostrado que este instrumento no cumple con éxito los requisitos de autosuficiencia para actuar individualmente en un observatorio, básicamente por el hecho de no contar con un sistema de referencia geográfico absoluto.

En el capítulo 3 se ha examinado el sistema formado por el DIflux y el magnetómetro vector δI/δD, actuando conjuntamente para la obtención de los datos definitivos de campo magnético. Se ha analizado la complementariedad de ambos instrumentos, demostrando ser excelente cuando se dispone de medidas con la frecuencia adecuada a las condiciones de cada observatorio particular para la determinación de las líneas de base de los elementos magnéticos *D* e *I*. Como novedad, se han examinado con espíritu crítico las expresiones aproximadas para los cálculos de las variaciones, y se han mostrado insuficientes para momentos de gran variación del campo magnético, siendo completamente gratuito el uso de una aproximación más exacta.

La problemática de la deriva de las líneas de base y el hecho de no contar con datos absolutos a lo largo de nuevo meses al año ha sido la motivación principal de este trabajo, donde se ha expuesto detalladamente la metodología científica seguida para la determinación de su origen. En resumen, el proceso seguido ha sido el siguiente: en primer lugar se ha comprobado teóricamente que los términos despreciados en las aproximaciones realizadas para los cálculos de δD y δI con el magnetómetro vector no explican este hecho. Descartada esta hipótesis, se abre un amplio abanico de posibilidades que potencialmente explicarían su origen. Las acciones que se han llevado a término paralelamente para verificarlas son diversas. Por un lado, y contemplando la posibilidad de que el problema resida en el DIflux, se hace un seguimiento de la calidad de las medidas con este instrumento a través de los observables discutidos en detalle en el capítulo 1, que incluyen un prueba sobre la posible polución magnética próxima a su ubicación habitual. Por otro lado, un levantamiento magnético que se repetirá anualmente alrededor de la ubicación del magnetómetro vector debe proporcionar, en un futuro próximo, información valiosa definitiva sobre el origen, natural o no, de las mencionadas derivas. Aunque no se dispone, pues, de conclusiones definitivas a día de hoy para explicar este hecho, una serie de indicios, entre los cuales toma importancia el comportamiento de la línea de base de *F*, apoyan la hipótesis de una patología de origen rotativo en el magnetómetro vector.

También resulta esperanzador el hecho de que la variación de la línea de base del elemento que presentaba una deriva más importante (la Inclinación magnética) se ha debilitado en las últimas campañas. Si las conclusiones preliminares son ciertas, una posible explicación de este hecho podría estar relacionada con el asentamiento definitivo del pilar del magnetómetro vector, que se habría logrado al cabo de unos siete años de su construcción; de hecho, el endurecimiento completo del cemento depende de las condiciones climáticas del entorno, y se obtiene al cabo de un año (aprox.) en condiciones climáticas “estándar”; periodo que se incrementa si se tiene en cuenta el medio antártico. Posiblemente también ha estado jugando un papel determinante la influencia de la dinámica del permafrost local, el análisis del cual ultrapasa el ámbito de estudio de este trabajo. Una manera de cuantificar estos posibles movimientos del pilar consistiría en instalar sensores mecánicos precisos de inclinación, o inclinómetros.

Precisamente con objeto de suplir las carencias residuales del sistema tratado en este trabajo, a lo largo de las próximas campañas se incorporará en el observatorio un magnetómetro del tipo Fluxgate triaxial, con suspensión viscosa para evitar las inestabilidades mecánicas. Para compensar la inestabilidad que este variómetro presenta con la temperatura, se mantendrá en funcionamiento el magnetómetro vector δI/δD, aprovechando así las virtudes de ambos tipos de instrumentos. La

combinación de las medidas de alta frecuencia obtenidas con el nuevo sensor (1 Hz), con la aplicación de los correspondientes coeficientes de temperatura deducidos gracias al registro simultáneo del magnetómetro vector δI/δD y a la obtención de medidas absolutas con el DIfux, deben garantizar muchos más años de registro geomagnético en la Base Antártica Española. A la vez, se espera que la mayor resolución temporal y exactitud de sus medidas lo hagan apto para el cumplimiento de los estándares requeridos para entrar a formar parte de la red mundial de observatorios INTERMAGNET.

El hecho de haber profundizado en el conocimiento de las leyes que describen los instrumentos tratados en este trabajo, haber deducido los errores que con ellos conviven (sistemáticos, aleatorios o por la utilización de simplificaciones de estas leyes), y el haber iniciado una serie de “buenas prácticas” en su uso animan, sin duda, a confiar en el éxito de la empresa futura y el rigor de los resultados que de ella se derivarán.

Referencias bibliográficas

Alldredge, L.R., 1960. *A Proposed Automatic Standard Magnetic Observatory*. Journal of Geophysical Research. Vol. 65, Nº 11.

Alldredge, L.R. y Saldukas, I., 1964. *An automatic Standard Magnetic Observatory*. Journal of Geophysical Research. Vol. 69, Nº 10.

Bacon, F.W., 1955. *Adaptation of a Free Precession Magnetometer to Measurements of Declination*. Master's Thesis, U. S. Naval Postgraduate School, Monterey, California.

Bitterly, J., 1990. *Declinometre-Inclinometre a Vanne de Flux*. Institute de Physique du globe de Strasbourg.

Breiner, S., 1973. *Applications for Portable Magnetometers*. GeoMetrics publication, California.

Carl Zeiss, 1987. *THEO 015 B Micrometer Theodolite. Operating instructions*. Pub. Nº 10-G241. VEB Carl Zeiss, Jena.

Curto, J.J., E. Sanclement, 2001. *Levelling Error Corrections to D-measurements in DI-flux Magnetometers*. Contributions to Geophysics & Geodesy. Geophys. Inst. Slov. Acad. Sci., 31, 111-117.

Forbes, A.J., 1987. *General Instrumentation*. En: Ed. J. A. Jacobs, Geomagnetism, Vol. 1, Academic Press, London, 51-136.

Gaya-Piqué, L.R., J.M. Torta, 2000. *El Observatorio Geomagnético de Isla Livingston*. Publicaciones del Observatorio del Ebro, Roquetes.

Gaya-Piqué, L.R., J.M. Torta, J.J. Curto, 2002. *Análisis de Variaciones Magnéticas de Origen Externo Registradas en el Observatorio de isla Livingston (Antártida)*. Proceedings III Asamblea Hispano-Portuguesa de Geodesia y Geofísica, Tomo I, S08 Geomagnetismo, 666-670.

Hegymegi, L., 2004. *New Suspended dIdD Magnetometer for Observatory (and Field?) Use*. Proceedings of the XIth IAGA Workshop, 28-33, Kakioka.

ISO, 1993. *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*. Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization.

Jankowski, J., Ch. Sucksdorff, 1996. *Guide for Magnetic Measurements and Observatory Practice*. IAGA publications, Warsaw.

Kerridge, D.J., 1984. *An Assessment of a Portable Fluxgate Declinometer and Inclinometer.* Geomagnetism Research Group Report 84/15. British Geological Survey, Edinburgh.

Kerridge, D.J., 1988. *Theory of the Fluxgate-Theodolite*. Geomagnetism Research Group Report 88/14. British Geological Survey, Edinburgh.

Kring Lauridsen, E., 1985. *Experiences with the DI-Fluxgate Magnetometer: Inclusive Theory of the Instrument and Comparison with Other Methods*. Danish Meteorological Institute, Geophysical Papers, R-71, Copenhague.

Marsal, S., J.M. Torta, J. Seguí, L. Gaya-Piqué, J.J. Curto, E. Sanclement, J.G. Solé, D. Altadill, A. Ugalde, A. De Santis, E.M. Apostolov, L.F. Alberca, A. García, 2006. *Observaciones Geomagnéticas de Isla Livingston, Antártida 2005 y campaña 2005 - 2006*. [En línea]. Roquetes: Observatorio del Ebro. <http://www.obsebre.es/php/geomagnetisme/boletin_livingston.php> ISSN 1885-9712.

Rasson, J.L., 2001. *The Status of the World-Wide Network of Magnetic Observatories, their Location and Instrumentation*. Contributions to Geophysics & Geodesy. Geophys. Inst. Slov. Acad. Sci., 31, 427-453.

Rasson, J.L., 2005. *About Absolute Geomagnetic Measurements in the Observatory and in the Field*. Pub. Sci. et Tech. Nº 040, IRM, Bruxelles.

Riddick, J.C., C.W. Turbitt, J. McDonald, 1995. *The BGS Proton Magnetometer (δD/δI) Observatory System Mark II. Installation Guide and Technical Manual*. British Geological Survey Technical Report WM/95/32. BGS Geomagnetism Series, Edinburgh.

Stuart, W.F., 1972. *Earth's Field Magnetometry*. Rep. Prog. Phys., 838-847.

Taylor, J.R., 1982. *An Introduction to Error Analysis*. *The Study of Uncertainties in Physical Measurements*. University Science Books. Oxford University Press.

Torta, J.M., L.R. Gaya-Piqué, J.G. Solé, I. Blanco, A. García, 1999. *A New Geomagnetic Observatory at Livingston Island (South Shetland Islands): Implications for Future Regional Magnetic Surveys*. Annali di Geofisica, 42, 2, 141-151.

Van Loo, S.A., J.L. Rasson, 2006. *Development of an Automatic Declination-Inclination Magnetometer*, dentro de *Geomagnetics for Aeronautical Safety: a Case Study In and Around the Balkans* (Rasson, J.L. y Delipetrov, T., Eds.,) NATO Science Series Publication.

<http://www.gemsys.on.can>

<http://www.obsebre.es/geomagnetisme>

<http://www.ultramag.com/overhaus.htm>

IOP Publishing Measurement Science and Technology

Meas. Sci. Technol. **18** (2007) 2143–2156 doi:10.1088/0957-0233/18/7/046

An evaluation of the uncertainty associated with the measurement of the geomagnetic field with a D/I fluxgate theodolite

S Marsal and J M Torta

Observatori de l'Ebre, CSIC – Universitat Ramon Llull, Horta Alta 38, 43520 Roquetes, Spain

Received 22 December 2006, in final form 18 April 2007
Published 12 June 2007
Online at stacks.iop.org/MST/18/2143

Abstract
An analysis of the sources of uncertainty in measuring the angular elements of the geomagnetic field with the D/I fluxgate theodolite on the basis of the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement published by the International Organization for Standardization is presented. Along with the uncertainty associated with random effects, the habitual measurement procedure evidences the existence of systematic effects that are often ignored in the daily observatory practice. Special emphasis has been put on the development of a plausible theoretical scheme to explain the origin of such effects, and a series of procedures are proposed to find their actual sources as well as several recommendations with the final aim to improve the accuracy of the observations. Other effects, which strictly do not seem to suit the traditional classification into either systematic or random, are also analysed. Some of the results obtained have been applied to the absolute instruments in use at the Livingston Island Geomagnetic Observatory and at certain European observatories. Systematic contributions to uncertainty are difficult to outline in a general case, since they depend on each particular instrument. On the other hand, an accurate estimation of the uncertainty associated with random effects has been obtained, concluding that their magnitude does not generally exceed 0.1 arcmin for an experienced observer, for either declination or inclination.

Keywords: uncertainty, absolute measurement, fluxgate magnetometer

(Some figures in this article are in colour only in the electronic version)

1. Introduction

Geomagnetic observatories are installations where the geomagnetic field vector has been observed during an extended period of time, providing the scientific community and users with accurate data which will be used for geophysical studies and for producing geomagnetic field models (e.g. Macmillan and Maus 2005).

The absolute measurements of the angular geomagnetic field elements (declination, D, and inclination, I), to which any variation data are referred, are at present universally being made with the D/I fluxgate theodolite (from now on DI flux, figure 1). There are several methods used to measure the D and I angles with the DI flux (Jankowski and Sucksdorff 1996, Kerridge 1988). Although a similar analysis could be applied to these methods, the one employed in this study is the normal one, based on determining the plane perpendicular to the magnetic field vector through the search for zeros on the sensor electronics display unit (see, for example, Jankowski and Sucksdorff 1996, pp 88, 89 and 95). For both declination and inclination, four null readings are made: $\varphi_{E\uparrow}$, $\varphi_{W\uparrow}$, $\varphi_{E\downarrow}$, $\varphi_{W\downarrow}$, $\theta_{N\downarrow}$, $\theta_{S\uparrow}$, $\theta_{N\uparrow}$, $\theta_{S\downarrow}$, i.e. combinations of a

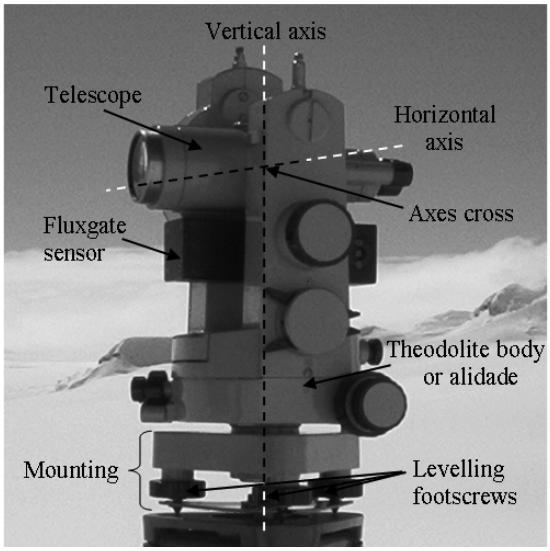


Figure 1. *DI* flux model THEO 015B Zeiss Jéna in use at LIV, with its most important parts.

fluxgate sensor above (↑) or below (↓) the telescope and pointing towards east or west (for D), north or south (for I). The angle φ is related to horizontal readings, while θ to vertical ones.

But the absolute condition of the *DI* flux does not exempt its measurements from being affected by limited accuracy. The quantities D and I do not depend on environmental circumstances other than those strictly related to the geomagnetic field; in consequence, the measurement procedure has to correct for those possible external circumstances that potentially affect the measurements. These circumstances are referred to in the *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (ISO 1993) as *influence quantities*. The analysis of the sources of uncertainty presented is made on the basis of this guide, which is commonly known as GUM.

From the usual measuring procedure (exposed below) an estimation of those influence quantities, traditionally termed *errors* (namely collimation errors and zero-field offset), is obtained, most of them being typified in the literature and well known (Trigg 1970, Bitterly *et al* 1984, Kring Lauridsen 1985, Kerridge 1984, 1988). But the analysis of a long series of measurements with the *DI* flux reveals the existence of further influence quantities, whose origin has been suggested by some authors (Kring Lauridsen 1985, Rasson 2005), although a supporting theory remains to be established. In this sense, one of the aims of the present work is to extend the existing theoretical scheme, proposing a series of observable quantities and procedures to scrutinize their actual sources in order to either correct them, eliminate them or at least estimate their associated effect for a complete evaluation of uncertainty in the measurement of D and I. Following the behaviour of these quantities provides valuable information on possible instrument defects, incorrect procedures or validity of certain individual observations. The efficiency of the proposal will be illustrated with results obtained not only from the Livingston Island Geomagnetic Observatory (LIV, 62° 40′ S, 60° 24′ W), which is operated by the authors, but also from Ebre (where the authors are based) and some other European observatories.

On the other hand, an analysis of the random variables affecting the mentioned measurement procedure and an estimation of its uncertainty has been made following the precepts of the GUM.

2. Systematic effects on the measurements with the *DI* flux

Although a separation into systematic and random contributions to the uncertainty is not recommended in the GUM, it has been considered opportune to make such a distinction because of the difficulty of estimating the systematic contribution, as will be argued below.

If measurements with the *DI* flux were exempted from errors of any type, any single horizontal reading would suffice to determine D, while any vertical one to determine I. The other readings would then be obtained in an obvious manner, adding or subtracting either 180° or 360°, but in a real case these values are obtained approximately. This could be due to the existence of random effects influencing the measurements, but when a 'long' series of data is analysed, systematic deviations from the ideal situation are observed. Traditionally, these deviations have been attributed to a lack of collimation between the optical axis and the fluxgate sensor and to the zero-field offset (Stuart 1972, Forbes 1987). However, it is noteworthy that other causes could produce the same effect on data, although the stated ones are, in fact, most likely to happen in a general case. In fact, the measurement procedure assumes the existence of additional quantities influencing the measurements other than those strictly related to the magnetic field.

The amount of available information in the measuring process depends on the number of readings carried out, each one being associated with one equation. In the case dealt with here, two equations are referred to the reference mark readings: $\varphi_{M\uparrow}, \varphi_{M\downarrow}$, with two associated unknowns: H_M (azimuth of the mark in the theodolite reference frame) and δ_{Ret} (the azimuth 'collimation error' of the cross-hairs marked on the telescope reticle). The above-mentioned eight readings $\varphi_{E\uparrow}, \varphi_{W\uparrow}, \varphi_{E\downarrow}, \varphi_{W\downarrow}, \theta_{N\downarrow}, \theta_{S\uparrow}, \theta_{N\uparrow}$ and $\theta_{S\downarrow}$ are referred to the magnetic field, the number of unknowns being five: D and I are the required angles, while δ_{Fl}, ε_{Fl} (the so-called azimuth and dip collimation errors of the fluxgate sensor) and T_o (the zero-field offset) account for the above-mentioned influence quantities assumed in the measuring process. This gives a total of ten equations in seven unknowns; the first two are commonly solved independently, the solution being unique. On the other hand, an over-determined set of eight magnetic-field-related equations ((3) to (10)) in five unknowns (D, I, δ_{Fl}, ε_{Fl} and T_o) is obtained (the footnotes apply here and in the rest of the text)[1–5]:

$$\varphi_{M\uparrow} = H_M - \frac{\delta_{Ret}}{\sin\theta_{M\uparrow}} \quad \text{(see footnote 1)} \tag{1}$$

[1] All the angles in the formulae are expressed in degrees.
[2] The upper sign is valid when $\varphi_{M\uparrow} > \varphi_{M\downarrow}$; the lower otherwise.
[3] Change the T_o sign if the sensor gives a positive reading when the telescope is directed towards the north.
[4] The upper sign is valid when $\varphi_{E\uparrow}$ belongs to the interval (0°, 180°); the lower otherwise.
[5] The upper sign is valid for the northern hemisphere, while the lower for the southern.

$$\varphi_{\mathrm{M}\downarrow} = H_{\mathrm{M}} + \frac{\delta_{\mathrm{Ret}}}{\sin\theta_{\mathrm{M}\uparrow}} \mp 180^\circ \quad \text{(see footnote 2)} \tag{2}$$

$$\varphi_{\mathrm{E}\uparrow} = 90^\circ + D - (AM_{\mathrm{GN}} - H_{\mathrm{M}}) - \delta_{\mathrm{Fl}} + \varepsilon_{\mathrm{Fl}} \tan I - \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T_{\mathrm{o}}}{H} + n360^\circ \quad \text{(see footnote 3)} \tag{3}$$

$$\varphi_{\mathrm{W}\uparrow} = 90^\circ + D - (AM_{\mathrm{GN}} - H_{\mathrm{M}}) - \delta_{\mathrm{Fl}} - \varepsilon_{\mathrm{Fl}} \tan I + \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T_{\mathrm{o}}}{H} \pm 180^\circ + n360^\circ \quad \text{(see footnotes 3 and 4)} \tag{4}$$

$$\varphi_{\mathrm{E}\downarrow} = 90^\circ + D - (AM_{\mathrm{GN}} - H_{\mathrm{M}}) + \delta_{\mathrm{Fl}} - \varepsilon_{\mathrm{Fl}} \tan I - \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T_{\mathrm{o}}}{H} \pm 180^\circ + n360^\circ \quad \text{(see footnotes 3 and 4)} \tag{5}$$

$$\varphi_{\mathrm{W}\downarrow} = 90^\circ + D - (AM_{\mathrm{GN}} - H_{\mathrm{M}}) + \delta_{\mathrm{Fl}} + \varepsilon_{\mathrm{Fl}} \tan I + \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T_{\mathrm{o}}}{H} + n360^\circ \quad \text{(see footnote 3)} \tag{6}$$

$$\theta_{\mathrm{N}\downarrow} = 270^\circ - I - \varepsilon_{\mathrm{Fl}} + \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T_{\mathrm{o}}}{F} \pm 90^\circ \quad \text{(see footnotes 3 and 5)} \tag{7}$$

$$\theta_{\mathrm{S}\uparrow} = 90^\circ - I - \varepsilon_{\mathrm{Fl}} - \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T_{\mathrm{o}}}{F} \pm 90^\circ \quad \text{(see footnotes 3 and 5)} \tag{8}$$

$$\theta_{\mathrm{N}\uparrow} = 90^\circ + I - \varepsilon_{\mathrm{Fl}} - \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T_{\mathrm{o}}}{F} \mp 90^\circ \quad \text{(see footnotes 3 and 5)} \tag{9}$$

$$\theta_{\mathrm{S}\downarrow} = 270^\circ + I - \varepsilon_{\mathrm{Fl}} + \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T_{o}}{F} \mp 90^\circ \quad \text{(see footnotes 3 and 5)}, \tag{10}$$

where $\theta_{\mathrm{M}\uparrow}$ stands for the 'sensor up' vertical reading of the fixed mark and AM_{GN} for its azimuth (from the geographic north). The integer n situates D in the desired interval, i.e. $(-180^\circ, 180^\circ]$ or $[0^\circ, 360^\circ)$, while F and H are approximate values of the total and horizontal components of the geomagnetic field. As well, I as appearing in equations (3) to (6) is an approximate value of the magnetic inclination.

There, therefore, exist multiple solutions for a given unknown with different appropriate combinations of five equations, but if the reported unknowns (excepting D and I) were the only influence quantities involved in the measurements, it could be concluded that such combinations should coincide in their results. Obviously, this may not be the case due to the existence of random effects and their inherent associated uncertainty. If this hypothesis is made, an optimum estimate of the *measurands* (see GUM) D and I would be obtained from the application of the well-known expressions:

$$D = \frac{\varphi_{\mathrm{E}\uparrow} + \varphi_{\mathrm{W}\uparrow} + \varphi_{\mathrm{E}\downarrow} + \varphi_{\mathrm{W}\downarrow}}{4} + (AM_{\mathrm{GN}} - H_{\mathrm{M}}) - 90^\circ \mp 90^\circ - n360^\circ \quad \text{(see footnote 4)} \tag{11}$$

$$I = \frac{-\theta_{\mathrm{N}\downarrow} - \theta_{\mathrm{S}\uparrow} + \theta_{\mathrm{N}\uparrow} + \theta_{\mathrm{S}\downarrow}}{4} \pm 90^\circ \quad \text{(see footnote 5)}. \tag{12}$$

Following the precepts of the GUM, the left-hand side of the above equations are *output quantities*, whereas the right-hand side expresses its functional relationship f with the *input quantities*: $\varphi_{\mathrm{E}\uparrow}$, $\varphi_{\mathrm{W}\uparrow}$, $\varphi_{\mathrm{E}\downarrow}$, $\varphi_{\mathrm{W}\downarrow}$, AM_{GN}, H_{M} (for D), $\theta_{\mathrm{N}\downarrow}$, $\theta_{\mathrm{S}\uparrow}$, $\theta_{\mathrm{N}\uparrow}$, $\theta_{\mathrm{S}\downarrow}$ (for I). The contribution of the input quantities to the uncertainty of the measurement is analysed in section 3. In reality, a complete definition of the measurands should take into account their time dependence, and therefore D and I in the above equations should contain information about the point in time the measurements were actually taken, i.e. D as appearing in equation (3) should be replaced by $D(t_{\mathrm{E}\uparrow})$, etc. In consequence, D and I as appearing in equations (11) and (12) should also be replaced by the arithmetic means $\overline{D}$ and $\overline{I}$ of $D(t_i)$ and $I(t_i)$, respectively. Equations (11) and (12) are valid approximations only if magnetic field variations are insignificant during the time the whole process lasts, their left-hand side being the values assigned to the measurands at the time the absolute measurement was made (the time assigned to D is then typically the mean of the four t_i corresponding to declination, and similarly for inclination). Nevertheless, in general it is worth defining the quantities:

$$\overline{D} - \overline{D}_{\mathrm{var}} = \frac{\varphi_{\mathrm{E}\uparrow} + \varphi_{\mathrm{W}\uparrow} + \varphi_{\mathrm{E}\downarrow} + \varphi_{\mathrm{W}\downarrow}}{4} - \overline{D}_{\mathrm{var}} + (AM_{\mathrm{GN}} - H_{\mathrm{M}}) - 90^\circ \mp 90^\circ - n360^\circ = \frac{\varphi'_{\mathrm{E}\uparrow} + \varphi'_{\mathrm{W}\uparrow} + \varphi'_{\mathrm{E}\downarrow} + \varphi'_{\mathrm{W}\downarrow}}{4} + (AM_{\mathrm{GN}} - H_{\mathrm{M}}) - 90^\circ \mp 90^\circ - n360^\circ \quad \text{(see footnote 4)} \tag{13}$$

$$\overline{I} - \overline{I}_{\mathrm{var}} = \frac{-\theta_{\mathrm{N}\downarrow} - \theta_{\mathrm{S}\uparrow} + \theta_{\mathrm{N}\uparrow} + \theta_{\mathrm{S}\downarrow}}{4} - \overline{I}_{\mathrm{var}} \pm 90^\circ = \frac{-\theta'_{\mathrm{N}\downarrow} - \theta'_{\mathrm{S}\uparrow} + \theta'_{\mathrm{N}\uparrow} + \theta'_{\mathrm{S}\downarrow}}{4} \pm 90^\circ \quad \text{(see footnote 5)}, \tag{14}$$

where $\varphi'_{\mathrm{E}\uparrow} \equiv \varphi_{\mathrm{E}\uparrow} - D_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{E}\uparrow})$, $\varphi'_{\mathrm{W}\uparrow} \equiv \varphi_{\mathrm{W}\uparrow} - D_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{W}\uparrow})$, $\varphi'_{\mathrm{E}\downarrow} \equiv \varphi_{\mathrm{E}\downarrow} - D_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{E}\downarrow})$, $\varphi'_{\mathrm{W}\downarrow} \equiv \varphi_{\mathrm{W}\downarrow} - D_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{W}\downarrow})$, $\theta'_{\mathrm{N}\downarrow} \equiv \theta_{\mathrm{N}\downarrow} + I_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{N}\downarrow})$, $\theta'_{\mathrm{S}\uparrow} \equiv \theta_{\mathrm{S}\uparrow} + I_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{S}\uparrow})$, $\theta'_{\mathrm{N}\uparrow} \equiv \theta_{\mathrm{N}\uparrow} - I_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{N}\uparrow})$ and $\theta'_{\mathrm{S}\downarrow} \equiv \theta_{\mathrm{S}\downarrow} - I_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{S}\downarrow})$; $D_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{E}\uparrow})$, $D_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{W}\uparrow})$, $D_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{E}\downarrow})$ and $D_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{W}\downarrow})$ ($I_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{N}\downarrow})$, $I_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{S}\uparrow})$, $I_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{N}\uparrow})$ and $I_{\mathrm{var}}(t_{\mathrm{S}\downarrow})$) are the declination (inclination) values obtained from a variometer at the instants the E↑, W↑, E↓ and W↓ (N↓, S↑, N↑ and S↓) readings are produced, respectively, and $\overline{D}_{\mathrm{var}}$ ($\overline{I}_{\mathrm{var}}$) is their mean value. The introduction of the variometric terms to both sides of equations (11) and (12) permits defining the two new quantities on the left-hand side of equations (13) and (14), corresponding to the observed baseline values for declination and inclination, with a greater *reproducibility* (see GUM), instead of the time-dependent quantities D and I, respectively.

Following with the hypothesis that the discrepancies observed among different linear combinations of equations (3)–(10) are attributable to random effects, the observed baseline values would be randomly distributed around the 'true' baselines. But when the time evolution of the five unknowns obtained from these linear combinations is plotted, a systematic deviation between them is still often observed (figure 2), revealing the existence of further systematic effects arising from influence quantities that have not been taken into account in the measurement procedure.

2.1. Analysis of additional influence quantities producing a systematic effect

Kring Lauridsen (1985) suggested the existence of magnetic field gradients causing a systematic effect observed as a discrepancy between the mentioned linear combinations, which would be rendered by the intrinsic limitation of the *DI* flux to situate the fluxgate sensor in the same physical

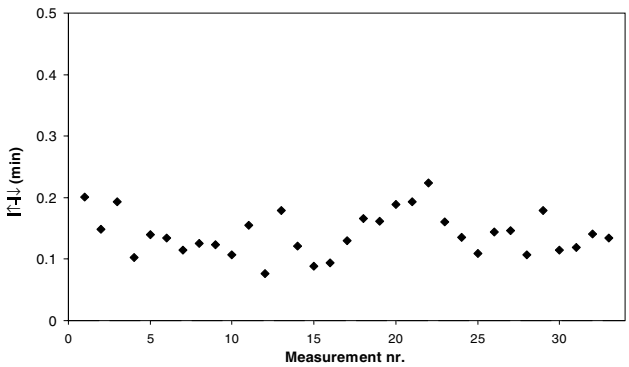


Figure 2. Systematic difference between two independent I values at LIV, obtained through two different combinations (using vertical readings with the sensor either above, $I_{\uparrow}$, or below the telescope, $I_{\downarrow}$) of the fundamental equations.

position before and after the telescope is reversed. If a measurable gradient exists, we can assert that its source is close to the sensor location. Hence, let us now analyse the different possibilities related to a magnetized body (MB) in the sensor surrounding, causing on this element an extra field superimposed to the natural one, which will be generically denoted as $\mathbf{B_{MB}}$.

(a) If this source has a natural origin, e.g., strong magnetization of the surface rocks, there is no reason to consider that the obtained values for D and I are incorrect, since in fact they correspond (assuming linearity of $\mathbf{B_{MB}}$) to the natural magnetic field at the crossing point of the axes (figure 1). In order to avoid such disturbing gradients, an alternative location for the *DI* flux should be found.

(b) If the gradient source lies in the pier on which the instrument is mounted or, in general, in any object fixed with respect to the absolute building, the (constant) vector $\mathbf{B_{MB}}$ causes artificial values being measured. We will call $\mathbf{B_{MS}}$ (the subscript stands for magnetization of the surrounding) the vector $\mathbf{B_{MB}}$ in this particular case.

(c) If the origin is in the *DI* flux itself, the disturbing effect depends on the location and nature of the magnetization source. Let us separate the theodolite into three parts: the mounting, the alidade and the telescope (figure 1).

If the gradient is due to a light theodolite mounting magnetization, the results are similar to those of case (b), with the difference that the effect is now subject to a rotation of the mounting (i.e. $\mathbf{B_{MB}}$ rotates accordingly).

If the gradient is due to the alidade, the effect of $\mathbf{B_{MB}}$ depends on the type of magnetization. The magnetic field produced by both paramagnetic and diamagnetic materials is assumed to be insignificant at the position of the sensor. On the other hand, solving the general problem related to the effects of a ferromagnetic material, like a small piece of iron, is complex in a general case and would imply an excessive number of variables for our purposes; instead, let us evaluate the consequences on the *DI* flux readings of a small, permanently magnetized ferromagnetic body (i.e. with permanent magnetization):

Let us call $\mathbf{B_{MA}}(\mathbf{r})$ (a new particular case of $\mathbf{B_{MB}}$) the disturbance field produced by a small magnetization (as compared with the natural magnetic field) of the alidade evaluated at the point $\mathbf{r}$ in a geographical reference frame centred at the crossing point of the axes, and estimate its effects at the different positions of the sensor, $\mathbf{r}_{E\uparrow}$, $\mathbf{r}_{W\uparrow}, \ldots$. Let us define $\mathbf{B_{MA}}(\mathbf{r}_{E\uparrow}) \equiv \mathbf{B_{MA}} + \delta\mathbf{B_{MA}}$ and $\mathbf{B_{MA}}(\mathbf{r}_{W\downarrow}) \equiv \mathbf{B_{MA}} - \delta\mathbf{B_{MA}}$ as the disturbing magnetic field at the sensor positions $E_{\uparrow}$ and $W_{\downarrow}$, respectively. It is easy to see from figure 3 that when turning the alidade about face in order to carry out the $W_{\uparrow}$ and $E_{\downarrow}$ readings, the vectors $\mathbf{B_{MA}} + \delta\mathbf{B_{MA}}$ and $\mathbf{B_{MA}} - \delta\mathbf{B_{MA}}$ (fixed in the alidade reference frame) are rotated 180° around the vertical axis, so that their horizontal projections are inverted. Accordingly, let us define $D_{MA} \pm \delta D_{MA}$ as the additional terms produced by the magnetization of the alidade in the $E_{\uparrow}$ (upper sign) and $W_{\downarrow}$ (lower sign) positions respectively, where D_{MA} is the magnetic field at some point (close to the crossing point of the axes) between the sensor positions up and down. With the above reasoning, it is easy to show that the additional declinations in the sensor positions $W_{\uparrow}$ and $E_{\downarrow}$ are $-(D_{MA} \pm \delta D_{MA})$ respectively, since only horizontal projections must be considered.

A similar argument can be applied to the change concerning I. Now, the disturbing field components along the direction of increasing I must be considered: we will call them $I^a_{MA} \pm \delta I^a_{MA}$ when the $N_{\downarrow}$ (lower sign) and $S_{\uparrow}$ (upper sign) readings are performed. Later on, the $N_{\uparrow}$ and $S_{\downarrow}$ readings are made, the initial vectors being again rotated 180° around the vertical axis. With the help of a diagram similar to that of figure 3 (from a 'side view' and considering vertical projections of the concerned vectors), it can be easily seen that new components of these vectors along the direction of increasing I must be defined; let us call them $I^b_{MA} \pm \delta I^b_{MA}$, respectively.

If the gradient source lies inside the telescope, the effect of $\mathbf{B_{MB}}$ (which will now be referred to as $\mathbf{B_{MT}}$) depends again on the type of magnetization, being considerably complex in the general case of ferromagnetism. For simplicity, we will only consider the consequences of a permanently magnetized body. As the telescope is fixed with respect to the sensor, we can imagine that the magnetic field produced by the magnetization of the telescope, $\mathbf{B_{MT}}$ (see table 1 for a summary of terms), is frozen in this element, and its projections must be considered. It is easy to show that if D_{MT} is the additional declination when the $E_{\uparrow}$ and $E_{\downarrow}$ readings are produced, $-D_{MT}$ is that corresponding to both $W_{\uparrow}$ and $W_{\downarrow}$. Regarding inclination, if $-I^a_{MT}$ is the additional term due to the magnetized body when the $N_{\downarrow}$ reading is made, I^a_{MT} is that affecting $S_{\uparrow}$, whereas a new parameter has to be introduced for both $N_{\uparrow}\left(I^b_{MT}\right)$ and $S_{\downarrow}\left(-I^b_{MT}\right)$ readings.

2.2. An extended scheme proposal

With this parametrization, a straightforward scheme can be developed which would explain the discrepancies among the previous linear combinations (with the disadvantage of having introduced more unknowns than equations):

$$H_M = \frac{\varphi_{M\uparrow} + \varphi_{M\downarrow}}{2} \pm 90^\circ \quad \text{(see footnote 2)} \tag{15}$$

$$\frac{\delta_{Ret}}{\sin\theta_{M\uparrow}} = -\left(\frac{\varphi_{M\uparrow} - \varphi_{M\downarrow}}{2} \mp 90^\circ\right) \equiv \text{Az Ret} \quad \text{(see footnote 2)} \tag{16}$$

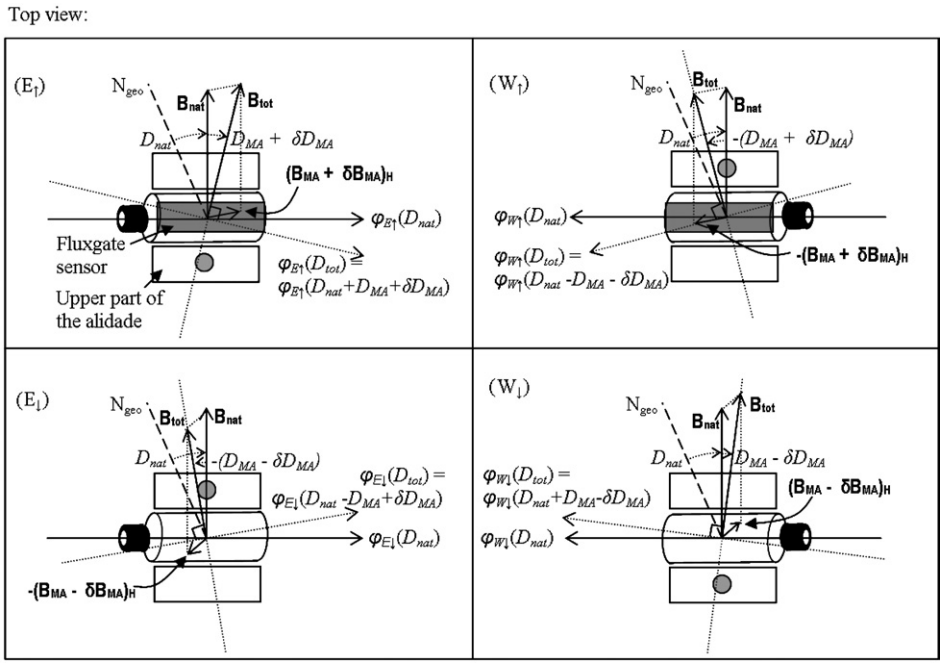


Figure 3. Diagram showing the horizontal component of the different magnetic field vectors concerning a measurement of declination for the four positions of the sensor in the case of a magnetization in the alidade. $\mathbf{B_{nat}}$ stands for the undisturbed or natural magnetic field; $\pm(\mathbf{B_{MA}} + \delta\mathbf{B_{MA}})_{\mathrm{H}}$ and $\mp(\mathbf{B_{MA}} - \delta\mathbf{B_{MA}})_{\mathrm{H}}$ stand for the horizontal projections of the alidade disturbance field in the sensor positions E↑, W↑, E↓, W↓, which disturb D by the amount $\pm(D_{\mathrm{MA}} + \delta D_{\mathrm{MA}})$ and $\mp(D_{\mathrm{MA}} - \delta D_{\mathrm{MA}})$. The search for zeros actually implies aligning the sensor in the directions $\varphi_{\mathrm{E}\uparrow}(\mathbf{B_{tot}})$, $\varphi_{\mathrm{W}\uparrow}(\mathbf{B_{tot}}), \ldots$ (instead of the ideal $\varphi_{\mathrm{E}\uparrow}(\mathbf{B_{nat}})$, $\varphi_{\mathrm{W}\uparrow}(\mathbf{B_{nat}}), \ldots$) perpendicular to the total magnetic field, $\mathbf{B_{tot}}$, which is the sum of both contributions.

Table 1. Summary of the different terms proposed in the scheme of section 2, along with a short description.

Term	Description	Derived terms
$\mathbf{B_{MB}}$	Disturbing magnetic field produced by a magnetized body in general. Several particular cases can be distinguished depending on its location	$\mathbf{B_{MS}}$, $\mathbf{B_{MA}}$, $\mathbf{B_{MT}}$
$\mathbf{B_{MS}}$	The magnetized body (MB) lies in the *DI* flux surrounding	D_{MS}, δD_{MS}, I_{MS}, δI_{MS}
$\mathbf{B_{MA}}$	The magnetized body (MB) lies in the *DI* flux alidade	D_{MA}, δD_{MA}, I^a_{MA}, δI^a_{MA}, I^b_{MA}, δI^b_{MA}
$\mathbf{B_{MT}}$	The magnetized body (MB) lies in the *DI* flux telescope	D_{MT}, I^a_{MT}, I^b_{MT}
D_{MS}, I_{MS}	Disturbing contribution to Dec. and Inc. due to a magnetized body in the surroundings, evaluated near the crossing point of the axes.	
δD_{MS}, δI_{MS}	Difference of the surrounding contributions between sensor positions 'up' and 'down'.	
D_{MA}	Disturbing contribution to Dec. due to a magnetized alidade, evaluated near the crossing point of the axes.	
I^a_{MA}, I^b_{MA}	Contribution to Inc. due to a magnetized alidade for the two possible orientations (a and b) of this part, evaluated near the crossing point of the axes.	
δD_{MA}, δI^a_{MA}, δI^b_{MA}	Difference of the alidade contributions between sensor positions 'up' and 'down'.	
D_{MT}	Disturbing contribution to Dec. due to a magnetized telescope.	
I^a_{MT}, I^b_{MT}	Contribution to Inc. due to a magnetized telescope for the two possible orientations of the alidade.	

$$\overline{D} + D_{\mathrm{MS}} - \overline{D}_{\mathrm{var}} = \frac{\varphi'_{\mathrm{E}\uparrow} + \varphi'_{\mathrm{W}\uparrow} + \varphi'_{\mathrm{E}\downarrow} + \varphi'_{\mathrm{W}\downarrow}}{4} + (AM_{\mathrm{GN}} - H_{\mathrm{M}}) - 90^\circ \mp 90^\circ - n360^\circ \equiv \mathrm{Abs-Var_}D \quad \text{(see footnote 4)} \tag{17}$$

$$\delta_{\mathrm{Fl}} - \delta D_{\mathrm{MS}} = \frac{-\varphi'_{\mathrm{E}\uparrow} - \varphi'_{\mathrm{W}\uparrow} + \varphi'_{\mathrm{E}\downarrow} + \varphi'_{\mathrm{W}\downarrow}}{4} \equiv \mathrm{Az_MS} \tag{18}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{Fl}} + \frac{D_{\mathrm{MA}}}{\tan I} = \frac{\varphi'_{\mathrm{E}\uparrow} - \varphi'_{\mathrm{W}\uparrow} - \varphi'_{\mathrm{E}\downarrow} + \varphi'_{\mathrm{W}\downarrow} \pm 360^\circ}{4\tan I} \equiv \mathrm{Dip_MA_}D \quad \text{(see footnote 4)} \tag{19}$$

$$\frac{180^\circ}{\pi}\left(\frac{T_{\mathrm{o}}}{F}\right) - (\delta D_{\mathrm{MA}} + D_{\mathrm{MT}})\cos I = \frac{-\varphi'_{\mathrm{E}\uparrow} + \varphi'_{\mathrm{W}\uparrow} - \varphi'_{\mathrm{E}\downarrow} + \varphi'_{\mathrm{W}\downarrow}}{4}\cos I \equiv \mathrm{Off_MI_}D \quad \text{(see footnote 3)} \tag{20}$$

$$\overline{I} + I_{\mathrm{MS}} + \frac{I^a_{\mathrm{MA}} + I^b_{\mathrm{MA}}}{2} - \overline{I}_{\mathrm{var}} = \frac{-\theta'_{\mathrm{N}\downarrow} - \theta'_{\mathrm{S}\uparrow} + \theta'_{\mathrm{N}\uparrow} + \theta'_{\mathrm{S}\downarrow}}{4} \pm 90^\circ \equiv \mathrm{Abs-Var_}I \quad \text{(see footnote 5)} \tag{21}$$

$$\delta I_{\mathrm{MS}} + \frac{\left(\delta I^a_{\mathrm{MA}} + I^a_{\mathrm{MT}}\right) + \left(\delta I^b_{\mathrm{MA}} + I^b_{\mathrm{MT}}\right)}{2} = \frac{\theta'_{\mathrm{N}\downarrow} - \theta'_{\mathrm{S}\uparrow} + \theta'_{\mathrm{N}\uparrow} - \theta'_{\mathrm{S}\downarrow}}{4} \equiv \mathrm{MS_MI} \tag{22}$$

$$\varepsilon_{\mathrm{Fl}} + \frac{I^a_{\mathrm{MA}} - I^b_{\mathrm{MA}}}{2} = 180^\circ - \frac{\theta'_{\mathrm{N}\downarrow} + \theta'_{\mathrm{S}\uparrow} + \theta'_{\mathrm{N}\uparrow} + \theta'_{\mathrm{S}\downarrow}}{4} \equiv \mathrm{Dip_MA}_I \tag{23}$$

$$\frac{180^\circ}{\pi}\left(\frac{T_{\mathrm{o}}}{F}\right) \mp \left(\frac{\left(\delta I^a_{\mathrm{MA}} + I^a_{\mathrm{MT}}\right) - \left(\delta I^b_{\mathrm{MA}} + I^b_{\mathrm{MT}}\right)}{2}\right) = \mp\left(\frac{\theta'_{\mathrm{N}\downarrow} - \theta'_{\mathrm{S}\uparrow} - \theta'_{\mathrm{N}\uparrow} + \theta'_{\mathrm{S}\downarrow}}{4} - 90^\circ\right) \equiv \mathrm{Off_MI}_I, \quad \text{(see footnotes 3 and 5)} \tag{24}$$

where D_{MS} and I_{MS} are the contributions to D and I due to the effect of a magnetization on the surrounding of the instrument, either of natural or of artificial origin, and evaluated at the point where the theodolite axes cross, while δD_{MS} and δI_{MS} are the corresponding semi-differences evaluated at the sensor positions 'up' and 'down', respectively.

This represents a scheme that extends the previously reported formulae, e.g., those of Jankowski and Sucksdorff (1996). Additionally, as indicated by Matzka and Hansen (2006), one must be aware of the sign mistakes in equations (5.7) and (5.8) of Jankowski and Sucksdorff, which are the simplified versions of our equations (19) and (20), respectively. From the above equations, three different sets can actually be distinguished: equations (15) and (16) refer to the reference mark and can be considered belonging to an independent procedure, equations (17) to (20) refer to declination and equations (21) to (24) refer to inclination measurements. As well, a set of additional observable quantities is derived as follows.

AzRet is defined as the value of equation (16) and it depends on the azimuth 'collimation error' of the cross-hairs marked on the telescope reticle. A sudden variation of this quantity can occur when the collimation is manually corrected or the instrument changed, as each particular instrument has its own particular collimation. Any other variation may reflect a further anomaly.

Abs-Var_D, equation (17), essentially corresponds to the difference between the absolute and variometric value of declination. The interpolation of its experimental values gives rise to the declination baseline, which is assumed to not vary significantly in a period of several days or weeks; hence, a non-random, short-term variation of this quantity would suggest an anomaly (e.g., any change in a potentially magnetized surrounding, implicit in the D_{MS} term) if measurements are always taken at the same point, since it is ideally transparent to a change of the instrument and observer, but not to a change of the *DI* flux (or variometer) location.

The same applies to Abs-Var_I, defined as equation (21). The only difference comes from the undesirable term appearing in this equation relative to the magnetization of the alidade, which would make it theoretically sensible to a change of the instrument.

Az_MS is the value of equation (18). This quantity can vary when the sensor–optical axis collimation is corrected, when the instrument is changed or when the *DI* flux is translated to a place with different external gradients (term with the MS subscript).

MS_MI is the ideally null value of equation (22), denoting the existence of general gradients, either from the surrounding or from the instrument itself (alidade and/or telescope); in the first case, this quantity will be subject to a change of location, while in the second to an instrument change.

Dip_MA_D and Dip_MA_I, defined as equations (19) and (23) respectively, depend on the 'collimation error' and on two different magnetization, ideally null functions of the alidade, which theoretically make them distinguishable. These quantities are sensible to a correction of the collimation and to an instrument change (since the term MA is particular to each instrument), but not to a change of either the observer or the location.

Similar is the case with Off_MI_D and Off_MI_I, defined as equations (20) and (24), respectively. In these cases, a variation is expected when the zero-field offset is manually corrected or when the temperature change is significant.

Finally, MA corresponds to the difference between the right-hand side of equations (19) and (23) and MI to that between equations (20) and (24). They indicate hypothetical permanent magnetizations of the *DI* flux, zero being their ideal value.

Of course, the unknown terms with subscripts MS and MA in equations (17) and (21) are ideally zero; if this is so, these equations reduce to expressions (13) and (14), which permit us to establish the baseline for the D and I magnetic elements.

In the general scheme described in this section, we have not considered all types of magnetization and body sizes within the *DI* flux potentially causing erroneous values of D and I. In this sense, it does not intend to be a comprehensive model and, in fact, different causes can be found to lead to the same effect (i.e. the same value for a given quantity). Instead, it offers a theoretical basis and a systematic procedure to alert us of some critical aspects regarding the *DI* flux behaviour, such as small deficiencies of a particular instrument, of its operation, suitability of its location, etc, for further checking in the case of systematic deviations from the indicated ideal values. It is important to remark that such information is directly obtained from the habitual measurement procedure.

In view of the above, it is not possible to estimate a correction for residual (i.e. other than those assumed in the measurement procedure itself) systematic effects in a general case nor even concerning a particular instrument if further tests are not carried out. Nevertheless, as stated the expected value of the quantities MA, MI and MS_MI is zero in an ideal case; for this reason, these quantities will be referred to as *control* quantities or control observables. Since the input quantities of the control observables are the same as those of the baseline quantities (Abs-Var_D and Abs-Var_I), with a series of hypotheses it is possible to show that their values can themselves provide a coarse idea of the magnitude of the absolute value of the systematic error committed. Nevertheless, it is remarkable that the uncertainty associated with such estimations may be as great as their own value.

Table 2 presents the values of the control observables obtained from several relevant European observatories for a given period of time, along with those at LIV.

Table 2. Control observables have been calculated for several observatories during different periods of time: LIV for the 2005–06 survey, EBR for the year 2005, DOU for the period November 2003–June 2006 and both SPT and NGK for January–May 2006. Their mean value is presented along with the uncertainty associated with that mean, obtained through a type A evaluation. Note that the ideal mean value is zero.

	Control observable		
Observatory	MS_MI (arcsec)	MA (arcsec)	MI (arcsec)
LIV	2.8 ± 0.2	1.5 ± 0.7	5.3 ± 0.5
EBR	-1.0 ± 0.3	-11.4 ± 0.9	3.9 ± 0.6
DOU	1.6 ± 0.3	2.1 ± 0.2	0.3 ± 0.1
SPT	-0.1 ± 0.3	-1.3 ± 0.5	8.1 ± 0.6
NGK	11.2 ± 0.2	-0.2 ± 0.2	-10.3 ± 0.2

3. Random effects

Other errors exist that unavoidably concern the individual measurements, but being processed within a long (ideally infinite) series of measurements are cancelled, as their expected value is zero. They correspond to the random errors, and their effects on measurements are referred to as random effects. Their recognized sources and associated uncertainties are discussed in the following paragraphs.

When the measurand is not measured directly, but instead it is determined from other quantities, it is viewed as an output quantity depending on different input quantities through a functional relationship f. Our output quantities are established as being the left-hand side of equations (13) and (14), i.e. $\overline{D}-\overline{D}_{\mathrm{var}}$ and $\overline{I}-\overline{I}_{\mathrm{var}}$, while their right-hand side expresses their functional dependence on the uncorrelated input quantities: φ_i, θ_i, $D_{\mathrm{var}}(t_i)$, $I_{\mathrm{var}}(t_i)$, AM_{GN}, H_{M}. The expressions of the *combined variance* (see GUM) $u_{\mathrm{c}}^2(\overline{D}-\overline{D}_{\mathrm{var}})$ and $u_{\mathrm{c}}{}^2(\overline{I}-\overline{I}_{\mathrm{var}})$ follow from equations (13) and (14), respectively:

$$\begin{aligned} u_{\mathrm{c}}^2(\overline{D}-\overline{D}_{\mathrm{var}}) &= \sum_{i=1}^{4}\left(\frac{\partial(\overline{D}-\overline{D}_{\mathrm{var}})}{\partial\varphi_i}u(\varphi_i)\right)^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^{4}\left(\frac{\partial(\overline{D}-\overline{D}_{\mathrm{var}})}{\partial D_{\mathrm{var}}(t_i)}u(D_{\mathrm{var}}(t_i))\right)^2 \\ &\quad + \left(\frac{\partial(\overline{D}-\overline{D}_{\mathrm{var}})}{\partial H_{\mathrm{M}}}u(H_{\mathrm{M}})\right)^2 + \left(\frac{\partial(\overline{D}-\overline{D}_{\mathrm{var}})}{\partial AM_{\mathrm{GN}}}u(AM_{\mathrm{GN}})\right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{4}\left(\frac{u(\varphi_i)}{4}\right)^2 + \sum_{i=1}^{4}\left(\frac{u(D_{\mathrm{var}}(t_i))}{4}\right)^2 \\ &\quad + u^2(H_{\mathrm{M}}) + u^2(AM_{\mathrm{GN}}), \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} u_{\mathrm{c}}^2(\overline{I}-\overline{I}_{\mathrm{var}}) &= \sum_{i=1}^{4}\left(\frac{\partial(\overline{I}-\overline{I}_{\mathrm{var}})}{\partial\theta_i}u(\theta_i)\right)^2 \\ &\quad + \sum_{i=1}^{4}\left(\frac{\partial(\overline{I}-\overline{I}_{\mathrm{var}})}{\partial I_{\mathrm{var}}(t_i)}u(I_{\mathrm{var}}(t_i))\right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{4}\left(\frac{u(\theta_i)}{4}\right)^2 + \sum_{i=1}^{4}\left(\frac{u(I_{\mathrm{var}}(t_i))}{4}\right)^2. \end{aligned} \tag{26}$$

An evaluation of the standard uncertainty of the input quantities is required, which in turn may themselves be viewed as measurands or output quantities depending on other input quantities.

3.1. Instrument-limited resolution

The way the angles are read with the *DI* flux, or the resolution of the display unit are limitations imposed by the instrument itself and, in general, depend on the *DI* flux model in use. An evaluation of the uncertainty $u(\varphi_i)$ of φ_i demands an analysis of its measurement process. Let us illustrate how to find $u(\varphi_{\mathrm{E}\uparrow})$. Equation (3) was obtained assuming both perfect horizontality of the telescope and exact zero output from the fluxgate sensor. If this hypothesis is not completely fulfilled, and instead $\theta - 90^\circ$ and T are the small values of the telescope angle departing from 90° and the fluxgate output signal, respectively, it can be shown that equation (3) is modified in the following way:

$$\begin{aligned} \varphi_{\mathrm{E}\uparrow} &= 90^\circ + D(t_{\mathrm{E}\uparrow}) - (AM_{\mathrm{GN}} - H_{\mathrm{M}}) - \delta_{\mathrm{Fl}} \\ &\quad + (\varepsilon_{\mathrm{Fl}} + \theta - 90^\circ)\tan I + \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T - T_{\mathrm{o}}}{H} + n360^\circ. \end{aligned} \tag{27}$$

Before going on, it is worth distinguishing between (a) the mere reading φ of the horizontal circle corresponding to a previously given direction of the telescope and (b) the horizontal reading, e.g., $\varphi_{\mathrm{E}\uparrow}$, as a result of a measurement process implying the orientation of the telescope to a specified direction (E↑) and afterwards reading the horizontal circle. In the first case, only the uncertainty associated with the horizontal circle reading, $u(\varphi)$, must be taken into account, whilst in the second case, the uncertainties associated with the different individual processes leading to the telescope orientation also contribute to the final uncertainty, $u(\varphi_{\mathrm{E}\uparrow})$. In fact, when the $\mathrm{E}_\uparrow$ reading is measured with Zeiss THEO 015B, several operations are actually made as follows.

- Firstly, the telescope must be aligned horizontally, which implies centring the vertical circle reading (90°) between graduation marks. A type A (see GUM) evaluation has revealed an experimental standard deviation $s(\theta) \approx 2''$ ($=u(\theta)$) for this operation due to the theodolite's limited resolution.
- Next, a zero in the electronic console must be obtained by rotating the theodolite horizontally. The resolution of the unit in use at LIV (an ELSEC 810A) is 1 nT, for which a rectangular distribution has been assumed, implying a type B standard deviation $u(T) = (1\ \mathrm{nT})/\sqrt{12} \approx 0.3$ nT (see GUM) around the expected zero.
- Finally, the mere reading of the horizontal circle must be made, which also generates an uncertainty $u(\varphi) = s(\varphi) \approx 2$.

In view of the above process, the following dependences arise:

$$\varphi_{\mathrm{E}\uparrow} = \varphi^0_{\mathrm{E}\uparrow} + (\theta_{\mathrm{m}} - \delta\theta - 90^\circ)\tan I + \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T_{\mathrm{m}} - \delta T}{H} + \delta\varphi, \tag{28}$$

where $\varphi_{\mathrm{E}\uparrow}$ is the input quantity of equation (13) or, equivalently, the result of a measurement considering it as the output quantity of equation (28), depending on the input quantities $\delta\theta$, δT and $\delta\varphi$, described below. $\varphi^0_{\mathrm{E}\uparrow}$ is the (unknown) 'true' value of the horizontal circle assuming perfect horizontality of the telescope and (exactly) zero

output from the fluxgate and $\delta\varphi$ is the (unknown) random error associated with the horizontal circle reading, which alternatively can be defined as the result of the measurement under ideal conditions (i.e. perfect horizontality of the telescope and zero output) minus its 'true' value, $\varphi^0_{E\uparrow}$. T_m is the *measured* fluxgate output, i.e. the zero value appearing in the console, while θ_m is the vertical angle reading, i.e. the 90°00′00″ value sought. Finally, $\delta T = T_m - T$ and $\delta\theta = \theta_m - \theta$ stand for the (unknown) errors associated with the previous quantities. To propagate the uncertainties of the input quantities, they can all be assumed to be independent, so that they are added in quadrature[6]:

$$u_c^2(\varphi_{E\uparrow}) = \left(\frac{\partial\varphi_{E\uparrow}}{\partial\delta\theta}u(\delta\theta)\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_{E\uparrow}}{\partial\delta T}u(\delta T)\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_{E\uparrow}}{\partial\delta\varphi}u(\delta\varphi)\right)^2 = (u(\delta\theta)\tan I)^2 + \left(\frac{180^\circ}{\pi}\frac{u(\delta T)}{H}\right)^2 + u^2(\delta\varphi) \quad \text{(see footnote 6)}. \tag{29}$$

At LIV, where I is −55°43′ and H is 20 200 nT, the combined standard uncertainty associated with $\varphi_{E\uparrow}$, $u_c(\varphi_{E\uparrow})$, is 5″, while it is between 4″ and 7″ for most of the mid-latitude observatories, increasing as we approach the magnetic poles.

Similar arguments can be applied to the remaining horizontal readings, $\varphi_{W\uparrow}$, $\varphi_{E\downarrow}$ and $\varphi_{W\downarrow}$, since the process is actually repeated four times. The same uncertainty is therefore obtained.

As for the uncertainty associated with the vertical readings, equations equivalent to (27)–(29) for $\theta_{N\downarrow}$ are, respectively,

$$\theta_{N\downarrow} = 270^\circ - I - \varepsilon_{Fl} - \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T - T_o}{F} \pm 90^\circ \tag{30}$$

$$\theta_{N\downarrow} = \theta^0_{N\downarrow} - \frac{180^\circ}{\pi}\frac{T_m - \delta T}{F} + \delta\theta, \tag{31}$$

$$u_c^2(\theta_{N\downarrow}) = \left(\frac{\partial\theta_{N\downarrow}}{\partial\delta T}u(\delta T)\right)^2 + \left(\frac{\partial\theta_{N\downarrow}}{\partial\delta\theta}u(\delta\theta)\right)^2 = \left(\frac{180^\circ}{\pi}\frac{u(\delta T)}{F}\right)^2 + u^2(\delta\theta), \tag{32}$$

leading to a combined standard uncertainty $u_c(\theta_{N\downarrow}) = 2.6''$ at LIV, where F is 35 600 nT (being between 2″ and 3″ for most of the mid-latitude observatories). Also, the same standard uncertainty is obtained for the remaining vertical readings, $\theta_{S\uparrow}$, $\theta_{N\uparrow}$ and $\theta_{S\downarrow}$.

The uncertainty associated with the measurement of the azimuth of the mark from the theodolite reference frame, $u(H_M)$, is directly given as 2.5″ by the manufacturer's instructions manual (see Carl Zeiss 1987). Nevertheless, a type A evaluation gives a similar result.

The azimuth of the mark in a geographic reference frame, AM_{GN}, is usually determined by means of independent measurements, and the information to evaluate its uncertainty depends on each particular case. As this quantity is measured once and its value taken as a constant, attempts should be made to reduce its uncertainty, since its (unknowable) residual error will play the role of a systematic error in D measurements.

[6] We will make no distinction in the use of $u(x)$ and $u(\delta x)$, since in fact the uncertainty associated with a measurand is the uncertainty associated with its error.

Thus for instance, if both the *DI* flux location and the reference mark, separated by a certain distance, are determined from GPS measurements, it is necessary to carry out a sufficiently large number of measurements at each point so as to reduce the type A uncertainty associated with the mean. In general, it will be assumed that $u(AM_{GN})$ is small as compared with the other uncertainties in equation (25).

3.2. Variometer inaccuracy

Finally, an estimation of the uncertainties related to the measurement of D and I with a variometer, $u(D_{var}(t_i))$ and $u(I_{var}(t_i))$, is required. As before, many types of magnetometers may act as variometers, each one possessing its own accuracy. In many observatories, tri-axial fluxgate sensors working together with proton magnetometers are progressively being imposed for this purpose. Manufacturer's 'total accuracy' given for these devices is typically 0.1 nT, for which a rectangular distribution will be considered, conferring a standard uncertainty $u(X_{var}) = u(Y_{var}) = u(Z_{var}) = 0.06$ nT. It can immediately be seen that the uncertainty associated with declination measurements is $u(D_{var}) = 180^\circ/\pi\, u(Y_{var})/H$, while that for inclination is $u(I_{var}) = 180^\circ/\pi\, u(Y_{var})/F$. At LIV, $u(D_{var}) = 0.6''$ and $u(I_{var}) = 0.35''$, while in most of the mid-latitude observatories these quantities do not surpass 1″ and 0.5″, respectively. In principle, all $u(D_{var}(t_i))$ are equivalent, and they will be generically referred to as $u(D_{var})$.

3.3. Compendium

Once in possession of the uncertainties of the input values of equations (25) and (26), the combined standard uncertainty of the output quantities immediately follows:

$$u_c(\overline{D} - \overline{D}_{var}) = \left[4\left(\frac{u(\varphi_{E\uparrow})}{4}\right)^2 + 4\left(\frac{u(D_{var})}{4}\right)^2 + u^2(H_M) + u^2(AM_{GN})\right]^{1/2} = \left[\frac{1}{4}\left((u(\delta\theta)\tan I)^2 + \left(\frac{180^\circ}{\pi}\frac{u(\delta T)}{H}\right)^2 + u^2(\delta\varphi) + u^2(D_{var})\right) + u^2(H_M)\right]^{1/2}, \tag{33}$$

$$u_c(\overline{I} - \overline{I}_{var}) = \sqrt{4\left(\frac{u(\theta_{N\downarrow})}{4}\right)^2 + 4\left(\frac{u(I_{var})}{4}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{180^\circ}{\pi}\frac{u(\delta T)}{F}\right)^2 + u^2(\delta\theta) + u^2(I_{var})}. \tag{34}$$

With the assumptions made here, it is worth remarking that only the terms related to $u(\delta\varphi)$, $u(\delta\theta)$, $u(\delta T)$ and specially $u(H_M)$ play an important role. The values obtained for $u_c(\overline{D} - \overline{D}_{var})$ and $u_c(\overline{I} - \overline{I}_{var})$ at LIV are 3.1″ and 1.3″, respectively, whereas these uncertainties would not surpass 4″ and 2″ for most of the mid-latitude observatories (with the same assumptions). Equations (33) and (34) have been written explicitly so that each observatory can introduce its own estimations, which will depend on the type of *DI* flux and

variometer in use, geomagnetic latitude and other particular circumstances.

Once the baselines have been established, declination and inclination are found by adding the respective variometric values. Absolute observations are usually made at least once a week, depending on the observatory baseline stability; this procedure implies an implicit assumption: typical periods of baseline variation are usually no shorter than 2 weeks (in fact, the double of the sampling period). In consequence, all the absolute observations made in a time interval (typically, a fraction of the period T of variation) in which the baselines are supposed to not significantly vary can provide independent information on the uncertainties $u_c(\overline{D} - \overline{D}_{var})$ and $u_c(\overline{I} - \overline{I}_{var})$, particularly by computing the standard deviation of the experimental values around the baselines. Moreover, if n measurements were made in such an interval, a type A evaluation would conclude that the uncertainty associated with the final observatory *values* of D and I is typically $\sigma/n^{1/2} \approx u_c/n^{1/2}$ (if the random effects exposed so far were the only ones influencing the measurements).

4. Other effects

Certain effects derived from the incorrect operation of the *DI* flux, or due to an instrument malfunction, cannot be strictly considered to have either a systematic or a random nature. Their magnitudes are practically impossible to define since they can depend on the fault associated with the particular instrument or the care taken by the person who handles it. Some of these effects are discussed below.

4.1. Consequences of the imperfect theodolite levelling

The vertical circle in Zeiss 010, 015 and 020 theodolites, most commonly used in magnetic observatories, works using a pendulum arrangement which permits the automatic correction of vertical readings from imperfect theodolite levelling, taking the gravity direction as a reference. The maximum range this pendulum can compensate for Zeiss THEO 015B is 4′; if the degree of mis-levelling is greater than this, the results will be in error.

Also, a small error in the horizontal reading of the declination reference mark is systematically produced when the theodolite is not perfectly levelled. This error also depends on the height difference between the theodolite and the fixed mark, being completely removed if both lie on the same horizontal plane.

In practice, the theodolite is seldom levelled to the accuracy required for D and I measurements; for this reason, the observer should check the telescope horizontality (i.e. the vertical reading equal to either 90° or 270°) before each one of the four D readings. Suppose the observatory sequence for D is $E_\uparrow$, $W_\uparrow$, $E_\downarrow$ and $W_\downarrow$. If the imperfect levelling in a real case is not assumed, one could think that when performing the $W_\uparrow$ reading after the $E_\uparrow$ reading, the telescope is maintained in a plane really horizontal, since the telescope has not been explicitly rotated around the horizontal axis. In reality, the telescope would be separated by a certain angle δv from this plane (so that the vertical reading would be $90° + \delta v$), and the null field would be found at an angle $\varphi_{W\uparrow} + \delta v \cdot \tan I$. Similar is the case concerning the $W_\downarrow$ reading after performing the $E_\downarrow$ reading, where the null would be found at $\varphi_{W\downarrow} + \delta v \cdot \tan I$. If we, thus, assume that the horizontal position is necessarily verified before making the E (↑ and ↓) readings, it can immediately be checked that the additional term $\delta v \cdot \tan I/2$ coming from the W readings appears on the right-hand side of equation (17) for Abs-Var_D, while the term $\delta v \cdot \sin I/2$ appears on the right-hand side of equation (20) for Off_MI_D (for more details, see Curto and Sanclement (2001)). As the quantity Abs-Var_D constitutes the observed baseline values for D, this fault would affect systematically (assuming a constant angle δv) the final value of this magnetic element. Moreover, as mentioned in section 5, the effect described in this paragraph is also observed as an anomalous value of the quantity MI.

Finally, it is worth remarking that if theodolite types other than those using a pendulum arrangement are used, further terms arising from mis-levelling must be considered in section 3.

4.2. Sliding or dragging of the theodolite horizontal plate

If during the course of an observation the theodolite is violently handled, sliding or dragging of its horizontal circle can occur, resulting in an invalid D measurement. This problem can be detected if the four D readings are in between (in the time sequence) the two readings of the fixed mark, $\varphi_{M\uparrow}$ and $\varphi_{M\downarrow}$, because an anomalous value of AzRet would then be produced. For this reason, it is best to rotate the theodolite smoothly.

4.3. Fluxgate sensor manipulation in the course of a measurement

For vertical rotations care should be taken to hold the telescope during the time it is unclamped, avoiding in this way the telescope–sensor assembly falling down due to the sensor weight. Moreover, handling the sensor in the course of a measurement could modify the fluxgate–telescope collimation, resulting in a bad observation.

4.4. Timing errors

If GPS time is not available in either the absolute building or the device(s) governing the automatic acquisition of variometer(s), timing errors should be considered. This effect greatly depends on the state of natural disturbance of the field, which in general may depend on the observatory location, hour of observation, position in the solar cycle, etc. Each individual observatory has to evaluate this effect, otherwise, the uncertainties associated with the measurements can surpass those given at the end of section 3, especially when the natural field is disturbed. In this last case of magnetic disturbance, it is critical to write down the exact time (including seconds) at which the null fluxgate output has been obtained for each reading.

4.5. The human factor

The human factor is an extra effect to be taken into account since, although research is under way to provide a fully automatic *DI* flux (Van Loo and Rasson 2006, Auster *et al* 2006), the measuring procedure has not been automated

up to now. Although some of the effects exposed above in this section can actually be regarded as 'human' effects (subsections 4.1 and 4.3), our intention is to give an account of the reduction observed in the standard deviation of the measurements carried out by a given observer as they acquire experience, and they are probably due to a greater incidence of the cited effects when the observing habits have not yet been attained. But this effect does not only concern inexperienced observers; in fact, a mistake as a result of a lack of concentration can also be their source, and they unavoidably appear immersed in the data. They could be treated as random because they can influence in both a positive and negative sense, but they cannot in general be included in the uncertainty evaluation, since they are expected to be somewhat sporadic. In this case, efforts should be made to identify and reject the corresponding data. As shown in the following section, the observable quantities defined in section 2 can be of help for this task. It is difficult to give an idea of their magnitude beforehand, because they depend on the experience, care and personal abilities of each observer.

4.6. Uncorrected readings

Correction for natural field variations to each one of the eight readings corresponding to the magnetic field by means of variometer data has been assumed, as proposed in the paragraph following equations (11) and (12) in section 2. But if these two equations are used instead of (13) and (14), a random effect appears due to the field variation during the time the whole process of measurement lasts. It is difficult to assign an uncertainty to this effect, since it depends on the state of disturbance of the field, augmenting as a rule with the observatory's geomagnetic latitude. In contrast, observers' experience reduces the uncertainty as the measurement process takes less time.

4.7. Compendium

At the end of section 3, it was said that an idea of the magnitude of the uncertainties $u_c(\overline{D} - \overline{D}_{var})$ and $u_c(\overline{I} - \overline{I}_{var})$ can be obtained by computing the standard deviation of the observed baseline values around the adopted baselines. In reality, some of the effects cited in this section unavoidably contribute to the standard deviation in such a way that such a dispersion provides us with an idea of the magnitude of their superimposition. At LIV, a type A evaluation carried out with a long series of measurements from a skilled observer establishes this dispersion as 5″ for D (figure 4) and about 3″ for I. These results are in good agreement with the general lines established in this text, and it can be concluded that the superimposition of the unevaluated effects exposed in section 4 (human effects, timing errors, etc) are of the order of 3–4″ at this particular station.

5. Examples using experimental data

While some of the effects dealt with in section 4 are difficult to quantify, systematic effects go unnoted if the measurements are not contrasted with those from any other source, such as those from another observer or a different DI flux with identical external conditions. Nevertheless, the observable quantities exposed in section 2 can help in the task of detecting systematic errors. In this section a series of actual results are given, obtained by applying these quantities to the instruments used in several observatories. In particular, the following examples are aimed at showing what information can be deduced from them.

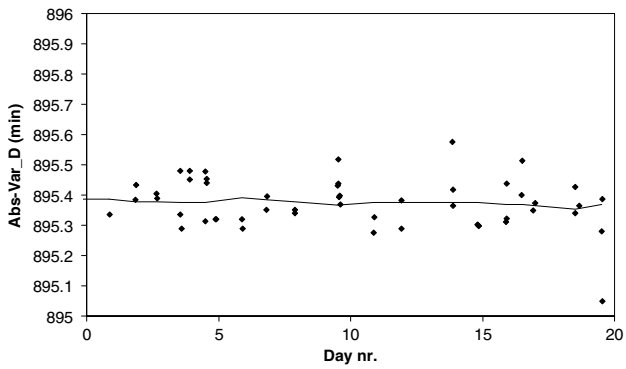


Figure 4. Dispersion of the observed baseline values around the adopted baseline for the D element at LIV during the 2004–2005 summer survey.

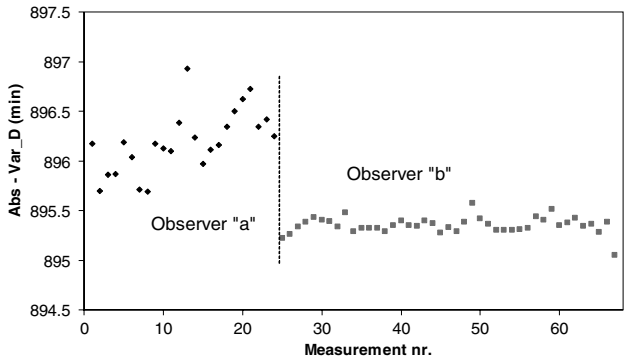


Figure 5. Abs-Var_D for two different observers at LIV during the Antarctic survey 2004–2005. A jump between the measurements performed by observers 'a' (diamonds) and 'b' (squares) can be seen. The values for the first one are clearly higher and they show more scatter than the second ones. The greater dispersion can be attributed to a lack of experience, while the different mean values are due to some systematic fault in the procedure by one of the two observers.

Figure 5 shows the progress of the quantity Abs-Var_D at LIV, including a change of the observer performing the measurements. Precisely when this change was produced (around measurement 24) a sudden jump appears, indicating that the anomaly associated (see section 2.2) can only be due to a systematic procedure fault by one of the observers (the remaining external conditions were identical). A scatter reduction beyond this point can also be seen because of greater experience of the observer 'b' (i.e. a lower 'human effect').

Both phenomena also appear in the MI quantity at the same epoch (figure 6), where some features departing from the ideal situation can be observed.

Firstly, the dispersion of the data around a supposed 'average' is due to the random effects discussed in section 3, but let us pay our attention to the two distant points

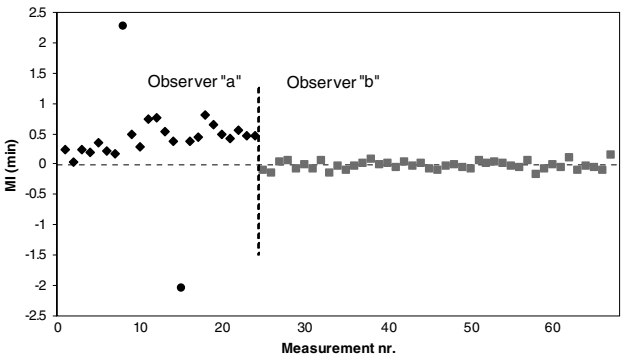


Figure 6. Behaviour of the quantity MI at LIV during the Antarctic survey 2004–2005. The two outlying points are candidates to be rejected.

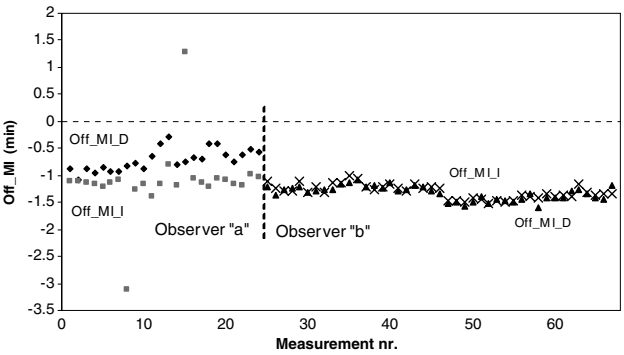


Figure 7. Same as figures 5 and 6 for both Off_MI_D (diamonds for observer 'a', triangles for observer 'b') and Off_MI_I (squares for observer 'a', crosses for observer 'b') quantities. The same outlying points as in figure 6 are also observed here.

(measurement numbers 8 and 15). Considering the amount of available data, their probability of occurrence (regardless of the distribution governing the experimental data) is actually low, and they seem likely to be due to some other additional fault; consequently, we must consider them as two candidates to be rejected during the baseline production (see figures 6, 7 and section 4.5).

Secondly, a discontinuity appears in this quantity, from a value of around 0.5′ to a value close to the ideal zero, along with a decrease in the dispersion. These changes seem to reinforce that the observer 'a' was making some kind of systematic fault in his procedure, since it is unlikely that the instrument magnetization (MI) could have suddenly changed.

In order to identify the reasons for the jump, figure 7 shows a plot of the quantities Off_MI_D and Off_MI_I for the same time interval. As stated, ideally MI $= 0'$, and hence Off_MI_D $=$ Off_MI_I, which is actually detected for the observer 'b' (within the uncertainty), but not for 'a'. On the other hand, no discontinuity is seen in the transition of the quantity Off_MI_I between observers 'a' and 'b'. All these facts suggest that the undesired systematic effect is produced because the observer 'a' did not check the telescope horizontal level when making the four declination readings (see section 4.1). The fact that different causes can lead to the same value for a given observable quantity (e.g., MI $\neq 0'$ can indicate either an instrument magnetization or an erroneous systematic

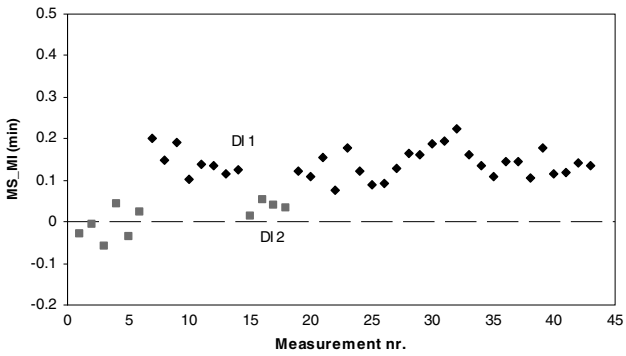


Figure 8. MS_MI for two different DI flux (diamonds and squares) instruments deployed alternately on the LIV fundamental pillar.

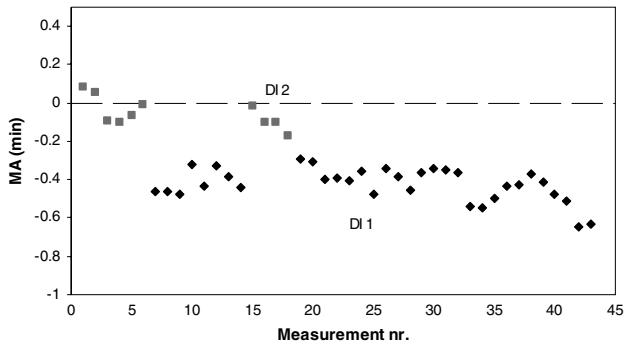


Figure 9. Same as figure 8 for the quantity MA.

observing procedure) is an example of what has been stated at the end of section 2, i.e. the proposed scheme is not complete. In this case, the comparison with a second observable quantity and the additional information that a change of observer was produced has been fundamental to determine the actual source.

Other tests compare the quantities obtained from two different instruments. In figures 8 and 9, MS_MI and MA for both the DI fluxes normally used at LIV (DI 1) and a spare one (DI 2) are plotted. DI 2 appears to be closer to the ideal value zero in both cases, indicating its better behaviour, while DI 1 probably presents a slight magnetic pollution.

The same observable quantities described in section 2.2 have been plotted for the DI fluxgates in use at some other observatories, showing that for the most relevant quantities (see table 2) their values are close to the ideal zero within several arcsec. Let us analyse with more detail the absolute instrument deployed at EBR. This observatory shows almost ideal values for the MS_MI quantity, indicating the suitability of the habitual DI flux location as for gradients arising from a magnetization in the surroundings. In figure 10, MA is plotted, where a systematic offset of 0.2 arcmin from the ideal zero is independently found at EBR by two different observers, pointing towards a small anomaly in the instrument itself. Further tests (see section 6) showed that the vertical pendulum is not working correctly, and hence the measurements rely on the theodolite levelling, based only on the bubble levels. It can be shown that the pendulum malfunction can cause the mentioned anomaly in MA.

Another remarkable phenomenon is the annual cycle appearing in some observatories when plotting both

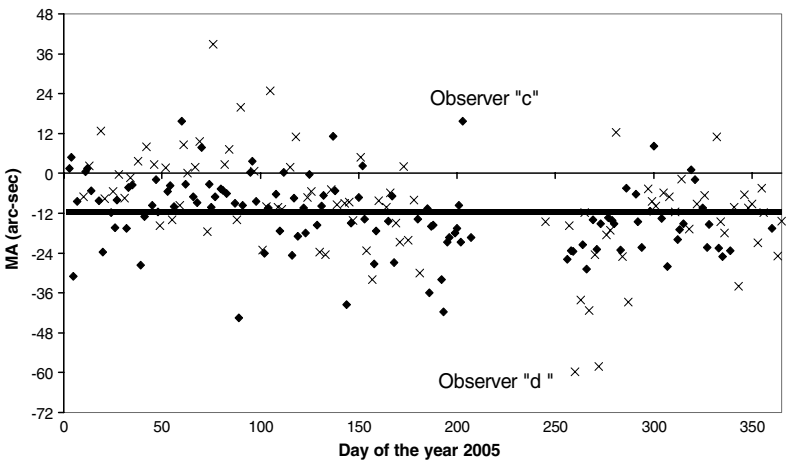


Figure 10. MA control observable for 1 year data at EBR. The grey band represents the uncertainty associated with its mean. Determinations for both observers 'c' (diamonds) and 'd' (crosses) roughly coincide.

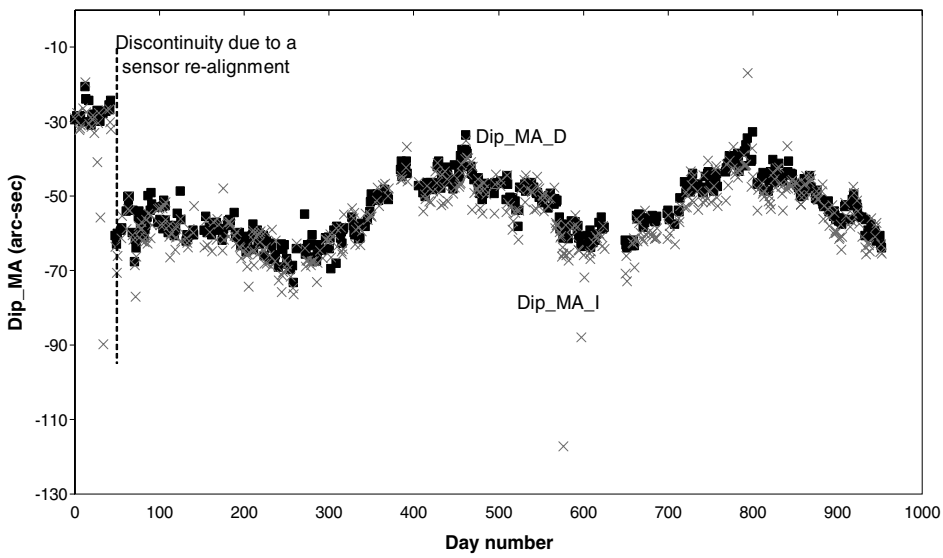


Figure 11. Dip_MA_*D* (squares) and Dip_MA_*I* (crosses) quantities at DOU, showing a periodicity of circa 1 year and more than 20″ amplitude.

Dip_MA_*D* and Dip_MA_*I* observable quantities (figure 11 for the case of DOU), probably originating from the movement of the sensing element in response to temperature changes. Such long-term variations do not have any repercussion on data.

It is worth mentioning the near-ideal values of the control quantities shown by the Zeiss *DI* flux in use at the DOU Observatory (table 2). In figure 12, a histogram shows that the frequency of the MI values around its mean at this observatory approximately fits a Gaussian distribution.

In spite of the sources proposed in section 2 causing the systematic effects, the authors wish to note the impossibility of knowing *a priori* the actual origin of the slight anomalies causing the non-ideal values of some instruments appearing in table 2; instead, certain values of these quantities (i.e. when differing a few tenths of an arcmin from their ideal value) should act as an alert to start a series of further checks, as recommended in section 6, in order to establish such an origin.

6. Recommendations for the reduction of errors

A series of proposals could be suggested in an attempt to improve the accuracy of the measurements with the *DI* flux, minimizing some of the negative effects shown in the preceding sections. Most are well known and will not be mentioned here (see Newitt *et al* 1996); others are related to the sources described or come from the contributions derived from this work.

(1) The correct pendulum work (see section 4.1) can be checked by slightly unlevelling the *DI* flux and verifying that the vertical reading of a given reference mark has not changed.
(2) It is preferable to not carry out absolute measurements when the magnetic field is disturbed (section 4.4).
(3) Correction of the readings for the natural field variation by means of variometer data will help to reduce random errors (section 4.6). This procedure was applied at LIV,

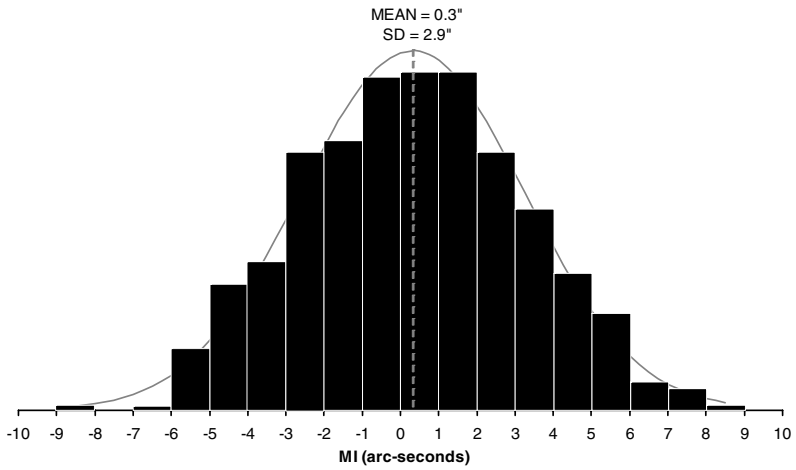


Figure 12. Histogram showing the relative proportion of measurements falling into categories 1″ wide for a given observable quantity (MI in this case). The grey curve corresponds to a Gaussian distribution.

showing a reduction of the global uncertainty of around 30%.

(4) Regarding the scheme proposed in section 2, we recommend to evaluate the *DI* flux behaviour by plotting the control quantities MS_MI, MA and MI for a series of measurements. If their value is not randomly distributed around zero, the next step will depend on each particular case.

  (i) A non-zero value of MS_MI can indicate the presence of gradients.

    (a) Natural gradients are evidenced by bringing a sample of the surface rocks near the sensor.

    (b) The presence of artificial sources fixed with respect to the normal *DI* flux location can be checked by monitoring the MS_MI quantity where one is sure that no magnetic artificial sources exist. If a zero is now found, proceed to check the absolute building (pier, static objects, etc); if the same non-ideal value is instead found, probably the source lies in the *DI* flux itself. The possibility of a magnetized mounting is checked by removing this part and moving it relative to the sensor, otherwise, probably MI will show non-ideal values too.

  (ii) If a non-zero systematic value of MA and/or MI is found, it is advisable to ask a skilled observer to perform a series of measurements in order to compare and detect procedure faults. A second test consists of substituting the examined *DI* flux by another (magnetically clean if possible) in the same pier; if the second *DI* flux presents the ideal value, probably the first one has some kind of magnetization. In this case, a major revision of the instrument should be carried out in the lab.

(5) In the observatory routine it is advisable to plot the Abs-Var_*D* and Abs-Var_*I* quantities along with MS_MI, MA and MI, watching over possible discontinuities and spikes. If this is the case, the problem can affect either the *DI* flux or the variometer. The rest of the quantities defined in section 2.2 can provide valuable information just in case an anomaly is found in these five observables.

7. Conclusions

The *DI* flux is an excellent instrument to reliably undertake the absolute measurements of declination and inclination, and for this reason it has become the international standard. Nevertheless, a series of effects limit its accuracy.

Regarding systematic effects, it is in general affected by ‘collimation errors’ and zero-field offset, which are compensated in the normal procedure. Undesired systematic effects can be detected with a series of control measures. Their quantification depends on many factors: instrument, observer, location, etc, but if a magnitude is to be given, it can be obtained from these control observables.

Random effects are minimized by a long series of measurements. Their magnitude is larger for *D* than for *I*, but the associated uncertainty usually does not exceed 0.1′ for an experienced observer.

Other effects that potentially affect the *DI* flux such as a bad deployment, horizontal plate sliding or timing errors are of more difficult quantification.

The International Association of Geomagnetism and Aeronomy (IAGA) organizes biannual workshops on *geomagnetic observatory instruments*, *data acquisition and processing*. Their value in helping to identify problems with instruments by having direct intercomparisons between instruments brought to a single location is remarkable. The results of the most recent one, held at Belsk Observatory, show that 70% of the *D* measurements obtained from the participating observatories are within a range 28 arcsec wide, while that for *I* is 10 arcsec wide. This gives an idea of the discrepancy between instruments and of the accuracy attained with the *DI* fluxgate theodolites. However, it must be taken into account that experimental errors (and especially those derived from the ‘human’ effects) are usually overweighed during these measurement sessions. An idea of the magnitude of all types of contribution to random effects (i.e. those discussed in section 3 and some of section 4) can be obtained through the mean of the standard deviations corresponding to each series of measurements, being 14 arcsec for *D* and 6 for *I*, although the short series of measurements from just 3 day sessions impedes robust analysis.

In this work the monitoring of a series of observable quantities has been suggested. These can provide pointers to assist in the assessment of errors and of their possible origin, and how some effects may be corrected. Also, some useful procedures have been suggested which will keep uncertainty to a minimum.

The main function of the *DI* flux is to provide absolute values of *D* and *I* which are used to generate baselines for the variometer data. Even though a great deal of global magnetic field information is currently obtained from satellites, long-term precise modelling of the main field still relies on the worldwide network of magnetic observatories to provide continuous accurate vector data. The long-term accuracy of this work, therefore, depends on accurate absolute observations with observers regularly checking and comparing their instruments and results, for which the procedures recommended here will help ensure success.

Acknowledgments

The authors wish to thank J C Riddick and E Thébault who critically read an earlier version of the manuscript and made many helpful suggestions which improved it. J L Rasson, H J Linthe, P Covisa and J J Curto are thanked for providing valuable long series of *DI* flux readings from their observatories. As well, two anonymous referees are acknowledged for their very useful comments.

References

Auster H-U, Mandea M, Hemshorn A, Pulz E and Korte M 2006 An automatic instrument to measure the absolute components of the earth's magnetic field (abstract) *XII IAGA Workshop on Geomagnetic Observatory Instruments, Data Acquisition and Processing Abstract Book* p 16

Bitterly J, Cantin J M, Schlich R, Folques J and Gilbert D 1984 Portable magnetometer theodolite with fluxgate sensor for Earth's magnetic field component measurements *Geophys. Surveys* **6** 233–9

Carl Zeiss 1987 *THEO 015 B Micrometer Theodolite Operating Instructions* Pub No 10-G241–2 (Jena, Germany: Carl Zeiss)

Curto J J and Sanclement E 2001 Levelling error corrections to D-measurements in DI-flux magnetometers *Contrib. Geophys. Geod. Geophys. Inst. Slov. Acad. Sci.* **31** 111–7

Forbes A J 1987 General instrumentation *Geomagnetism* vol 1 ed J A Jacobs (London: Academic) pp 51–142

ISO 1993 *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement* (Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization)

Jankowski J and Sucksdorff C 1996 *Guide for Magnetic Measurements and Observatory Practice* (Warsaw: IAGA) p 235

Kerridge D J 1984 An assessment of a portable fluxgate declinometer and inclinometer *Geomagnetism Research Group Report* 84/15 (Edinburgh: British Geological Survey)

Kerridge D J 1988 Theory of the fluxgate-theodolite *Geomagnetism Research Group Report* 88/14 (Edinburgh: British Geological Survey)

Kring Lauridsen E 1985 Experiences with the DI-fluxgate magnetometer: inclusive theory of the instrument and comparison with other methods *Danish Meteorological Institute, Geophysical Papers* **R-71**

Macmillan S and Maus S 2005 International geomagnetic reference field—the tenth generation *Earth Planets Space* **57** 1135–40

Matzka J and Hansen T 2006 On the various published formulas to determine sensor offset and sensor misalignment for the DI-flux (abstract) *XII IAGA Workshop on Geomagnetic Observatory Instruments, Data Acquisition and Processing Abstract Book* pp 19–20

Newitt L R, Barton C E and Bitterly J 1996 *Guide for Magnetic Repeat Station Surveys* (Warsaw: IAGA)

Rasson J L 2005 *About Absolute Geomagnetic Measurements in the Observatory and in the Field* (Brussels: Institut Royal Meteorologique de Belgique) on CD

Stuart W F 1972 Earth's field magnetometry *Rep. Prog. Phys.* **35** 803–81

Trigg D F 1970 A portable D and I magnetometer *Earth Physics Branch, Geomagnetic Report* 70–3 (Ottawa, Canada: Energy, Mines and Resources)

Van Loo S A and Rasson J L 2006 Development of an automatic DI-magnetometer G*eomagnetics for Aeronautical Safety: A Case Study in and Around the Balkans* ed J L Rasson and T Delipetrov (*NATO Science Series Publication)* (Berlin: Springer)

PUBLS. INST. GEOPHYS. POL. ACAD. SC., C-99 (398), 2007

An Assessment of the BGS δDδI Vector Magnetometer

Santiago MARSAL, J. Miquel TORTA and John C. RIDDICK

Observatori de l'Ebre, CSIC – Universitat Ramon Llull
Horta Alta, 38. 43520 Roquetes, Spain
e-mails: smarsal@obsebre.es; jmtorta@obsebre.es; john_riddick@hotmail.com

A b s t r a c t

Assuming optimal conditions, the δDδI vector magnetometer can be considered as a semi-absolute instrument. In this paper, the real situation and its differences with the ideal one are critically examined and regarded as potential sources of error. The analysis is applied to the equipment designed by the British Geological Survey (BGS) in the late 1980s, and the given figures are provided from the instrument in use at the Livingston Island Geomagnetic Observatory (LIV). Improved versions have been developed since then, being based on generally the same principles of measurement; thus, most of the results shown can be adapted to the new generation of magnetometers of this type.

1. Introduction

The automatic BGS δDδI vector magnetometer (Riddick *et al*. 1995) consists of two mutually perpendicular pairs of Helmholtz coils and a proton magnetometer mounted at their center for total field measurements, F. Two bias currents are alternatively applied to each pair of coils in opposite senses, generating additional magnetic fields in the proton magnetometer, which allow the measurement of variations in magnetic Declination (from the D pair), δD, and Inclination (from the I pair), δI. This device was initially conceived as a semi-absolute instrument (Alldredge 1960, or Alldredge and Saldukas 1964). Following this assumption, the origin of the angular variations, D_0 and I_0, requires to be established once by making absolute measurements; after that, D and I are computed from $D_0 + \delta D$ and $I_0 + \delta I$, respectively. For this equipment to operate as a semi-absolute observatory instrument, a series of requirements are necessary, the most important of which are presented below:

- Stability of the pier where the instrument is deployed;
- Both D coils are parallel and contained in a vertical plane;
- The D and I pairs are perfectly, mutually perpendicular;

- The coils polarization is identical in both (direct and inverse) directions;
- Geometrical stability (e.g., no temperature or humidity effects);
- The proton magnetometer is located at the centre of both pairs and its dimensions are small as compared with the coils.

If these requisites are fulfilled, it can be shown that Eqs. (1) and (2) hold:

$$D = D_0 + \delta D = D_0 + \arcsin\left(\frac{f(D)}{\cos I}\right), \tag{1}$$

$$I = I_0 + \delta I = \arcsin\left(\sin I_0 \sqrt{1 - f(I)^2 - f(D)^2} + f(I)\cos I_0\right), \tag{2}$$

where:

$$f(x) \equiv \frac{F_{x+}^2 - F_{x-}^2}{4FA_x}, \qquad x = D, I \tag{3}$$

$$A_x = \sqrt{\frac{F_{x+}^2 + F_{x-}^2}{2} - F^2} \tag{4}$$

and $F_{x\pm}$ is the magnetic field intensity generated by the direct (+) and inverse (-) polarization of the corresponding coils. In practice, A_x is approximately the mean value of the direct and inverse fields, $A_{x\pm}$, generated by the coils along their respective axes, while $F_{x\pm}$ result from the vector addition of $A_{x\pm}$ and the natural magnetic field.

2. The Real Case

In this section we analyze the errors produced in a real situation, as operationally not all of the above mentioned requirements can be met.

2.1 Approximations

Developing Eqs. (1) and (2) up to second order we get:

$$D = D_0 + \delta D \cong D_0 + \frac{180^\circ}{\pi}\frac{f(D)}{\cos I} \cong D_0 + \frac{180^\circ}{\pi}\frac{f(D)}{\cos I_0}\left(1 + f(I)\tan I_0\right), \tag{5}$$

$$I = I_0 + \delta I \cong I_0 + \frac{180^\circ}{\pi} f(I) - \frac{90^\circ f^2(D)}{\pi}\tan I_0, \tag{6}$$

where D and I (and related angles) are expressed in degrees.

In the observatory practice, Eq. (5) is normally used integrally, while the first-order approximation is used for Eq. (6). The term neglected in this equation can be written as follows:

$$\frac{90^\circ f^2(D)}{\pi}\tan I_0 \cong \frac{\pi}{360^\circ}\sin I_0 \cos I_0 \delta D^2 . \tag{7}$$

The error generated as a result of omitting this term depends on the change in Declination, δD, which can easily exceed 1º during periods of high magnetic disturbance. These field changes can lead to an error of the order of 15 arc-seconds at mid-latitude observatories. We can even consider that the absolute value of δD is increasing with time in a given observatory as a result of the secular variation; in consequence, if the instrument is not re-oriented from time to time in order to reduce δD, the error generated by neglecting the last term of Eq. (6) can reach the order of 0.1 arc-minutes per year at locations of a high secular variation. This error can be overcome by simply using the second-order expression, thus avoiding the annoying necessity of re-orientating the coils.

2.2 Accuracy and time resolution

The maximum theoretical accuracy can be determined by assuming that the only limitation of the instrument is due to the proton magnetometer precision, acting in a random manner for the different measurements of the field vectors made during a cycle of measurements, i.e., F_{D+}, F_{D-} and F for D; F_{I+}, F_{I-} and F for I. Hence, the associated statistical error is propagated as a sum of squares for both, D:

$$\delta(\delta D) = \sqrt{\left(\frac{\partial(\delta D)}{\partial F_{D+}}\delta F_{D+}\right)^2 + \left(\frac{\partial(\delta D)}{\partial F_{D-}}\delta F_{D-}\right)^2 + \left(\frac{\partial(\delta D)}{\partial F}\delta F\right)^2}$$

$$= \frac{180^{\circ}}{\pi}\frac{\delta F}{\cos I_0}\sqrt{\frac{1}{2A_D^2} + \frac{1}{2F^2}} \tag{8}$$

and I (where the terms A_D and cos I_0 from Eq. (8) are to be substituted with A_I and 1, respectively). With a series of assumptions, and considering that the accuracy of the proton magnetometer is $\delta F = 0.2$ nT in its full range, an accuracy between 1 and 5 arc-seconds can be obtained for most of the mid-latitude observatories for both angular elements. In practice, accuracy will also depend on the stability of the current applied to the coils in both senses, $A_{x\pm}$.

The time resolution is limited by the length of time it takes to make a complete set of measurements. The time required for total field measurements depends upon the proton magnetometer type in use; additionally, both F_{x+} and F_{x-} need a certain time to establish a stable current in the coils. At LIV, the complete cycle (F_1, F_{I+}, F_{I-}, F_2, F_{D+}, F_{D-}) takes for 28 s; this slow sampling impedes the detection of rapid magnetic variations. The new generation of δDδI magnetometers has reduced the cycle duration in order to increase the sampling rate and meet INTERMAGNET requirements (see www.intermagnet.org/im_manual.pdf).

2.3 Instrument orientation and imperfect orthogonality of the coils

Poor instrument orientation is another factor that limits its accuracy. This misorientation can be described by three successive rotations defined by the angles Φ, ψ and θ around the three coordinate axes. If D_0 and I_0 are the Declination and Inclination of the D and I coils respectively, let Φ be the difference between the real value of D_0 and

its assumed value, ψ the difference between the assumed value for I_0 and the corresponding real value, and θ the angle between the vertical plane and the plane defined by the D coils (θ is positive when the D coils are turned anti-clockwise when looking from the North side). It can be demonstrated that Eqs. (1) and (2) are modified as follows as a result of this general rotation:

$$D = D_0 + \varphi + \arcsin\left(\frac{f(D) - \sin\theta \sin I}{\cos\theta \cos I}\right), \tag{9}$$

$$I = \arcsin\Big[\sin(I_0 - \psi)\cos\theta\sqrt{1 - f(I)^2 - f(D)^2} + f(D)\sin\theta + f(I)\cos\theta\cos(I_0 - \psi)\Big]. \tag{10}$$

It should be noted that angles Φ and ψ are corrected with the D and I base lines, respectively, but not θ. Hence, it is very important to align the D coils in a vertical plane when the instrument is deployed for the first time. In order to avoid this effect, the new generations of δDδI include suspended coils (Hegymegi 2004). The above expressions can also be used to characterize tilting of the pier; in this case, we have to consider the possibility that Φ, ψ and θ are time-dependent.

The imperfect orthogonality of the D and I pairs of coils can also be analyzed. Let σ be the angle between the plane defined by the D coils and the line orthogonal to the I coils (σ is positive when the I coils are turned anti-clockwise when looking from the North side). It can be shown that Eq. (9) still holds, whilst a term $\sigma \cdot f(D)$ is to be added to the second-order development of Eq. (10).

2.4 Errors due to current instabilities. Despiking

A fundamental requirement for the correct measurement of the D and I variations is that both deflecting fields, A_{x+} and A_{x-}, are of equal magnitude. Let us call it "hypothesis of symmetrical polarization". If this hypothesis is not fulfilled, an erroneous measurement will be produced, resulting in a spike in the data. The fundamental problem arises from our ignorance of the separated values A_{x+} and A_{x-}. The technique we propose following is aimed at detecting spikes from the δDδI data. It consists of searching for asymmetrical polarizations. In practice, the current stability varies, as it can be observed from Fig. 1, where a temperature dependence is clearly shown. Nevertheless, this effect is not in general appreciated during the short time a single measurement cycle lasts.

Similar reasonings apply to both Declination and Inclination; hence, let us consider only Inclination. From geometrical considerations, and with the above mentioned approximations, it is easy to compute δI for both the direct and inverse polarizations:

$$\delta I_+ = \frac{180^\circ}{\pi}\left(\frac{F_{I+}^2 - F - A_{I+}^2}{2FA_{I+}}\right), \tag{11}$$

$$\delta I_- = -\frac{180^\circ}{\pi}\left(\frac{F_{I-}^2 - F - A_{I-}^2}{2FA_{I-}}\right). \tag{12}$$

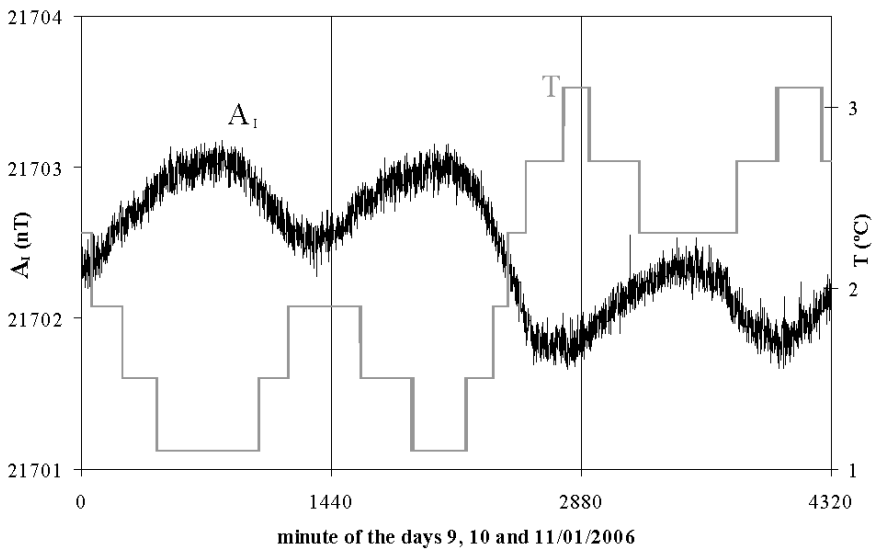


Fig. 1. The field intensity A_I (Eq. 4, black line in the figure) generated by the bias currents in the I coils at LIV is negatively correlated with temperature (grey line).

Additionally, if we make $A_{I+} = A_{I-} \equiv A_I$ and $\delta I_+ = \delta I_- \equiv \delta I$, we obtain Eq. (4) for A_I and the first-order approximation of Eq. (6) for δI, i.e., 180º/π·$f(I)$. By similitude with Eqs. (11) and (12), let us now introduce the following two observables:

$$\delta I'_+ = \frac{180^\circ}{\pi}\left(\frac{F_{I+}^2 - F - \langle A_I \rangle^2}{2F\langle A_I \rangle}\right), \tag{13}$$

$$\delta I'_- = -\frac{180^\circ}{\pi}\left(\frac{F_{I-}^2 - F - \langle A_I \rangle^2}{2F\langle A_I \rangle}\right), \tag{14}$$

where $<A_I>$ stands for the "normal" or mean value of the polarization intensity, and it can be computed in several ways, as for example:

$$\langle A_I \rangle = \frac{1}{60}\sum_{\substack{m'=m-30 \\ (m'\neq m)}}^{m+30} A_{I,m'}\,, \tag{15}$$

i.e., the mean of A_I computed as Eq. (6) one hour around the minute of interest, m, excluding the value corresponding to this minute. If an anomaly is present in the minute m, e.g., only in the direct (+) polarization, it will be revealed in the $\delta I'_+$ observable (Eq. 13) due uniquely to the anomalous value of F_{I+}, since $<A_I>$ is independent of minute m; on the contrary, if the inverse polarization (and hence F_{I-}) is normal, $\delta I'_-$ (Eq. 14) will have the correct value. Therefore, a plot of $\delta I'_+$ and $\delta I'_-$ against time in the same graph will help to identify spikes in the δDδI record. If both values coincide

within the instrument accuracy (see subsection 2.2), there is no reason to suspect of the value obtained for δI; otherwise, the measurement may be in error. The discrepancy between the δI values obtained from both polarizations will become more evident if their difference is plotted, giving rise to a new observable: $disI \equiv (\delta I'_{+} - \delta I'_{-})/2$. In fact, this observable allows us to easily detect anomalous polarizations, since it can be shown that (for minute m) $disI_m \approx 180^{\circ}/\pi \cdot (A_{I,m} - \langle A_I \rangle)/F$, but it does not provide any information on the actual accomplishment of the "symmetry hypothesis", which is the only valid criterion to reject any data. In order to do this, *ErrI* observable is additionally defined, whose expression for minute m is as follows:

$$ErrI_m = \frac{\left\| \left| \delta I'_{+(m)} - \frac{\delta I'_{+(m+1)} + \delta I'_{+(m-1)}}{2} \right| - \left| \delta I'_{-(m)} - \frac{\delta I'_{-(m+1)} + \delta I'_{-(m-1)}}{2} \right| \right\|}{2}. \qquad (16)$$

This observable helps to evaluate the symmetry degree of both polarizations, in such a way that a spike in both *disI* and *ErrI*-vs.-time plots in a given minute is a clear indication that the corresponding I value should be rejected. Similar expressions and procedures are valid for Declination, where a factor cos I_0 is to be added in the denominator of Eqs. (11)–(14). As a real example, a spike is observed in the plot of the *ErrD* observable (Fig. 2, data from LIV observatory) after being detected in *disD*. If these tests had not been applied, this erroneous value would have passed unnoticed.

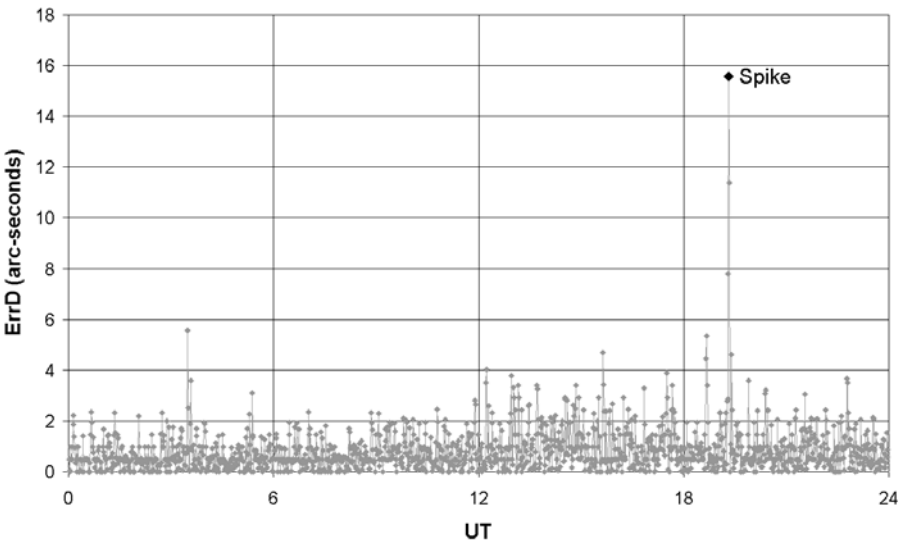


Fig. 2. A spike in Declination is corroborated by applying the *ErrD* observable. The value is clearly outside both the surrounding data samples and the instrument accuracy.

A simpler technique can be applied to detect spikes in total intensity, F. In this case, the observable *disF* can similarly be defined as $(F_1 - F_2)/2$, where both F_1 and F_2 are directly provided by the δDδI. This observable is also recommended to be com-

puted for every minute and plotted against time providing a visual detection of erroneous values. Again, if the *disF* value for a given minute is clearly larger than both the proton magnetometer resolution and the natural magnetic disturbance for the surrounding minutes, it is a clear candidate for rejection.

2.5 Other errors

From Eq. (8) it can be concluded that the theoretical accuracy of the measurements is improved by increasing the magnetic fields induced by the coils (A_D and A_I). On the other hand, too great an applied field would produce an excessive gradient in the proton magnetometer sensor, resulting in a poor signal quality; therefore, an optimal value must be found. The finite dimensions of the coils, along with the possibility of the proton magnetometer not being exactly in the centre of both pairs of coils would also give rise to an increase in the magnetic gradient across the proton sensor. To avoid this, the BGS designed 80 cm diameter Helmholtz coils, generating a field A_x of circa 60% of the natural intensity, F. In this case, the gradient is such that a theoretical difference of a few tens of nT is produced between the centre and the extreme of the proton sensor (depending on its size). Other solutions to the gradient problems are the use of cylindrical windings, or the so-called spherical coils.

A significant temperature and humidity variation could result in a change in the δDδI configuration. For this reason, the thermal expansion coefficient of the material supporting the coils, as well as its water absorption capability must be low. For instance, the instrument in use at LIV has a theoretical surface thermal expansion coefficient of 1.9×10^{-5} K^{-1}, which implies no more than 0.2 mm yearly variation in the lineal dimensions.

3. Conclusions

The BGS δDδI has proved to be a reliable system, presenting some advantages with respect to other magnetometers, such as low temperature dependence and acceptable short-term stability. Other effects, such as long-term pier instabilities or distortion of the coils alignment can introduce additional errors if the measurements are not regularly corrected by absolute observations, this being the fundamental problem of some remote observatories and especially LIV, where absolute measurements can only be carried out for three months per year.

In examining the overall accuracy of the δDδI system we conclude that the main limiting factors have been found to be the ability of the coil current generator to reliably generate identical positive and negative bias currents, along with the temporal resolution being reduced by the long time period required to make a complete set of measurements.

References

Alldredge, L.R., 1960, *A Proposed Automatic Standard Magnetic Observatory*, J. Geophys. Res. **65**, 11.

Alldredge, L.R., and I. Saldukas, 1964, *An automatic Standard Magnetic Observatory*, J. Geophys. Res. **69**, 10.

Hegymegi, L., 2004, *New Suspended dIdD Magnetometer for Observatory (and Field?) Use*, Proceedings of the XIth IAGA Workshop, 28-33, Kakioka.

Riddick, J.C., C.W. Turbitt and J. McDonald, 1995, *The BGS Proton Magnetometer (δD/δI) Observatory System Mark II. Installation Guide and Technical Manual*, British Geological Survey Technical Report WM/95/32. BGS Geomagnetism Series, Edinburgh.

Accepted January 29, 2007